

## 具有常值海底反射损耗的负声速梯度浅海中的平均声强

唐 应 吾

(中国科学院声学研究所)

负声速梯度浅海中的平均声强，在文献(1)中已做了一些研究。在那里我们把第  $l$  号简正波相应的“准平面波”在海底上的反射系数的模  $|v_l|$  视为掠射角  $\alpha_l(H)$  的指数下降函数：

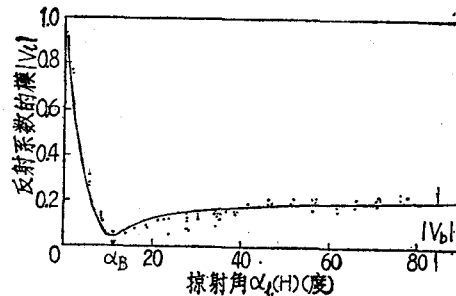
$$|v_l| = \exp[-2P\alpha_l(H)] \quad (1)$$

这只有在  $\alpha_l(H) > \sqrt{2\alpha H}$  ( $\sqrt{2\alpha H} = \alpha_{l_1}(H)$  为临界简正波所对应的“准平面波”在海底上的掠射角) 的某一角度范围内，(1)式成立或者近似成立才有可能，亦即当  $P$  值较大和海底中的吸收较大时，表式(1)是一个很好的近似；但当海底存在着贯穿角

$$\alpha_B \left[ \alpha_B = \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{n^2-1}{m^2+1}} \right) \right] \text{ 且 } \alpha_B <$$

$\sqrt{2\alpha(H-Z)}$  (这里的  $\sqrt{2\alpha(H-Z)} = \alpha_{l_1}(H)$  为能够到达接收器的最低号简正波所对应的“准平面波”在海底上的掠射角。)时，表式

(1)不再成立。这时把  $|v_l|$  视为与  $\alpha_l(H)$  无关的常数—— $|v_b|$ ，就更为恰当些(图1)。



...实验值—理论值

图1 有贯穿角存在时  $|v_l|$  对  $\alpha_l(H)$  的关系 (取自文献[6])

此外当贯穿角不存在且  $P \ll 1$  时(这种情况对应于高声速及低吸收海底)，海底的反射特性曲线如图2所示<sup>[7]</sup>。

从图2可以看出，这种海底呈现出强反射区 ( $0 < \alpha_l(H) < \alpha_A$ ) 和弱反射区 ( $\alpha_A < \alpha_l(H) <$

### The Stability of Tidal Inlets on Alluvial Coast

Zhao Zhinsheng

(Tianjin University)

#### Abstract

A synopsis on the stability of tidal inlet on alluvial coast is given. Part I outlines hydraulics of tidal inlet. Part II gives four considerations on investigating the stability of cross-section: 1. equilibrium cross-sectional area, 2. critical cross-sectional area, 3. mean maximum velocity of cross-section at spring tide, 4. relation between tidal prism of lagoon at spring tide and annual littoral drift. Finally the procedure for investigating cross-section stability is outlined.

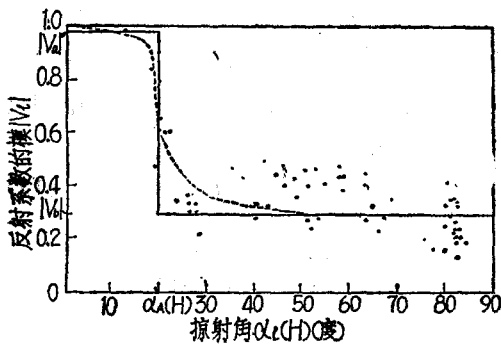


图2 不存在贯穿角且  $P \ll 1$  时  $|v_l|$  对  $\alpha_l(H)$  的关系 (取自文献[7])

$90^\circ$  (5)。在这两个反射区内,  $|v_l|$  随  $\alpha_l(H)$  的变化不大, 也可近似地用常数  $|v_a|$  和  $|v_b|$  来代替。图2中的  $\alpha_A$  可近似表为  $\alpha_A = \cos^{-1} n$ 。以上  $H$  为海深,  $a$  为海水中的相对声速梯度;  $P$  为  $m/\sqrt{n^2-1}$  的实部;  $m$  为海底的密度对海水的密度的比值,  $n$  为海水的声速对海底的声速的比值;

$$Z = \begin{cases} \min(z_0, z), & \min(z_0, z) < \zeta_0 \\ \zeta_0, & \min(z_0, z) > \zeta_0 \end{cases}$$

