

关于海水降温期中上混合层的深度及其温、盐度的计算

孙琪田

(六机部七院760试验场)

本文根据В. А. Цикунов, Р. В. Смирнова和В. М. Грузинов等人关于计算海水降温期中上混合层的深度、温度和盐度的研究工作, 摘要综述而成。文中讨论的是在海水降温期中, 当给出海水的温度、盐度、海表面的热平衡资料和蒸发、降水的观测值时, 如何计算海水上混合层的温度、盐度、深度及其随时间的变化等问题。

一、方法的基本假定

假定海水在降温期(既可取海区降温期的开始, 亦可取降温期内某一过渡时刻)中, 上层海水密度加大, 造成海水不稳定性而形成了上均匀层。这一过程是由于表面海水冷却和因蒸发超过降水而引起盐度增大所致, 并且认为上均匀层以下的海水密度比上均匀层内的密度大。同时假定在所讨论的海区中, 热、盐的水平迁移很小, 以致可将这种水平迁移忽略不计; 并可忽略上均匀层同其下层的垂直热交换。

此外, 还假定上混合层的温度、盐度、密度以及上混合层的深度, 都是时间的函数; 而上混合层以下的温度、盐度和密度, 近似地认为只是深度的函数, 与时间无关。

二、公式的推导

为计算降温期中上混合层的深度、温度和盐度, 先根据前面的假定推出混合层的热平衡方程式。为此, 我们在海水上层划分出以截面 Q 所表示的平行六面体, 让该平行六面体的上底位于海表层, 即让它与初始时刻 $t=0$ 的海面相吻合, 让下底与 t 时刻的上均匀层下边界 $H(t)$ 相吻合。此平行六面体的上底和下底都

随时间的变化而变化。

现在来研究平行六面体内热量的变化。设 $T_*(Z)$ 、 $\rho_*(Z)$ 为温度、密度在初始时刻($t=0$)时沿着深度上的分布, 并把 $0-H$ 高度分成几等份, 每份高度为 ΔZ 。这样, 每个被划分出的体积元在初始时刻的热含量 ΔQ_{*1} 为:

$$\Delta Q_{*1} = \rho_*(Z_1) q \Delta Z_1 C_p(Z_1) T_*(Z_1) \quad (1)$$

故整个平行六面体内的热含量为

$$Q_* = q \sum_{i=1}^{i=n} C_p(Z_i) \rho_*(Z_i) T_*(Z_i) \Delta Z_i \\ \approx q \int_0^H C_p(Z) \rho_*(Z) T_*(Z) dZ \quad (2)$$

$C_p(Z)$ 为定压比热。

上述平行六面体的上、下底都随时间而变, 故对于 t 时刻, 平行六面体的高变为: $H(t)-h(t)$ 。其中 $h(t)$ 表示在 t 时段内, 海水被蒸发的厚度与降水的厚度之差(即海面高度的变化)。在 $H-h$ 混合层厚度中, T 表示温度, $C_p(H)$ 表示定压比热, $\rho_*(H)$ 表示密度, 则 t 时刻平行六面体内的热含量为:

$$Q = q(H-h) \rho_*(H) C_p(H) T \quad (3)$$

式(2), (3)分别给出了初始时刻和 t 时刻平行六面体内的热含量。下面研究在 t 时段内, 通过平行六面体上底, 由于辐射、传导和蒸发所消耗的热量。

假定在单位时间内, 由于辐射和传导通过单位海面所放出的热量为 $\Pi(t)$, 那么在 dt 时间内通过平行六面体上底放出的热量是

$$q \Pi(t) dt \quad (4)$$

故在 t 时段内, 通过平行六面体上底放出的热

量为:

$$q \int_0^t \Pi(t) dt \quad (5)$$

在同一时段内, 由于蒸发所消耗的热量则为:

$$q \int_0^t \rho_*(H) L_T D dt \quad (6)$$

式(6)中, L_T 为温度是 T 时的蒸发潜热; D 为单位时间内蒸发和降水之差所引起的海平面降低的高度, 对于从 $0-t$ 时刻海面降低的高度, 即为前面提到的 $h(t) = \int_0^t D dt$ 。

