

波浪与水流共同作用下的底砂起动

王运洪

(天津市水利科学研究所)

研究波浪与水流共同作用下底砂的起动，对于研究和解决河口海岸地区的冲淤变化、沿海航道的变迁、堤岸工程和闸下淤积的疏浚等问题，以及从理论上和实践中分析泥沙回淤及输沙量都具有重要的现实意义。

本文通过理论推导和实验观测，对波浪、水流共同作用下的底砂起动进行了研究探讨。

一、理论分析

1. 颗粒受力分析及平衡条件

假定底部单颗粒砂为圆形时，起动前的颗粒在水中的重力（有效重力）为：

$$W_e = (\gamma_s - \gamma) \frac{\pi}{6} d^3 \quad (1)$$

水流对底砂颗粒的剪切力为：

$$T_o = \lambda_0 \tau_0 d^2 \quad (2)$$

水流对底砂颗粒产生的正面推力为：

$$P_s = \lambda_s \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho u_0^2}{2} = P_s \frac{\pi d^2}{4} \quad (3)$$

由于水流的不对称所产生的绕流上举力为：

$$P_g = \lambda_g \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho u_0^2}{2} = P_g \frac{\pi d^2}{4} \quad (4)$$

水流叠加波浪后，由波浪引起的附加剪切力（波浪附加剪切力）为：

$$T_w = \lambda_w \tau_w d^2 \quad (5)$$

上述各式中： γ_s 为颗粒容重； γ 为水的容重； d 为颗粒直径； λ_0 为无因次系数； τ_0 为水流对底部的平均剪应力； λ_s 为沿水流方向的阻力系数； ρ 为水的密度； u_0 为水流近底流速； λ_g 为沿重力方向的阻力系数； λ_w 为无因次系数； τ_w 为波浪对底部的剪应力。

其中，对于二元恒定均匀明渠水流或特别宽浅的明渠，水流对底部的剪应力 τ_0 为：

$$\tau_0 = \gamma h J \quad (6)$$

式(6)中， h 为水深； J 为水力坡度（总能头线坡度），在均匀流甚至渐变流时取为水面坡度，也可用 $\sin\theta$ 表示。

由于

$$J = \frac{\lambda}{4h} \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

式中 λ 为阻力系数， \bar{u} 为沿水深的平均流速，故：

$$\tau_0 = \gamma h J = \frac{\lambda}{4} \frac{\gamma \bar{u}^2}{2g} = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{u}^2 \quad (7)$$

底砂颗粒以滑动方式起动时的颗粒受力见图 1。

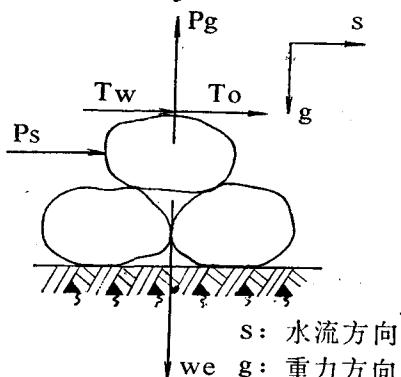


图 1 底砂颗粒以滑动方式起动时的颗粒受力

底砂颗粒沿水流方向的滑动极限平衡条件为：

$$f w_e = T_o + P_s + f P_g + T_w \quad (8)$$

式(8)中， f 为摩擦系数。

底砂颗粒以滚动方式绕 A 点起动时，其滚动极限平衡条件见图 2。

$$\eta \cdot w_e = \eta_1 \cdot T_o + \eta_2 \cdot P_s + \eta_3 \cdot P_g + \eta_4 \cdot T_w \quad (9)$$

