潮汐非调和常数的计算方法*

Ⅰ. 原　　理**

王　骥

（国家海洋局情报研究所）

潮汐非调和常数是一组用来描述港口潮汐特征的数据，应当从长期观测的高、低潮时间及高度中统计得出。然而在只有短期记录的情况下，由于潮汐存在着长周期的变化，直接统计得出的结果会出现相当大的误差。因此，在只有短期验潮的港口，人们常常利用潮汐的调和常数间接计算非调和常数；而调和常数则可利用短期记录求得，不会带来严重的误差。各国使用的潮汐非调和常数计算方法不尽相同。在我国，郑文振同志编著的《实用潮汐学》一书中全面地介绍了Harris，R. A.所著*Manual of Tides*中各类非调和常数的计算式，这些计算式已在我国应用了多年，并在计算潮汐表及海图中的潮信以及为国民经济提供有价值的数据方面发挥了重要的作用。但遗憾的是，我们未能看到其原文，因而对于其中某些计算公式中的系数来源不甚清楚，这不可避免地使我们在应用这些公式时带有一定程度的盲目性。此外，在原有计算式中未包括对日潮较大港口反映其平均状态的内容，而只着重于计算回归潮期间的特征值。这使得潮汐表中的潮信尚不能全面反映这类港口的潮汐状况。

本文拟从基本原理出发导出非调和常数的计算式。为了适应计算短期验潮站非调和常数的需要，本文所有计算式都最终只需要M_2、S_2、K_1和O_1以及M_4和M_6这六个分潮的调和常数。

一、基本计算式的导出

考虑由一组纯调和分潮表达的潮高

$$\zeta(t)=\sum_i H_i\cos(\sigma_i t+v_i-g_i) \tag{1.1}$$

式中，H_i、σ_i、v_i和g_i分别是第i个分潮的振幅、角速率、天文初相角和迟角。如果在这些分潮中只存在一个主分潮（设为第m个），且其振幅远大于其它分潮，则$\zeta(t)$的极值将发生在主分潮的极值附近。若将时间原点依次置于主分潮的极值处，则$\zeta(t)$的极值可用下式表达

$$Z_n=(-1)^n H_m\cos\sigma_m t_n+\sum_{i\neq m}A_i(n)\cos\sigma_i t_n-\sum_{i\neq m}B_i(n)\sin\sigma_i t_n \tag{1.2}$$

式中，$A_i(n)=H_i\cos\varphi_i(n)$，$B_i(n)=H_i\sin\varphi_i(n)$　(1.3)

这里，$\varphi_i(n)=k_i(g_m-v_m+n\pi)+v_i-g_i$　(1.4)

其中，$k_i=\sigma_i/\sigma_m$。因t_n总是小量，近似有

* 本文承中国科学院海洋研究所方国洪副研究员审阅并修改，谨此致谢。

** 本文分两部份。第二部份“人工计算过程”见本刊第六期。

$$Z_n=(-1)^n H_m\left(1-\frac{1}{2}\sigma_m^2 t_n^2\right)+\sum_{i\neq m}A_i(n)-\sum_{i\neq m}B_i(n)\sigma_i t_n \tag{1.5}$$

又因 Z_n 是极值，故近似成立

$$(-1)^n \mathrm{H}_m\sigma_m^2 t_n+\sum_{i\neq m}B_i(n)\sigma_i=0 \tag{1.6}$$

因此，
$$Z_n=(-1)^n H_m+(-1)^n\frac{\left[\sum\limits_{i\neq m}B_i(n)\sigma_i\right]^2}{2H_m\sigma_m^2}+\sum_{i\neq m}A_i(n) \tag{1.7}$$

潮差是两个相继的高低潮高度之差。在式（1.7）中，当 n=偶数时，Z_n 为高潮高；当 n=奇数时，Z_n为低潮高。故潮差为

$$\begin{aligned}R_n&=Z_{2n}-Z_{2n+1}=\\&=2H_m+\frac{1}{2H_m\sigma_m^2}\left\{\sum_{i\neq m}[B_i^2(2n)+B_i^2(2n+1)]\sigma_i^2\right.\\&\quad\left.+\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i}}2[B_i(2n)B_j(2n)+B_i(2n+1)B_j(2n+1)]\sigma_i\sigma_j\right\}\\&\quad+\sum_{i\neq m}[A_i(2n)-A_i(2n+1)]\end{aligned} \tag{1.8}$$