至此, 我们便可得到在划分出的平行六面体内热量平衡方程式:

$$\begin{aligned} & q \int_0^H C_p(Z) \rho_*(Z) T_*(Z) dz \\ & - q(H-h) \rho_*(H) C_p(H) T \\ & = q \int_0^t \Pi(t) dt + q \int_0^t \rho_*(H) L_T D dt. \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式经简化得:

$$\begin{aligned} & 0.1 \bar{C}_p \bar{\rho}_* \left[\int_0^H T_*(Z) dZ - (H-h) T \right] \\ & \approx p(t). \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $p(t) \approx \int_0^t \Pi(t) dt + \bar{L}_T \bar{\rho}_* h(t)$ 是在 t 时段内通过单位海面所减少的热量, 以千卡/厘米²表示(其中 \bar{L}_T 为平均蒸发潜热)。 \bar{C}_p 为定压比热的平均值, 以卡/克·度表示。 $\bar{\rho}_*$ 为平均密度, 以克/厘米³表示。 $T_*(Z)$ 、 T 以度表示, H 和 h 以米表示。

用类同的方法, 可得到此平行六面体内的盐量平衡方程式。

假定 $S_*(Z)$ 是初始时刻($t=0$)时盐度随深度的分布; C 是初始时刻时平行六面体内的盐量, 则

$$C = q \int_0^H \rho_*(Z) S_*(Z) dZ. \quad (9)$$

假定在 t 时刻, 上混合层的盐度为 S , 上混合层的密度为 $\rho_*(H)$, 则平行六面体中的盐量为:

$$C = q \rho_*(H) (H-h) S. \quad (10)$$

显然(9)式和(10)式是衡等的, 则盐量平衡方程为:

$$q \int_0^H \rho_*(Z) S_*(Z) dZ = q \rho_*(H) (H-h) S, \quad (11)$$

简化后得:

$$S \approx \frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z) dZ. \quad (12)$$

在方程(8)和(12)中, $T_*(Z)$ 、 $S_*(Z)$ 为已知的观测值, $\bar{\rho}_*$ 是根据温、盐算得的已知值, $p(t)$ 和 $h(t)$ 也是已知的观测值, 未知数只有 T 、 S 和 H 。要求解三个未知数, 仅有两个方程是不够的, 故须再给出一个状态方程, 即温、盐、密三者关系的方程式:

$$\sigma_*(H) = f(T, S). \quad (13)$$

该式表示降温期中, 对流达到 H 深度上的密度 $\sigma_*(H)$, 等于上混合层内温度为 T , 盐度为 S 的条件密度。

于是, 我们得出问题求解的原始方程组(8), (12), (13):

$$\begin{aligned} & 0.1 \bar{C}_p \bar{\rho}_* \left[\int_0^H T_*(Z) dZ \right. \\ & \left. - (H-h) T \right] \approx p(t), \end{aligned} \quad (8)$$

$$S \approx \frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z) dZ, \quad (12)$$

$$\sigma_*(H) = f(T, S). \quad (13)$$

三、原始方程组的图解法

上述原始方程组在给出了观测的温、盐值, 海平面的变化量值 $h(t)$ 及热平衡资料 $p(t)$ 后, 原则上就可求解降温期中任意时刻的 T 、 S 和混合深度 H 。然而实际计算起来是相当困难的, 为此特介绍一种图解法。

我们以N海区某一经纬度方格内所观测的资料为例, 计算了1957年11月23日—1958年3月末这一降温期中的温、盐度和混合层的深度。

首先, 对原始方程组里的 $T_*(Z)$ 、 $S_*(Z)$, 我们不是以解析形式而是以表格的形式给出。在表格中 $T_*(Z)$ 和 $S_*(Z)$ 是在特定层次上