$\zeta_0$  为第0号简正波所对应的反转深度,  $\min(z_0, z)$  表示发射深度  $z_0$  与接收深度  $z$  两者中较小的一个。

本文在(1)的基础上, 用一些常参数来表示  $|v_l|$  并计算负声速梯度浅海中的平均声强, 用其结果讨论了声场的空间结构问题。

## 一、简正波的衰减系数

假设海水的两个界面是平的, 海水中的声速分布为  $c(z) = c_0/\sqrt{1+2az}$  ( $z$  为沿直坐标自海面向下为正),  $|v_l|$  取  $|v_b|$  或  $|v_a|$  和  $|v_b|$  的一些量化值, 则求海水中第  $l$  号简正波的衰减

$$\beta_l = -\ln |v_l| / S_l \quad (2)$$

系数的问题, 主要在求  $S_l$  ( $S_l$  为第  $l$  号简正波所对应的“准平面波”的跨度), 在文献[1]中已求得

$$S_l = \begin{cases} \frac{S}{\sqrt{2aH}} \left[ \frac{3a}{k_0} \left( l + \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3}, & l \leq l_1 \\ S \left( 1 + \varepsilon(l-l_1) + \sqrt{2\varepsilon(l-l_1)} \right)^{-1}, & l_1 < l < l_2 \\ S \left( \frac{k_0 H}{l \pi} \right) \sqrt{\frac{aH}{2}}, & l > l_2 \end{cases} \quad (3)$$

这儿  $S = \sqrt{8H/a}$ ,  $\varepsilon = (3l_1)^{-1}$ ,  $k_0$  为海水表面处的波数,  $l_1$  为临界简正波所对应的号数,  $l_2$  为某一特定简正波的号数 (以下将给出其具体表式)。

将(3)式代入(2)式中, 就得出简正波的衰减系数。现分两种情况来讨论。

(一) 有贯穿角存在且  $\sqrt{2a(H-Z)} > \alpha_B$

在这种情况下, 可令  $l_2 = 2l_1$ , 这时把(3)式代入(2)式, 并注意  $|v_l| = |v_b|$ , 有

$$\beta_l = \beta \times \begin{cases} \sqrt{2aH} \left[ \frac{3a}{k_0} \left( l + \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{-1/3}, & l \leq l_1 \\ \left( 1 + \varepsilon(l-l_1) + \sqrt{2\varepsilon(l-l_1)} \right)^{-1}, & l_1 < l < 2l_1 \\ \left( \frac{l \pi}{k_0 H} \right) \sqrt{\frac{2}{aH}}, & l > 2l_1 \end{cases} \quad (4)$$

式中

$$\beta = -\frac{\ln |v_b|}{S}$$

因为  $a$  的数量级常在  $10^{-5} - 10^{-4}$  (米<sup>-1</sup>) 之间, 故知要使不等式  $\sqrt{2a(H-Z)} > \alpha_B$  成立, 必须有  $H \gg Z$ 。这时(4)式中的第一式可在  $l_1$  附近按台劳展开, 故有

$$\beta_l = \beta(1 + \varepsilon(l_1 - l)), \quad l \leq l_1 \quad (5)$$

其中

$$l_1 = \left[ \frac{2k_0 H \sqrt{2aH}}{3\pi} - \frac{1}{4} \right]_{\text{整数部分}} \quad (6)$$

(二) 贯穿角不存在且  $P \ll 1$

在这种情况下, 平面波在海底上的反射系数的模在不同的掠射角区域内可分别用常数  $|v_a|$  和  $|v_b|$  来表示。它们的跃变点在  $\alpha_A$  处, 如图2所示。如果我们令  $\alpha_{l_2}(H) = \alpha_A$ , 则由

频散方程<sup>(2)</sup>

$$\int_0^H \sqrt{k^2(z) - \nu_{l_2}^2} dz = (l_2 + \frac{1}{4})\pi$$

可以算出

$$l_2 = \left\{ \frac{1}{3\pi a k_0^3} \left[ \left( k^2(H) + \nu_{l_2}^2 \right)^{3/2} - (k_0^2 - \nu_{l_2}^2)^{3/2} \right] \right\} \text{整数部分} \quad (7)$$