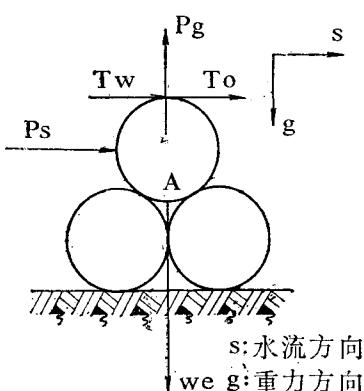


图 2 底砂颗粒以滚动方式起动时的颗粒受力

式中, η 、 η_1 、 η_2 、 η_3 、 η_4 为无因次折减系数。

对各作用力方向的选定以最有利于滑动或滚动起动为准。

从(9)式可看出, 当 η_1 、 η_2 、 η_4 分别等于1, 且 η 和 η_3 等于摩擦系数时, 即成为滑动极限平衡方程的形式。其等号左边为抗拒颗粒起动的力, 右边为促使颗粒起动的力。因此,

(9)式是底砂颗粒或以滑动方式或以滚动方式起动的受力平衡方程。当然, 底砂颗粒开始起动的方式应视主要是滚动。

2. 起动公式的建立

将(1) — (5)式分别代入(9)式, 并考虑到颗粒的形状、排列、支撑等情况, 将各项分别给出不同的系数, 即:

$$k_0(\gamma_s - \gamma)d = \tau_0 + \frac{k_3}{k_2}P_s + \frac{k_4}{k_2}Pg + \frac{k_5}{k_2}\tau_w \quad (10)$$

式中, $k_0 = \frac{k_1}{k_2}$

(10)式的公式结构形式与Shields的临界起动剪应力公式的形式相一致。等号左边的 k_0 相当于Shields参数 ψ_m , 等号右边的总体相当于Shields的临界起动剪应力 τ_c 。其中, 第一项为单纯水流作用下的底部剪应力; 第二项是在水流方向由颗粒前后的压力差引起的单位面积上的正面推力; 第三项是由颗粒上、下的水流速度差引起的单位面积上的绕流推力;

第四项是水流叠加波浪后, 波浪产生的附加剪应力。在无波浪时, (10)式等号右边第四项 $\tau_w = 0$, 底砂颗粒起动的剪应力要由等号右边第二项和第三项对第一项加以修正而得到。也就是说, 由于 τ_0 是由定床二元均匀流得来, 这是实际流体的一种比较理想的情况, 而对于动床, 则因底砂起动时颗粒周围的局部应力场、流速场发生变化而不同于定床。诚然, 这种局部变化对水流整体及 $\tau = \tau(h)$ 影响不大, 仍可认为剪应力 τ 沿水深的分布为直线分布, 而对底部剪应力 τ_0 则发生变化。可认为这个变化了的底部剪应力仍由定床的底部剪应力 τ_0 与附加上的修正应力来表示。有波浪时, 波浪对底部的作用是相对于水流来说的一种大的附加扰动作用。作为修正 τ_0 的等号右边第二、第三项将显著增强, 故可把(10)式等号右边作为修正水流底部剪应力的后三项合并为一项, 用 $k_w\tau'_0w$ 来表示:

$$k_0(\gamma_s - \gamma)d = \tau_0 + k_w\tau'_0w = \tau_b \quad (11)$$

(11)式的 τ_b 对于临界底砂的起动, 就是临界起动剪应力 τ_c 。也就是说, 波浪、水流共同作用的底部剪应力达到相对于底砂起动的临界值, 即是底砂临界起动剪应力。对于波浪、水流共同作用下的底部剪应力的选取, 目前可有多种, 就其表达式与本文(11)式形式比较一致, 可采用Van Hoften^[3]等人的波浪、水流共同作用的底部剪应力公式:

$$\tau_b = \rho gh \sin \theta + \rho g \alpha a^2 \left[\frac{2}{c} (\bar{u} + c_g) - \frac{1}{2} \right] \quad (12)$$

(12)式中等号右边第一项就是水流作用下的底部剪应力, 即 $\gamma h J$; 第二项是波浪、水流共同作用下的附加剪应力, 其中 $\rho g \alpha a^2 \frac{2\bar{u}}{c}$ 是共同作用下水流传递的动量, 相当于(10)式等号右边第二和第三项; $\rho g \alpha a^2 \left(\frac{2c_g}{c} - \frac{1}{2} \right)$ 是共同作用下波浪传递的动量, 相当于(10)式等号右边第四项。