通过观测所得，因此，在计算 $\int_0^H T_*(Z)dZ$ 和 $\frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z)dZ$ 的积分值时，采用梯形公式比较简便，即：

$$\int_0^H T_*(Z)dZ = \Delta H \left[\frac{1}{2} T_*(O) + T_*(Z) + T_*(Z_2) + \dots + \frac{1}{2} T_*(Z_n) \right], \quad (14)$$

$$S(H, h) = \frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z)dZ = \frac{\Delta H}{H-h} \left[\frac{1}{2} S_*(O) + S_*(Z_1) + S_*(Z_2) + \dots + \frac{1}{2} S_*(Z_n) \right]. \quad (15)$$

式中 $T_*(O)$ 、 $S_*(O)$ 、 $T_*(Z_1)$ 、 $S_*(Z_1)$ 、 $T_*(Z_2)$ 、 $S_*(Z_2)$ 、... 是水平层 $Z=0$ 、 $Z=Z_1$ 、 $Z=Z_2$ 、... 处的温、盐观测值。如果观测层次不是等距的话，那最好利用内插法，求得等距离层次上的温、盐值。例如取 $\Delta H=5$ 米。应当指出式 (15) 计算起来要比式 (14) 复杂些，这是因为式 (14) 仅是一个独立变量 H 的函数，而式 (15) 是两个独立变量 H 和 h

的函数。如果把 H 看作独立变量，把 h 作为参量，并使这一参量具有某些确定值 h_0 、 h_1 、 h_2 、... 时（在实际情况下 h 可取 0.0、0.2、0.4 米等等），则式 (15) 也和式 (14) 计算起来一样简便。现将 (14)、(15) 两式的计算结果引入表 1 和表 2。

其次来求混合层的热含量，为此，我们在表 3 中给出了对于不同 H 和 h 时，方程 (8) 左部表达式的计算值。

表 3 的第 9 栏是依公式 (13) 在知道密度和盐度 $S(H, h)$ 的情况下，由海洋学常用表求得。

我们再把 N 海区某一经纬度方格内在降温期所观测到的 $p(t)$ 、 $h(t)$ 的量值引入表 4。

按表 3、4，就可绘出 N 海区某经纬度方格内 $H(t)$ 和 $T(t)$ 的图解 (图 1、2)。

两图中第四象限内的曲线是根据表 4 第 6 栏内的数值所绘出，它代表从零到 t 时刻 (即从 11 月 23 日到 3 月末) 海平面降低的累加厚度 $h(t)$ 。图中坐标轴的时间、热量、温度和长度的比例尺选取是任意的，但两图中同一要素比例尺的选取则应是一致的。

现在就分别说明两种图解的结构。在图 1 中，第一象限的曲线是根据表 4 第 3 栏内的数

表 1 N 海区某一经纬度方格中 $\int_0^H T_*(Z)dZ$ 的计算值

层次 H (米)	温度的初始分布 $T_*(Z)$ (度)	$\frac{1}{2} T_*(Z)$	$b_n = \frac{1}{2} T_*(O) + T_*(Z_1) + T_*(Z_2) + \dots + \frac{1}{2} T_*(Z_n)$	初始时刻水层的热含量 $\int_0^H T_*(Z)dZ = \Delta H b_n$ (米度)
0	13.80	6.90	—	—
5	13.86	6.93	13.83	69.15
10	13.92	6.96	27.72	138.60
15	13.89	6.94	41.62	208.10
20	13.87	6.94	55.50	277.50
25	13.86	6.93	69.37	346.85
30	12.63	6.32	82.62	413.10
35	11.30	5.65	94.59	472.95
40	10.02	5.01	105.25	526.25
45	8.71	4.36	114.62	573.10
50	7.40	3.70	122.68	613.40

表2 N海区某一经纬度方格中 $\frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z)dZ$ 的计算值