显然，只要求得上式中随 n 变化的各项的平均值，即可得平均潮差。用 $F(n)$ 表示这样的变量，其平均值可用下式求得：

$$F=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}F(n)$$

据此可得平均潮差

$$\begin{aligned}R&=2H_m+\frac{1}{2H_m\sigma_m^2}\left\{\sum_{\substack{i\neq m\\ k_i\neq\text{整数}}}H_i^2\sigma_i^2+\sum_{\substack{i\neq m\\ k_i=\text{整数}}}2H_i^2\sigma_i^2\sin^2\eta_i\right.\\&\quad\left.-\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i\\ k_j+k_i=\text{偶数}}}H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_j+\eta_i)+\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i\\ k_j-k_i=\text{偶数}}}H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_j-\eta_i)\right\}\\&\quad+\sum_{\substack{i\neq m\\ k_i=\text{奇数}}}2H_i\cos\eta_i\end{aligned} \tag{1.9}$$

式中：$\eta_i=k_i g_m-g_i-r\pi$ (1.10)

其中 $r=0$ 或 1，决定于所考虑的分潮。

半潮面定义为相继高、低潮高的平均值，因此

$$\begin{aligned}L_n&=\frac{1}{2}(Z_{2n}+Z_{2n+1})=\\&=\frac{1}{4H_m\sigma_m^2}\left\{\sum_{i\neq m}[B_i^2(2n)-B_i^2(2n+1)]\sigma_i^2\right.\end{aligned}$$

$$+\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i}} 2[B_i(2n)B_j(2n) - B_i(2n+1)B_j(2n+1)]\sigma_i\sigma_j\Big\}$$

$$+\sum_{i\neq m}\frac{1}{2}[A_i(2n)+A_i(2n+1)] \tag{1.11}$$

同理可得平均半潮面

$$L=\sum_{\substack{i\neq m\\ k_i=\text{偶数}}} H_i\cos\eta_i+\frac{1}{4H_m\sigma_m^2}\left\{\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i\\ k_j-k_i=\text{奇数}}} 2H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_j-\eta_i)\right.$$

$$\left.-\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j>i\\ k_j+k_i=\text{奇数}}} 2H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_j+\eta_i)-\sum_{\substack{i\neq m\\ 2k_i=\text{奇数}}} H_i^2\sigma_i^2\cos 2\eta_i\right\} \tag{1.12}$$

此外，从式（1.6）还可求得 $\xi(t)$ 的极值偏离主分潮极值时间的平均值

$$\begin{cases} t_0=-\dfrac{1}{H_m\sigma_m^2}\sum\limits_{i\neq m}H_i\sigma_i\sin\eta_i \\ t_1=\dfrac{1}{H_m\sigma_m^2}\sum\limits_{i\neq m}(-1)^{k_i}H_i\sigma_i\sin\eta_i \qquad k_i=2,3\cdots \end{cases} \tag{1.13}$$

式中 t 的脚标 0 和 1 分别表示高潮和低潮。由此可知，除主分潮的倍潮外，其它分潮对 $\xi(t)$ 的平均间隙无影响。因此在倍潮可忽略的情况下，表达潮汐平均状态的方程为

$$\bar{\xi}(t)=\frac{1}{2}R\cos(\sigma_m t+v_m-g_m) \tag{1.14}$$

式中 $\frac{1}{2}R$ 是平均振幅。不过上式有一前提条件，即必须只存在一个主分潮，且其振幅显著大于其它分潮。

如果所有分潮都属于同一个潮族，则式（1.9）中的某些项为零。这时，一个潮族的平均振幅为：

$$A=H_m+\frac{1}{4H_m\sigma_m^2}\left\{\sum_{i\neq m}H_i^2\sigma_i^2-\sum_{\substack{i,j\neq m\\ j=i\\ k_j+k_i=2}}2H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_j+\eta_i)\right\} \tag{1.15}$$

在半日潮族中选取 M_2 为主分潮代入上式，即得半日潮的平均振幅。在某些特定时期，例如大潮和小潮期，可出现另一个较为重要的分潮（设为第 q 个）恰与 M_2 分潮的位相重合或相反，这时可把它合并于 M_2 分潮中。这样 M_2 就变成一个准调和分潮，其振幅和角速率随时间缓慢变化。由于M_2的振幅显著较大，故在一段不太长的时间内可将振幅视为常量并且等于 $H_{M_2}\pm H_q$；而角速率则近似等于σ_{M_2}。考虑到在这种时期类似式（1.15）中与分潮对有关的项量值很小，可略去不计，则平均振幅为

$$A=(H_m+H_q)+\frac{1}{4(H_m\pm H_q)\sigma_m^2}\sum_{i\neq m,q}H_i^2\sigma_i^2 \tag{1.16}$$

