

关于依上跨零点波高和依下跨零点波高的统计分析*

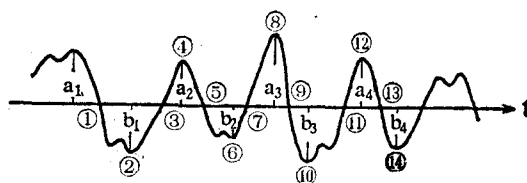
范顺庭 王以谋 侯永明

(中国科学院海洋研究所)

一、前言

波高的统计分析是海浪分析的重要内容之一，波高的统计特征在时间域上比较充分地反映了海浪的统计特征。按物理学的一般概念，物体完成一次振动所需的时间称为物体振动的周期，物体离开平衡位置的最大位移称为物体振动的振幅。波高由此就可定义为两个相邻的显著波峰与显著波谷之间的铅直距离。假设下图是一段海浪的定点连续观测记录，按照上述定义，图中点②与④及④与⑥之间的铅直距离都叫做海浪的波高。文圣常教授所著的《海浪讲义》中称前者为“依上跨零点波高”，称后者为“依下跨零点波高”。依上跨零点波高是海浪的波面由波谷上升跨过零线到达波峰所具有的铅直位移，依下跨零点波高则是波面由波峰下降跨过零线再达到波谷所具有的铅直位移。图中的点①，⑤，⑨等称为下跨零点，点③，⑦，⑪等称为上跨零点；如果以零交点做为周期的分隔点，则点①与⑤或③与⑦等之间的时间间隔都是海浪振动的周期，称为零交周期，即为跨零周期。可以看出依上跨零点波高所涉及的零交周期是由下跨零点所确定的零交周期；依下跨零点波高所涉及的零交周期则是由上跨零点所确定的零交周期。通常人们所说的“上跨零点波高”即为通常所说的波高，正是本文所说的依下跨零点波高。对于上跨零点波高，人们已经十分熟悉，并在实际中已有广泛的应用和较深入的讨论；但是对于依上跨零点波高，则没有给予足够的注意。

我国的海洋台站对海浪的观测大都是单个



海浪记录曲线示意图

波数据，这些数据难以分辨依上跨零点波高和依下跨零点波高这两种波高的值。随着测波自记仪器的广泛使用，大量的连续的观测记录可以同时获得这两种波高值。仔细分析两种波高的性质对海浪的研究和实际应用都有一定价值。本文是用实测的海浪记录对这两种波高做了统计分析，并且得到了一些有意义的结果。

二、依上、下跨零点波高的统计性质与统计关系

1979—1981年，我们在石臼所近岸海区（离岸约1000米，水深10米）放置了一个压力式测波仪，获得了一批海浪压力波的连续记录；用重力式测波仪和回声测波仪在其它海区也测得了一些表面海浪的连续观测记录。对于压力波记录，我们选取了平均波高大于10厘米的105条观测记录，分别统计了依上跨零点波高和依下跨零点波高的各种特征值，表1，2，3列

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第994号。

出了关于它们的统计结果。对于表面波也做了类似的统计,但由于资料较少,没有列表说明。

我们将海浪记录做了如下处理。

1.对同一条观测记录,首先分别计算出它的依上跨零点波高值和依下跨零点波高值,然后分别求出各自的平均波高 \bar{H} 、1/3个最大波的平均波高 $H_{1/3}$ 、1/10个最大波的平均波高 $H_{1/10}$ 及最大波高 H_{max} (指同一条记录中波高的最大值,对本文所采用的观测记录长度而言,它相当于1/100大波)。这些平均波高值就是通常所说的“特征波高”或波高的特征值。全部记录均按上述程序处理,于是便得到所有记录

的特征值。

2.将全部记录按照平均波高 \bar{H} 的大小进行排列,以一定的组距,依上、下跨零点波高的类别分成不同的组。在每一组中,先统计出该组包括的记录条数 n ,然后计算出各组中各特征波高的均值 $\frac{1}{n}\Sigma$ 和均方差 σ ,再计算出这些均值的比值。