将(12)式代入(11)式, 为区别式中两

项各对底砂颗粒起动的影响，分别给予水流传播动量系数 c_f 和波浪、水流共同传播动量系数 c_w ，从而得出波浪、水流共同作用下底砂起动的粒径与水流及波浪要素之关系式：

$$\left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma}\right) d = c_f \frac{\lambda}{4} \frac{\bar{u}^2}{2g} + c_w \alpha a^2 \left[\frac{2}{c} (\bar{u} + c_g) - \frac{1}{2} \right] \quad (13)$$

二、试验情况

1. 实验设备

本实验是在 $1200 \times 38.1 \times 54.5$ 厘米的试验水槽中进行。水槽底部铺有3厘米厚抹光面钢筋混凝土平板，侧壁为0.5厘米厚玻璃板。槽首端设有1:3—1:4多孔消能板，板上铺有3—5厘米粒径的碎石。槽尾部设有提拉式尾门。试验观测断面距生波机击块740厘米，距尾门下端200厘米。槽内的波浪是由击块式生波机产生，其位置设在水槽上游距首端200厘米处，使波浪与槽内水流传播方向一致。生波机由一个变速马达驱动，其工作性能稳定，产生的波型光滑对称。

2. 试验条件

水流：变换水深5种($H = 25—42$ cm)，断面平均流速($\bar{u} = 12.0—20.5$ cm/s)。

波浪：变换波周期8种($T = 0.67—1.09$ s)，波高($a = 3—9$ cm)。

底砂：参照海洋调查规范的分类，选取了从细砂至粉砂7种较细颗粒砂($d_{50} = 0.193—0.034$ mm)，为了比较，也选取了一组中砂($d_{50} = 0.270$ mm)。

3. 底砂起动标准

一般来说，对于水流作用下底砂起动的标准，多以30%—50%起动为主，如Shields等人；而对于波浪作用下底砂起动的标准，则由于波浪底部往复作用对观测带来困难，故有些研究者采用个别起动为标准，如Bagnold等人。对于本试验，由于相对于底砂起动时其水流较

强、波浪较弱，且底砂砂样经筛分后仍有一个粒径范围，因此，取显著起动为起动标准。该标准相当于30%—50%左右的颗粒起动，并且也相当于对应每组砂样 d_{50} (中值粒径)或 d_{p4}

(平均粒径)的起动(这样可避免砂样中个别轻质或细小颗粒的起动为砂样中代表粒径的起动)。另外，显著起动标准应在连续多次试验各组中选出一个观测标准。

4. 试验程序

首先在水槽内放入15—20cm清水。将砂样放入 $30 \times 10 \times 1$ cm长方型铁盒内，平稳放入水槽内底部预留的 $30.1 \times 10.1 \times 1.1$ cm长方型槽孔中，再在铁盒上端散入少量同样粒径的砂样，用钢尺从上游向下游方向缓慢、均匀将砂面刮至与槽底齐平。然后提升尾门，开水泵把清水由蓄水池内抽到水槽侧顶部的水箱内，再由三角缸自由流出进入水槽。开始时流量放最小(流速最小)，调整尾门至预定水位。开动生波机，随即打开观测断面上方和侧面的照明设备，借助放大镜进行观察。逐步开大水泵进水阀门，增加流量，降低尾门以保证水位直至底砂起动。

底砂起动后先测量此时的波高、波速、波周期等要素；以后关闭生波机，测量三角缸缸顶标高、水槽内水深和水温，再关闭水泵。

5. 数据的处理

首先，将试验实测数据按下式计算出 D_w ：

$$D_w = \alpha a^2 \left[\frac{2}{c} \left(\bar{u} + c_g \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (14)$$

其中，

$$c_g = \frac{c}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right]$$

$$\alpha = \frac{2k}{b} \sqrt{\frac{\gamma}{2\sigma}} \left(\frac{kb + \sinh 2kh}{2kh + \sinh 2kh} \right)$$