层次 H (米)	1	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
盐度的初始分布 $S_*(Z) \text{‰}$	2	18.23	18.24	18.24	18.25	18.25	18.26	18.29	18.33	18.36	18.39	18.43
$\frac{1}{2} S_*(Z)$	3	9.12	9.12	9.12	9.12	9.12	9.13	9.14	9.16	9.18	9.20	9.22
$\delta n = \frac{1}{2} S_*(0) + S_*(Z_1) + S_*(Z_2) + \dots + \frac{1}{2} S_*(Z_n)$	4		18.24	36.48	54.72	72.96	91.21	109.48	127.78	146.12	164.50	182.92
海平面的变化 h (米)	5		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
			0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
			0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
$H-h$	6		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0
			4.8	9.8	14.8	19.8	24.8	29.8	34.8	39.8	44.8	49.8
			4.6	9.6	14.6	19.6	24.6	29.6	34.6	39.6	44.6	49.6
$\frac{\Delta H}{H-h}$	7		1.0000	0.5000	0.3333	0.2500	0.2000	0.1667	0.1428	0.1250	0.1111	0.1000
			1.0417	0.5102	0.3378	0.2525	0.2016	0.1678	0.1437	0.1256	0.1116	0.1004
			1.0870	0.5203	0.3425	0.2551	0.2032	0.1689	0.1445	0.1263	0.1121	0.1008
混合层的盐度 $S = \frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z)dZ$	8		18.24	18.24	18.24	18.24	18.24	18.25	18.25	18.26	18.26	18.29
			19.00	18.61	18.48	18.42	18.39	18.37	18.36	18.36	18.36	18.36
			19.83	18.98	18.74	18.61	18.53	18.49	18.46	18.45	18.44	18.44