表1、2是由105条压力波的实测记录按1和2所述的办法做的统计结果。表1是依上跨零点波高的统计结果,表2是依下跨零点波高的统计结果,组距均为5厘米。在有限记录长

表1 依上跨零点波高的统计结果

序号	组别 (厘米)	n		\bar{H}	$H_{1/3}$	$H_{1/10}$	H_{max}	$H_{1/3}/\bar{H}$	$H_{1/10}/\bar{H}$	H_{max}/\bar{H}	$H_{1/10}/H_{1/3}$
1	11—15	27	$\frac{1}{n}\Sigma$	13.33	21.59	29.78	42.41	1.619	2.234	3.166	1.379
			σ	1.25	2.91	3.61	20.46				
2	16—20	19	$\frac{1}{n}\Sigma$	17.79	29.47	42.26	70.32	1.657	2.375	3.953	1.434
			σ	1.58	2.89	7.08	35.33				
3	21—25	9	$\frac{1}{n}\Sigma$	22.44	36.67	50.10	79.30	1.634	2.233	3.534	1.366
			σ	1.17	2.22	4.87	24.04				
4	26—30	15	$\frac{1}{n}\Sigma$	27.87	46.93	61.40	89.30	1.684	2.203	3.204	1.308
			σ	1.26	3.55	13.52	18.39				
5	31—35	3	$\frac{1}{n}\Sigma$	33.33	54.00	69.00	85.30	1.620	2.070	2.559	1.278
			σ	1.25	3.27	3.27	3.30				
6	36—40	8	$\frac{1}{n}\Sigma$	37.88	62.37	80.75	104.75	1.647	2.132	2.765	1.295
			σ	1.27	3.20	4.73	10.70				
7	41—45	7	$\frac{1}{n}\Sigma$	43.28	73.14	96.57	119.43	1.690	2.231	2.759	1.320
			σ	1.28	4.32	9.18	18.82				
8	46—50	4	$\frac{1}{n}\Sigma$	48.50	76.00	99.50	126.50	1.567	2.052	2.608	1.309
			σ	1.12	4.36	6.18	10.74				
9	51—55	4	$\frac{1}{n}\Sigma$	53.25	85.25	107.50	135.50	1.601	2.019	2.545	1.261
			σ	1.48	4.71	6.69	13.23				

(续表 1)

序号	组别 (厘米)	n		\bar{H}	$H_{1/3}$	$H_{1/10}$	H_{max}	$H_{1/3}/\bar{H}$	$H_{1/10}/\bar{H}$	H_{max}/\bar{H}	$H_{1/10}/H_{1/3}$
10	56—60	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	56.00	89.00	112.00	149.00	1.589	1.999	2.661	1.258
11	61—65	2	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	64.00 1.00	101.00 1.00	125.50 0.50	150.00 8.00	1.578	1.961	2.344	1.243
12	66—70	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	68.00	105.00	139.00	166.00	1.544	2.044	2.441	1.324
13	71—75	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	75.00	116.00	146.00	198.00	1.847	1.947	2.640	1.259
14	76—80	2	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	78.00 0.00	124.00 0.00	154.00 0.00	208.00 0.00	1.590	1.974	2.667	1.242
15	81—85	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	82.00	126.00	156.00	174.00	1.536	1.902	2.122	1.238
16	86—90	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	89.00	148.00	190.00	230.00	1.663	2.135	2.584	1.284
17	11—90	105	$\frac{1}{n}\Sigma$	29.38	47.90	63.23	87.10	1.630	2.152	2.965	1.320
18	n=16		$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	50.61 23.21	80.90 36.33	103.71 44.73	132.99 51.73	1.599	2.049	2.628	1.282
19						n=16	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	1.629 0.072	2.095 0.128	2.785 0.449	1.300 0.054

表 2 依下跨零点波高的统计结果

序号	组别 (厘米)	n		\bar{H}	$H_{1/3}$	$H_{1/10}$	H_{max}	$H_{1/3}/\bar{H}$	$H_{1/10}/\bar{H}$	H_{max}/\bar{H}	$H_{1/10}/H_{1/3}$
1	11—15	26	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	13.19 1.24	21.38 3.10	29.69 9.07	42.50 21.95	1.621	2.251	3.222	1.389
2	16—20	19	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	17.58 2.34	28.89 2.92	41.47 7.26	70.05 33.99	1.643	2.359	3.985	1.436
3	21—25	9	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	22.11 0.74	36.00 1.83	48.44 4.54	70.11 18.22	1.628	2.191	3.171	1.346
4	26—30	16	$\frac{1}{n}\Sigma$ σ	27.81 1.29	46.62 3.81	64.75 9.03	93.12 20.65	1.676	2.328	3.348	1.389

(续表 2)