式中  $\nu_{l_2} = k(H) \cos \alpha_A(H)$ ,  $k(H) = k_0(1 + 2aH)^{1/2}$ 。这时把(3)式代入(2)式中, 得第  $l$  号简正波的衰减系数  $\beta_l$  的表式:

$$\beta_l = \hat{\beta} \times \begin{cases} \sqrt{2aH} \left[ \frac{3a}{k_0} \left( l + \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{-1/3}, & l \leq l_1 \\ \frac{[1 + \varepsilon(l - l_1) + \sqrt{2\varepsilon(l - l_1)}],}{l_1 < l < l_2}, & (8) \\ \frac{\beta}{\hat{\beta}} \left( \frac{l\pi}{k_0 H} \right) \sqrt{\frac{2}{aH}}, & l > l_2 \end{cases}$$

这儿

$$\hat{\beta} = -\frac{\ln |v_a|}{S} \quad (9)$$

## 二、平均声强

(一) 存在  $\alpha_B$  且  $\sqrt{2a(H-Z)} > \alpha_B$  时的平均声强

在这种情况下平均声强可按公式<sup>(1)</sup>

$$I = \frac{2\pi I_0}{k_0 H^2 r} \sum_{l=L+1}^N e^{-2\beta_l r} \quad (10)$$

来计算, 式中

$$L = \left\{ \frac{k_0 [2a(H-Z)]^{3/2}}{3a\pi} - \frac{1}{4} \right\} \text{整数部分} \quad (11)$$

$N \approx 2H/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长,  $r$  为声源至接收点之间的水平距离,  $I_0$  为距声源单位距离处的声强。

由于在这种情况下  $|v_b|$  的数值很小 (通常在 0.2 以下), 如果不考虑近场的特性, 则 (10) 式中对  $l$  的求和可一直展布到  $l = \infty$ , 即

$$I = \frac{2\pi I_0}{k_0 H^2 r} \sum_{l=L+1}^{\infty} e^{-2\beta_l r} \quad (10')$$

把(4)式和(5)式代入(10')式中, 并利用欧勒求和公式<sup>(3)</sup>, 得

$$I = I_1 + I_2 \quad (12)$$

这里

$$I_1 = \frac{1 - \exp[-2\beta \varepsilon r (l_1 - L)]}{1 - \exp(-2\beta \varepsilon r)} \times \frac{2\pi I_0}{k_0 H^2 r} \exp(-2\beta r) \quad (13)$$

$$I_2 = \frac{2\pi I_0}{k_0 H^2 r} \left\{ \sum_{l=l_1+1}^{2l_1} \exp(-2\beta r [1 + \varepsilon(l - l_1) + \sqrt{2\varepsilon(l - l_1)}]) + \sum_{l=2l_1+1}^{\infty} \exp \left[ -\beta \left( \frac{8}{aH} \right) \left( \frac{l\pi}{k_0 H} \right) r \right] \right\} \\ = -\frac{8I_0}{r^2 \ln |v_b|} e^{-2\beta r} [1 - \exp \left[ -\left( \frac{2}{3} + \frac{4}{\sqrt{6}} \right) \beta r \right] + \sqrt{\pi \beta r} e^{\beta r} \{ \operatorname{erf}(\sqrt{\beta r}) - \operatorname{erf} \left[ \left( 1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \sqrt{\beta r} \right] \} + \frac{1}{4} \exp \left( -\frac{16}{3} \beta r \right) ] \quad (14)$$

以上

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi.$$

(二) 不存在  $\alpha_B$  且  $P \ll 1$  的平均声强

在这种情况下, 我们并没有限定  $H \gg Z$ , 而且  $|v_b|$  比较大 (通常在 0.25 以上)。因此, 当顾及到近场特性时, 对  $l$  的求和不应展布到  $l = \infty$ , 即这时的平均声强可按公式

$$I = \frac{2\pi I_0}{k_0 r} \sum_{l=L+1}^N \frac{1}{h_l} e^{-2\beta_l r} \quad (15)$$

来计算。式中  $h_l$  为第  $l$  号简正波所对应的“准平

面波”在海水中的反转高度，其表示式为<sup>[1]</sup>

$$h_1 = \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{3\alpha}{k_0} \left( l + \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{2/3} \quad (16)$$