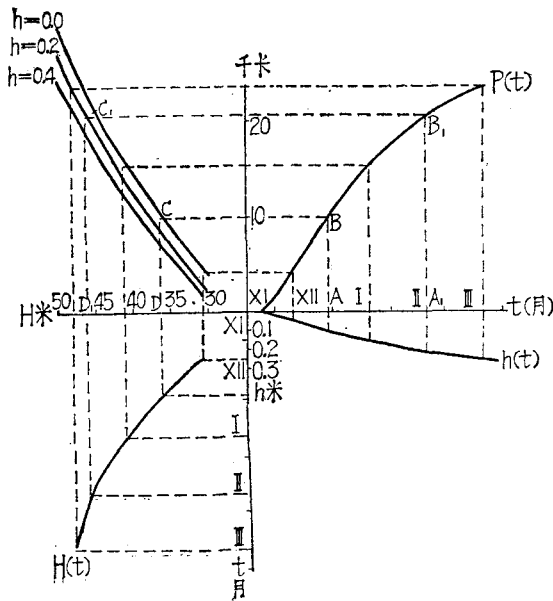


图1 N海区某经纬度方格内混合层深度 $H(t)$ 的求定

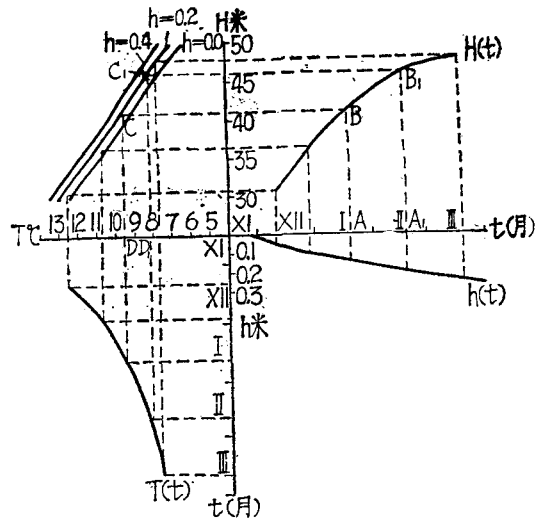


图2 N海区某经纬度方格内混合层温度 $T(t)$ 的求定

表3 混合层热含量的求定

层次 H (米)	1	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
盐度的初始分布 $S_*(\%)$	2	18.23	18.24	18.24	18.25	18.25	18.26	18.29	18.33	18.36	18.39	18.43
温度的初始分布 $T_*(\text{度})$	3	13.80	13.86	13.92	13.89	13.78	13.86	12.63	11.30	10.02	8.71	7.40
密度的初始分布 σ_*	4	13.36	13.36	13.36	13.36	13.36	13.37	13.60	13.80	14.05	14.23	14.41
$\int_0^H T_*(Z) dZ$	5		69.15	138.60	208.10	277.50	346.85	413.10	472.95	526.25	573.10	613.40
海平面的变化 h (米)	6		0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4	0.0 0.2 0.4
H - h	7		5.0 4.8 4.6	10.0 9.8 9.6	15.0 14.8 14.6	20.0 19.8 19.6	25.0 24.8 24.6	30.0 29.8 29.6	35.0 34.8 34.6	40.0 39.8 39.6	45.0 44.8 44.6	50.0 49.8 49.6
混合层的盐度 $S = \frac{1}{H-h} \int_0^H S_*(Z) dZ$	8		18.24 19.00 19.83	18.24 18.61 18.98	18.24 18.48 18.74	18.24 18.42 18.61	18.24 18.39 18.53	18.25 18.37 18.49	18.25 18.36 18.46	18.26 18.36 18.45	18.28 18.36 18.44	18.29 18.36 18.44
混合层的温度 T (度)	9		13.88 16.85 19.67	13.88 15.40 16.76	13.88 14.84 15.89	13.88 14.61 15.40	13.82 14.42 15.00	12.50 13.06 13.52	10.92 11.47 12.00	9.38 10.00 10.50	8.00 8.54 9.08	6.22 6.89 7.45
(H - h)T	10		69.40 80.88 90.48	138.80 150.92 160.90	208.20 219.63 231.99	277.60 289.28 301.84	345.50 357.62 369.00	375.00 389.19 400.19	382.20 399.16 415.20	375.20 398.00 415.80	360.00 382.59 404.97	311.00 343.12 369.52
方程(8)的左部 $0.1 C_p \sigma_* \left[\int_0^H T_*(Z) dZ - (H-h)T \right]$ (千卡/厘米 ²)	11		-0.025 -1.173 -2.133	-0.020 -1.232 -2.230	-0.010 -1.153 -2.389	-0.010 -1.178 -2.434	-0.135 -1.077 -2.215	3.810 2.391 1.291	9.075 7.379 5.775	15.105 12.825 11.045	21.310 19.051 16.813	30.240 27.028 24.388

表4 N海区某一经纬度方格中 p(t) 和 h(t) 值

日期	一平方厘米海面 一个月内减少的 热量(千卡)	从开始时刻一平方 厘米海表面所消耗的 热量总和p(t)(千卡)	在一个月的时间内 蒸发和降水之差 (厘米)	从开始时刻到t时刻 蒸发和降水之差的 总和h(t)(厘米)	量值h(t) (米)
1	2	3	4	5	6
11月23日	6.3	2.47	8.21	1.92	0.02
12月	8.33	10.80	9.14	11.06	0.11
1月	6.8	17.60	6.34	17.40	0.17
2月	4.2	21.80	4.85	22.25	0.22
3月末	1.4	23.20	5.22	27.47	0.27

值绘出的热量与时间的关系曲线 $p(t)$ 。第二象限内的曲线族是根据表3第1, 6和11栏中的数值绘出方程(8), 左部所示量值同 H, h 之间的关系曲线族。