序号	组别 (厘米)	n		\bar{H}	$H_{1/3}$	$H_{1/10}$	H_{max}	$H_{1/3}/\bar{H}$	$H_{1/10}/\bar{H}$	H_{max}/\bar{H}	$H_{1/10}/H_{1/3}$
5	31—35	4	$\frac{1}{n}\Sigma$	33.50	55.50	72.75	86.60	1.657	2.172	2.567	1.311
			σ	1.50	3.64	5.76	9.00				
6	36—40	7	$\frac{1}{n}\Sigma$	38.57	63.14	81.57	107.28	1.637	2.115	2.781	1.292
			σ	0.82	2.90	5.75	13.44				
7	41—45	6	$\frac{1}{n}\Sigma$	42.83	73.00	98.33	129.00	1.704	2.296	3.012	1.347
			σ	1.07	5.03	10.95	22.32				
8	46—50	5	$\frac{1}{n}\Sigma$	48.00	75.80	98.00	122.40	1.579	2.042	2.550	1.293
			σ	1.09	4.40	7.29	12.80				
9	51—55	5	$\frac{1}{n}\Sigma$	53.80	85.60	110.40	137.00	1.591	2.052	2.546	1.290
			σ	1.60	4.76	7.63	21.02				
10	61—65	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	63.00	100.00	124.00	160.00	1.587	1.968	2.540	1.240
11	66—70	2	$\frac{1}{n}\Sigma$	67.50	107.00	133.50	162.00	1.585	1.978	2.400	1.248
			σ	1.50	0.00	6.50	15.00				
12	76—80	2	$\frac{1}{n}\Sigma$	76.00	123.00	152.00	178.50	1.618	2.000	2.349	1.236
			σ	0.00	1.00	2.00	3.50				
13	81—85	2	$\frac{1}{n}\Sigma$	81.00	128.00	157.50	187.00	1.580	1.944	2.309	1.231
			σ	0.00	5.00	6.50	20.00				
14	86—90	1	$\frac{1}{n}\Sigma$	90.00	147.00	190.00	238.00	1.633	2.111	2.644	1.293
15	11—90	105	$\frac{1}{n}\Sigma$	29.46	48.07	64.06	87.39	1.632	2.174	2.967	1.333
16	n=14		$\frac{1}{n}\Sigma$	48.21	77.92	100.17	127.35	1.616	2.078	2.642	1.299
			σ	23.63	37.60	45.73	51.99				
17			$\frac{1}{n}\Sigma$					1.624	2.129	2.816	1.310
			σ			n=14		0.037	0.135	0.459	0.061

度的情况下, 对于每一条记录中依上跨零点波高和依下跨零点波高的平均值 $\bar{H}_上$ 和 $\bar{H}_下$ 不一定相等, 所以按平均波高来分组时, 两种波高所分的组数也不会相同, 因此出现了表1中16组和表2中14组的差别。从表1, 2中还可以看到, 各组所包含的条数 n 也多少不一, 有的仅有一条。尽管如此, 从统计结果来看, 都有一定的代表性。

观察表1, 2所列的数据, 首先看看右边的各个比值。从这些比值可以看出, 各比值随平均波高值的增大有由大变小的趋势, 即随表1, 2中序号的增大而比值减小。这与国外一些学者对表面波所做出的统计结果有相同的趋势, 如文献〔4〕中的表9所示。对于表面波, 我们也做了类似的分析, 由于资料较少, 这种变化趋势不太明显。

在表1序号为19和表2序号为17的栏内, 列出了各组比值的平均数和均方差。从均方差 σ 的值可以看出, 除了对应于 H_{max}/\bar{H} 的 σ 稍大一点以外, 其余都比较小。这表明, 特征波高的各种比值随着平均波高而变化, 其变化幅度不很大。在表1序号为18和表2序号为16的栏中, 是由各组的均值再做平均统计所得的结果。表1序号为17和表2序号为15的栏内, 是将全部资料视为一组所做的统计结果。所有这些结果表明, 无论资料按分组或不分组这两种方式去求均值及比值, 得到的比值都很相近。也就是说, 虽然各种比值因平均波高的不同而有差别, 但这种差异都不大。若从已有的表面波的理论结果看, $H_{1/3}/\bar{H}$ 与 $H_{1/10}/H_{1/3}$ 分别是1.60和1.27〔3〕, 与表1中所列的结果很接近。这就可以说明, 压力波的统计特征也可由表面波的理论结果来表征。这种近似关系可做如下解释。