把表达式(8)及(16)代入(15)式中，得平均声强的表式

$$I = I_1' + I_2' \quad (17)$$

式中

$$I_1' = \frac{8I_0}{3r^2(-|\ln|v_a|)} \left\{ \exp \left[ -2\rho_0 \left( l + \frac{1}{4} \right)^{-1/3} r \right] - \exp \left[ -2\rho_0 \left( L + \frac{1}{4} \right)^{-1/3} r \right] \right\}, \quad (18)$$

$$I_2' = \frac{8I_0}{-r^2 \ln|v_a|} \exp(-2\hat{\beta}r) \left\{ 1 - \exp(-2\hat{\beta}r(\varepsilon(l_2 - l_1) + \sqrt{2\varepsilon(l_2 - l_1)})) + \sqrt{\pi \hat{\beta}r} \exp(\hat{\beta}r) \left\{ \operatorname{erf}(\sqrt{\hat{\beta}r}) - \operatorname{erf} \left[ \left( \sqrt{\varepsilon(l_2 - l_1)} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \sqrt{2\hat{\beta}r} \right] \right\} - \frac{2I_0}{r^2 \ln|v_b|} \left\{ \exp \left[ \frac{l_2 r \ln|v_b|}{k_0 H^2} \right] - \exp \left( \frac{r \ln|v_b|}{H} \right) \right\} \right\} \quad (19)$$

式中

$$\rho_0 = -(a/2)(k_0/3\alpha\pi)^{1/3} \ln|v_a|$$

(18)式揭示了平均声强具有深度结构： $I_1'$ 随差Z的增大(或L的减小)而变大。

### 三、 $\hat{\beta}$ 的简化

当 $P \ll 1$ 时，临界简正波(第 $l_1$ 号简正波)的衰减系数 $\hat{\beta}$ 可以表为海底声吸收系数 $\alpha'$ 的线性函数。事实上，当 $P \ll 1$ 时， $v_{l_1}$ 可表为<sup>[2]</sup>

$$m\sqrt{k_0^2(1+2aH) - v_{l_1}^2} -$$

$$v_{l_1} = \frac{-\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{c_1} + i\alpha'\right)^2 - v_{l_1}^2}}{m\sqrt{k_0^2(1+2aH) - v_{l_1}^2}} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_1} + i\alpha'\right)^2 - v_{l_1}^2} \quad (20)$$

式中 $v_{l_1} = k_0 + i\hat{\beta}$ ， $\omega$ 为声波的角频率， $c_1$ 为海底中的声相速， $\alpha'$ 为海底中的声吸收系数。

通常的条件

$$\frac{\omega}{c_1} \gg \alpha' \gg \hat{\beta}$$

和

$$mk_0 \sqrt{2aH} \gg \frac{\alpha'}{(c_1^2/c_0^2 - 1)^{1/2}}$$

总是严格成立的，故从(20)式中可得出

$$|v_a| = 1 - \frac{2\alpha' mc_0^2 \sqrt{2aH}}{\omega(c_1^2 - c_0^2)^{1/2} Q} \quad (21)$$

式中

$$Q = 2aHm^2 + (1 - c_0^2/c_1^2)$$

当 $\omega \gg 1$ 时，把(21)式代入(9)式中，

得

$$\hat{\beta} = \frac{amc_0^2 \alpha'}{\omega(c_1^2 - c_0^2)^{1/2} Q} \quad (22)$$

上式表明：当 $P \ll 1$ 时，简正波的衰减是由于海底有吸收所引起的，这与文献(8)中的结论相同。

把(22)式代入(8)中的第一式，得水速简正波的衰减系数的近似表式。

从(21)式中解出 $\alpha'$ ，有

$$\alpha' = \frac{\omega(1 - |v_a|) \sqrt{c_1^2 - c_0^2} Q}{2mc_0^2 \sqrt{2aH}} \quad (23)$$

(23)式指出，当 $|v_a|$ 与频率无关时， $\alpha'$ 与 $\omega$ 有线性关系；当 $|v_a|$ 与频率有关时， $\alpha'$ 对 $\omega$ 的依赖关系可能就变得较为复杂了。目前有许多实际测量得出： $\alpha'$ 正比于频率的一次方<sup>[9]</sup>。但 $|v_a|$ 与频率的关系目前还缺数据。

同样，我们可从(22)式中解出 $\alpha'$ ，有

$$\alpha' = \frac{\hat{\beta} (c_1^2 - c_0^2)^{1/2} Q}{ac_0^2 m} \quad (24)$$

从上面两式可以看出：我们可以通过  $|v_a|$  或  $\hat{\beta}$  的测定（比如用分离简正波的方法来测定  $\hat{\beta}$  或  $|v_a|$ ）来计算  $\alpha'$ 。当然，这只有在海底表面绝对平整以致散射效应可以忽略时才有可能。