图1构成后, 我们就可求取该海区降温期中任意时刻的混合层深度。如求12月28日的混合层深度 H , 先在水平时间轴上选取12月28日的点 A , 得知 h 为0.1米, 由 A 点引垂直线和 $p(t)$ 交于 B 点, 再由 B 点引水平线和第二象限内相应于 $h=0.1$ 的曲线相交, 因为该线事先没有绘出, 可取 $h=0$ 和 $h=0.2$ 两线之间的内插值, 以 C 表示, 然后由 C 向下引垂线和水平轴交于 D 点, 这 D 点标出的量值36.5米即为12月28日混合层所达到的深度。同样做法, 给出 $A_1B_1C_1D_1$, 便得到58年2月18日的混合深度为46.3米。类似的结构重复必要的次数, 就可在第三象限内绘出依赖于时间 t 的混合深度的关系曲线 $H(t)$ 。

在图2中, 第一象限内的曲线是由图1中移过来的。第二象限内的曲线族, 是根据表3中1, 6, 9栏数据绘出的不同参量 h 与混合深度 H 有关的混合层内温度的关系曲线族。

由图2即可求该海区降温期中任意时刻的混合层内的温度。如求取58年1月20日混合层的温度 T 。类同图1的求法, 先标出1月20日的 A 点, 再找出从11月23日到1月20日的海面变化量值 $h=0.15$ 米, 由 A 点引垂线同曲线 $H(t)$

交于 B 点, 再由 B 点引水平线与第二象限相应于 $h=0.15$ 米线相交于 C , 后再由 C 点向下引垂线交于水平轴 D , 即得出58年1月20日的混合层的温度值为 9.5°C 。如此类推, 重复必要次数, 便可在第三象限内求得依赖于时间 t 的混合层温度的变化曲线 $T(t)$ 。

在图2中, 第一象限内给出 $H(t)$ 的变化曲线, 第三象限内给出 $T(t)$ 的变化曲线。因此, 对给定的海区, 只要作出这一图解, 便可根据这两种关系曲线, 求得该海区整个降温期中任意时刻的混合层的温度和混合层的深度了。反之, 知道了混合层的深度(或混合层的温度), 亦可查算达到这一混合层深度(或混合层温度)所需的时间。

本文所介绍的方法主要优点是计算简单。利用变化曲线 $p(t)$ 和 $h(t)$ 作出 $H(t)$ 和 $T(t)$ 的关系图就能求出温度随混合深度的变化过程; 若能精确地提供热平衡资料, 则通过计算所得量值的精度是比较高的。方法的主要缺陷除了上述未考虑海水的水平迁移外, 也未考虑外界动力因素所引起的海水上层的混合, 而将海区降温期中上层海水的混合, 仅仅视为纯密度所引起, 这显然是很不全面的。但目前要精确地获得海上热平衡资料也非易事。因此, 本方法对于封闭性的局部海区或质量场平流输送可以忽略的海区, 仍不失为一种简单易行的实用方法。

全国海水提铀工作第四次例会在连云港市举行



简讯

全国海水提铀工作第四次例会于1982年6月16—20日在江苏省连云港市举行。来自核工业部、中国科学院、教育部、国家海洋局和上海、天津、江苏、山东、吉林等25个省市和单位的45名干部及科学技术人员, 出席了会议。

会上, 华东师范大学陈邦林副教授等介绍了国内外海水提铀研究的现状及动态。代表们还就海水提铀机理、吸附剂制备及理化测试、环境保护“三废”处理等方面作了学术报告, 交流了经验, 并对今后加强海水提铀的分工协作及发展方向提出了许多建议。

会议共收到论文34篇。这些论文反映了近几年来我国海水提铀工作所取得的较好成绩及进展。与会代表认为, 这些论文的质量较过去有所提高, 其中吸附剂的品种较以前有所增加, 表明了当前在新吸附剂研制方面开展得比较活跃; 目前吸附剂的品种和吸铀效率已接近国际先进水平, 在吸附机理研究方面提出了独特见解, 这对于提高吸附剂的研制工作具有指导作用。此外, 在吸附工艺与环境保护“三废”处理等方面也作了有益的探索, 使海水提铀研究, 在为国民经济建设服务的道路上迈出了可喜的一步。

(吴嘉骏)