令 $\bar{H}^{(\epsilon)}$ 、 $H_{1/3}^{(\epsilon)}$ 、 $H_{1/10}^{(\epsilon)}$ 为表面波的特征波高, $\bar{H}^{(p)}$ 、 $H_{1/3}^{(p)}$ 、 $H_{1/10}^{(p)}$ 为对应的压力波特征波高。当观测仪器放置海底时, 它们之间的关系为:

$$\frac{\bar{H}^{(p)}}{H^{(\epsilon)}} = \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{ch(k_1 h)} \quad (1)$$

$$\frac{H_{1/3}^{(p)}}{H_{1/3}^{(\epsilon)}} = \frac{1}{n_2} \cdot \frac{1}{ch(k_2 h)} \quad (2)$$

$$\frac{H_{1/10}^{(p)}}{H_{1/10}^{(\epsilon)}} = \frac{1}{n_3} \cdot \frac{1}{ch(k_3 h)} \quad (3)$$

式中, n 为修正因子, 通常为一常数或与周期有关, k 为波数, 也与周期有关。某时刻在固定点观测的情况下, h (水深) 是一个常值。于式(1), (2), (3)中等号左边的值仅与周期有关。从我们得到的压力波资料中, 经统计得到它们的特征波高 $\bar{H}^{(p)}$ 、 $H_{1/3}^{(p)}$ 、 $H_{1/10}^{(p)}$ 对应的周期 $\bar{T}^{(p)}$ 、 $T_{1/3}^{(p)}$ 、 $T_{1/10}^{(p)}$ 是近似相等的。因此, 式(1), (2), (3)中 k_1 , k_2 , k_3 也近似相等。 n_1 , n_2 , n_3 虽与周期有关, 但在定深度情况下, 三者也近似相等。从而推得:

$$\frac{H_{1/3}^{(p)}}{\bar{H}^{(p)}} \approx \frac{H_{1/3}^{(\epsilon)}}{\bar{H}^{(\epsilon)}} \quad (4)$$

$$\frac{H_{1/10}^{(p)}}{\bar{H}^{(p)}} \approx \frac{H_{1/10}^{(\epsilon)}}{\bar{H}^{(\epsilon)}} \quad (5)$$

$$\frac{H_{1/10}^{(p)}}{H_{1/3}^{(p)}} \approx \frac{H_{1/10}^{(\epsilon)}}{H_{1/3}^{(\epsilon)}} \quad (6)$$

在文献〔1〕中, $T_{1/3} = 1.15\bar{T}$; 文献〔2〕中, $T_{1/10} = 1.14T_{1/3}$, 这样就不能得到式(4), (5), (6)的关系了。由于我们测得的海浪资料存在一定的局限性, 由计算得到的压力波的平均周期大都出现在5—7秒之间, 所以资料的代表性可能不够充分, 所得结果与文献〔1〕, 〔2〕有些不一致。对于这一问题, 有待进一步研讨。

依上跨零点波高和依下跨零点波高都是属于随机变量, 这一点似乎不需要做任何说明。可是从表1, 2所做的结果来看, 它们的统计性质彼此十分一致。因此从统计意义上说, 两者性质相同, 可以相互表征。

三、依上、下跨零点波高的比较

为了从量值上了解依上跨零点波高和依下跨零点波高的差异程度, 我们对上述105条记

录计算的波高做了如下处理。为简单起见，重点考虑了它们的特征波高之间的差异。首先根据各条记录的平均波高按大小分组，组距取10厘米。对同一条记录，如果 $\overline{H}_{上} \neq \overline{H}_{下}$ ，则取它们的均值。这样全部记录就分成了9组（见表3）。在每一组中，对 $H_{1/3}$ 、 $H_{1/10}$ 和 H_{max} 分别从依上跨零点波高和依下跨零点波高的特征波高值中找出对应相等和不相等的条数 n ，

并计算出两者差值的平均值 $\frac{1}{n} \Sigma$ 。当依上跨

零点的特征波高（简记为“上”）大于依下跨零点的特征波高值（简记为“下”）时，两者的差值记为正，反之，记为负。于是可以得到表3中所有的统计结果。

观察表3各组中的 n 值，“上=下”的条数 n 从左到右由大变小，“上<下”的条数 n 从左到右由小变大。从 $\left| \frac{1}{n} \Sigma \right|$ 来看，它的值从左到右逐渐变大。从表3中最后一栏来看，上述的变化趋势尤为明显。这种变化确实反映了两种波高之间的差异性。对平均波高来说，