(14)式中， a 为波高； c 为波速； \bar{u} 为断面平均流速($\bar{u} = Q/b \cdot h$)， b 是水槽宽， h 是水深， Q 是流量； c_g 为波群速(波能传播速度)； k 为波数； α 为波浪衰减模数； σ 为圆频率； γ 为运动粘滞系数。

然后，依据最小二乘法原理，用自编的二元线性最小二乘回归法 FORTRAN 语言计算程序进行数据统计处理，从而获得起动公式中的系数 c_f 和 c_w 。

对于采用该方法上 441B—III 型电子计算机进行线性回归处理的效果检验，本文采用变相关系数 R 及概率中的 F 检验进行了分析，其结果 $R = 0.742$ ，表明回归效果很好。回归效果的显著性指标 $U = 51.473$ ，说明回归效果非常显著。系数 c_f 和 c_w 分别对 d 影响的大小，可由偏相关系数及概率中的 t（或 F）检验来判断，对于 c_f 的偏相关系数 $U_1 = 344.792$ ，说明其对 d 的影响非常显著；而对于 c_w 的偏相关系数 $U_2 = 3.065$ ，说明其对 d 虽也有重要影响，但与 c_f 对 d 的影响相比为小。

最后，我们还将本文实验值与单向水流作用下修正的 Shields 曲线及单纯波浪作用下底砂起动的不同学者的实验点^[1, 2]进行了比较，结果与 Shields 曲线的吻合趋势基本一致（图 3，(1)–(7)：作者）。

综上所述，作者通过底砂起动的理论分析和实验研究，得出(13)式，其中 $c_f = 70.201$ ， $c_w = -5.159$ 。本试验所采用的底砂起动标准相当于单位面积、时间内起动的比率为 0.5%–0.6%，但我们没有这样明确写出。在作进

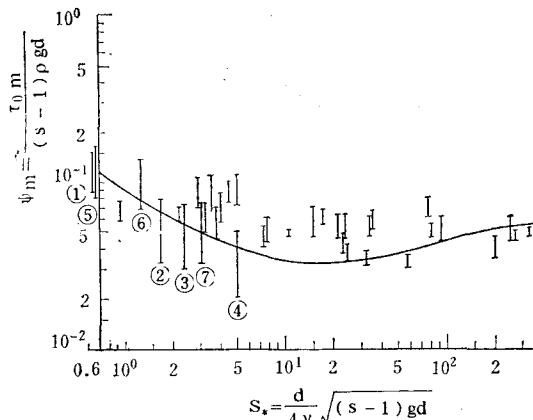


图 3 波浪、水流共同作用下底砂起动的实验点与修正的 Shields 曲线比较

一步扩大底砂试验范围的实验时，建议一并引入时间作为尺度，以便更确切地掌握和统一起动标准。

主要参考文献

- [1] 田中仁，首藤伸夫，1980。第27回海岸工学讲演会论文集。163—167页。
- [2] Madsen, O. S. and W. D. Grant., 1976. Proc. 15th Conf. Coastal Engineering. 2:1093—1112.
- [3] Van Hoften, J. D. A. and S. Karaki., 1976. Proc. 15th. Conf. Coastal Engineering. 1:404—422.

THE INITIATION OF BED SEDIMENT MOTION UNDER THE JOINT ACTIONS OF WAVE AND CURRENT

Wang Yunhong

(The Research Institute of Water Conservancy in Tianjin)

Abstract

This article presents the result of an investigation on the initiation of bed sediment motion under the joint actions of wave and current through both theoretical derivation and experimental observations, as a result of this investigation, a formula for initiating noncohesive sediment motion under the above conditions is proposed.

Two empirical coefficients—the momentum propagation coefficient of current C_f , and the momentum propagation coefficient of wave and current C_w —are obtained from experimental data which have been processed by a two dimensional least-square algorithm program through computer analysis. The results compare favorably with Shields Surves.