#### 四、过渡距离与声场结构

在负声速梯度浅海中，由于边界和海水非均匀性的影响，使得声源所激发的声强在一定的距离上就偏离球面衰减，这就使声场呈现出空间结构。我们称这样的“一定的距离”为过渡距离。下面利用 (17) 式来导出各过渡距离的表式，并研究 (17) 式中的  $I$  随  $r$  的下降规律。

(17) 式是考虑到海水中简正波数目的有限性而得出的，因此它可用于近场。令 (19) 式中最后一项的指数函数的指数等于 1，就可解出一个特定距离：

$$r_2 = -\frac{H}{\ln |v_b|} \quad (25)$$

显然，当  $r < r_2$  时，有  $2\hat{\beta}r \ll 1$ ， $(\rho_0 r / L^{1/3}) \ll 1$ ，故表式 (17) 可简化为

$$I \approx \frac{8I_0\sqrt{a}}{3(2)^{1/6}r} \left( \sqrt{\frac{1}{H-Z}} - \sqrt{\frac{1}{H}} \right) + \frac{2I_0}{Hr} \approx \frac{2I_0}{Hr} \quad (26)$$

因为 (26) 式中的  $r$  只受限于上，故它可与声源邻近的球面自由场

$$I = \frac{I_0}{r^2} \quad (27)$$

相衔接，故有

$$\frac{I_0}{r^2} = \frac{2I_0}{Hr} \quad (28)$$

从 (28) 式中解出  $r$  做为第一过渡距离  $r_1$ ：

$$r_1 = \frac{H}{2} \quad (29)$$

我们把  $r < r_1$  的区域称为近场。显然，在近场范围内声强由表式 (27) 给出（它是由简正波与侧面波声强贡献之总和），这时  $I$  随  $r$  呈“球面规律”下降，且  $I$  与海洋的环境参数无关。

我们把  $r_2$  作为第二过渡距离，并把  $r_1 < r < r_2$  的区域称为近中场。显然，在近中场范围内，声强由 (26) 式给出，即这时  $I$  随  $r$  呈“柱面规律”下降，且  $I$  由海洋环境参数  $H$  所控制。

由 (19) 式最后第二项中的指数函数里的指数等于 1 可引出第三过渡距离  $r_3$ ：

$$r_3 = -\frac{k_0 H^2}{l_2 \ln |v_b|} \quad (30)$$

我们把  $r_2 < r < r_3$  的区域称为中中场。在中中场范围内，(17) 式可近似地表为

$$I \approx \frac{8I_0\sqrt{a}}{3(2)^{1/6}r} \left( \sqrt{\frac{1}{H-Z}} - \sqrt{\frac{1}{H}} \right) - \frac{2I_0}{r^2 \ln |v_b|} \exp(-r/r_3) \quad (31)$$

这时， $I$  随  $r$  的变化有含“柱面规律”下降的成分，也有含“球面指数规律”下降的成分，但前者对  $I$  的贡献在逐渐加强，后者对  $I$  的贡献在逐渐减弱。而  $I$  由海洋环境参数  $H$ ， $a$ ， $|v_b|$  和  $\alpha_A$ （通过  $l_2$ ）所控制。

在近距离处  $I'_2 > I'_1$ ，但由于  $I'_2$  随  $r$  的下降速度比  $I'_1$  随  $r$  的下降速度大，因此在远中场的某一距离处， $I'_1$  与  $I'_2$  对  $I$  的贡献是一样的，故有

$$I'_1 = I'_2 \quad (32)$$

将 (18) 式和 (19) 式代入 (32) 式中，解出  $r$  来作为第四过渡距离  $r_4$ 。并把  $r_3 < r < r_4$  称为远中场。在远中场范围内，(17) 式中的每一项都对  $I$  有一定的贡献，故声强由 (17) 式给出，这时  $I$  随  $r$  的下降规律比较复杂，且  $I$  由海洋环境参数  $H$ 、 $a$ 、 $|v_b|$ 、 $|v_a|$  和  $\alpha_A$  所控制。

根据 (18) 式，当  $l_1 \gg L$  时，由  $2\rho_0 r(L + 1/4)^{-1/3} = 1$  可解出第五过渡距离  $r_5$ ：

$$r_5 = \frac{(L + 1/4)^{1/3}}{2\rho_0} \quad (33)$$

把  $r_4 < r < r_5$  的区域称为远场。在远场范围内，声强由 (18) 式给出，即  $I = I'_1$ 。这时  $I$  随  $r$  的下降规律不呈“球面指数规律”，而近于“柱