表3 依上/下跨零点波高之间的统计特性

组别 (厘米)	N		$H_{1/3}$			$H_{1/10}$			H_{max}		
			上=下	上<下	上>下	上=下	上<下	上>下	上=下	上<下	上>下
11—20	46	n	38	2	6	11	18	17	6	20	20
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-1	1.7		-1.3	1.7		-3.5	3.2
21—30	24	n	13	7	4	8	9	7	3	11	10
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-1	1		-1.1	1.1		-3.6	4.1
31—40	11	n	2	6	3	2	7	2	2	4	5
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-1	1		-2	2.5		-6.5	4
41—50	11	n	4	4	3	3	5	3	0	9	2
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-1	1		-2.4	1		-7.3	11
51—60	5	n	3	0	2	0	4	1	0	1	4
		$\frac{1}{n} \Sigma$			1		-2.8	1		-17	5.8
61—70	3	n	1	2	0	0	2	1	0	3	0
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-3.5			-1.5	2		-6.7	
71—80	3	n	1	2	0	0	3	0	0	0	3
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-3.5			-2.7				13
81—90	2	n	0	0	2	1	0	1	0	1	1
		$\frac{1}{n} \Sigma$			2			5		-8	7
11—90	105	n	62	23	20	25	48	32	11	49	45
		$\frac{1}{n} \Sigma$		-1.4	1.2		-1.7	1.6		-5	4.8

可以证明两者几乎相等。现以上图为例说明。设在图中 $a_1, a_2, a_3 \dots, b_1, b_2, b_3 \dots$, 分别表示振幅, 则

$$\bar{H}_F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i + b_i)$$

$$\bar{H}_U = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_i + a_{i+1})$$

$$\Delta H = |\bar{H}_F - \bar{H}_U| = \frac{1}{n} |a_1 - a_{n+1}|$$

可以看出, 当 $a_1 = a_{n+1}$ 时, $\Delta H = 0$, 于是 $\bar{H}_F = \bar{H}_U$ 。如果 $a_1 \neq a_{n+1}$, 由于 a_1 和 a_{n+1} 都是有限量, 当 n 很大时, ΔH 就很小。因此可以得出, 在有限记录长度的情况下, \bar{H}_F 与 \bar{H}_U 或者相等或者相差很小。一般 $\bar{H}_U = \bar{H}_F$ 的情况很少, 这就是导致表 1 和表 2 中组数不等的原因。

如果我们从上到下地去观察表 3, 还可以发现 n 值由大变小, 而 $\left| \frac{1}{n} \Sigma \right|$ 却由小变大。

n 值由大变小是比较自然的, 因为就一般而言, 较大浪的出现机会要比较小浪的出现机会少一些。当然也会有另一个极端, 就是海上风平浪静的机会也很少。不过, 在我们这里不是去研究小浪的特征。

表 3 中 n 值的变化当然是与所收集的资料的数量和对资料收集时所要求的侧重点有关。在我们收集的资料中, 除了有一日 4 次的定时观测外, 大部分是在海上有浪的情况下所做的

随机性的观测。这样的资料可基本能反映海浪出现的一般情况。 $\left| \frac{1}{n} \Sigma \right|$ 由小变大的现象,

以前并没有引起人们的重视, 因为人们似乎不去考虑“依上跨零点波高”的数字特征。

$\left| \frac{1}{n} \Sigma \right|$ 的由小变大反映了两种特征波高之间随平均波高的变大出现的差异。这一点说明了浪越大, 依上跨零点波高和依下跨零点波高之间的差异就越大。特别是 H_{\max} , 两者相差就更大。在我们分析的表面波记录中, 在一条平均波高为 234 厘米的记录中, 最大波高相差达 56 厘米。这是一个不可忽视的数字。我们认为, 无论是在工程上, 还是在理论分析上, 在分析大浪时, 一定要考虑到这种差异性; 同时在考虑最大波高的选取时, 应当在依上、下跨零点波高的最大值中择取其中较大的一个。

参 考 文 献

- [1] 江克平, 1964。海浪周期的统计分布。山东海洋学院学报 1:51—60。
- [2] Darbyshire, J., 1959. A further investigation of wind generated waves. Deut. Hydr. Zeit. 12(1):1—13.
- [3] Longuet-Higgins, M. S., 1952. On the statistical distribution of the height of sea waves. Jour. Mar. Res. 11(3):245—266.
- [4] Глуховский, Б. X., 1966. Исследование морского ветрового волнения. Гидрмет. Ленинград, стр. 238.

STATISTICAL ANALYSIS OF WAVE HEIGHT OF UP-AND DOWNWARD ZERO-CROSSING DEPENDENCY

Fan Shunting, Wang Yimou and Hou Yongming
(Institute of Oceanology, Academia Sinica)

Abstract

This paper discusses statistical characteristics of wave height which is dependent on up-and downward zero-crossing, and the similarity and difference between the wave height of up-and downward zero-crossing dependency. Problems in practical application is also pointed out.