日潮族中K_1和O_1的振幅比较接近，为了计算日潮族总的平均振幅，可分成K_1和O_1两个分潮

组，并由下式分别计算它们的平均振幅：

$$\begin{cases} B_{K_1}=K_1+\dfrac{1}{4K_1\sigma_{K_1}^2}\left\{\sum\limits_{\substack{K_1\text{分潮组}\\ i\neq K_1}}H_i^2\sigma_i^2-2\sum\limits_{\substack{K_1\text{分潮组}\\ i,j\neq K_1\\ \sigma_i+\sigma_j=2\sigma_{K_1}}}H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_i+\eta_j)\right\} \\ B_{O_1}=O_1+\dfrac{1}{4O_1\sigma_{O_1}^2}\left\{\sum\limits_{\substack{O_1\text{分潮组}\\ i\neq O_1}}H_i^2\sigma_i^2-2\sum\limits_{\substack{O_1\text{分潮组}\\ i,j\neq O_1\\ \sigma_i+\sigma_j=2\sigma_{O_1}}}H_iH_j\sigma_i\sigma_j\cos(\eta_i+\eta_j)\right\} \end{cases} \tag{1.17}$$

这时日潮族可用下式表达：

$$\zeta_1(t)=B_{K_1}\cos(\sigma_{K_1}t+v_{K_1}-g_{K_1})+B_{O_1}\cos(\sigma_{O_1}t+\sigma_{O_1}-g_{O_1})$$

若令

$$\begin{cases} \sigma_1=\dfrac{1}{2}(\sigma_{K_1}+\sigma_{O_1})=\dfrac{1}{2}\sigma_{M_2} \\ v_1=\dfrac{1}{2}(v_{K_1}+v_{O_1})=\dfrac{1}{2}v_{M_2} \\ g_1=\dfrac{1}{2}(g_{K_1}+g_{O_1}) \end{cases} \tag{1.18}$$

则有 $\zeta_1(t)=B\cos(\sigma_1t+v_1-g_1+b)$ (1.19)

式中
$$\begin{cases} B\cos b=(B_{K_1}+B_{O_1})\cos\Upsilon \\ B\sin b=(B_{K_1}-B_{O_1})\sin\Upsilon \end{cases} \tag{1.20}$$

这里 $\Upsilon=\dfrac{1}{2}(\sigma_{K_1}-\sigma_{O_1})t+\dfrac{1}{2}(v_{K_1}-v_{O_1})-\dfrac{1}{2}(g_{K_1}-g_{O_1})$ (1.21)

Υ 是一个缓慢变化的量。为了计算B的平均值，严格讲应先求得日潮各高、低潮的时间， 然后对这些时刻的B值进行平均。但我们可近似地认为这些时间在$\Upsilon(0，2\pi)$ 区间上均匀分布，于是由式（1.20）可得

$$B_0=\frac{2}{\pi}Q(B_{K_1}+B_{O_1}) \tag{1.22}$$

式中 $Q=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-k^2\sin^2\Upsilon}\,d\Upsilon$ (1.23)

是第二类完全椭圆积分。其中

$$k^2=\frac{4B_{K_1}B_{O_1}}{(B_{K_1}+B_{O_1})^2}$$

因 B_{K_1} 和 B_{O_1} 的量值比较接近，故 k^2 为一接近于 1 的量。引入变量

$$\varepsilon=\sqrt{1-k^2}=\left|\frac{B_{K_1}-B_{O_1}}{B_{K_1}+B_{O_1}}\right| \tag{1.24}$$

则可由 ε 查表 1 得 $\dfrac{2}{\pi}Q$ 的数值。

关于式(1.19) 中的b，由式 (1.20) 知，当B_{K_1}和B_{O_1}比较接近时，除了Υ接近于$(2n+1)\pi/2$

由 ε 查 $\frac{2}{\pi}Q$ 表

ε	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.637	0.637	0.637	0.638	0.639	0.640	0.641	0.642	0.644	0.645
0.1	0.647	0.647	0.651	0.653	0.654	0.657	0.659	0.661	0.664	0.666
0.2	0.669	0.672	0.674	0.677	0.680	0.682	0.686	0.689	0.692	0.695
0.3	0.698	0.702	0.705	0.708	0.711	0.715	0.718	0.722	0.725	0.729
0.4	0.733	0.736	0.740	0.744	0.747	0.751	0.755	0.759	0.763	0.767
0.5	0.771	0.775	0.779	0.783	0.787	0.791	0.796	0.800	0.804	0.809
0.6	0.813	0.817	0.821	0.826	0.830	0.834	0.839	0.843	0.848	0.852
0.7	0.857	0.861	0.866	0.870	0.875	0.879	0.884	0.889	0.893	0.898
0.8	0.903	0.908	0.912	0.917	0.922	0.927	0.931	0.936	0.941	0.946

之外，b 是一个随时间变化很慢的量。这意味着在B取平均值 B_0 的情况下，b 在一段时间内可视为常量。另一方面，b 在 Υ（0，2π）区间上的平均值为零，故在式（1.19）中应取b为零。

回归潮时 K_1 和 O_1 位相重合，因此 $\Upsilon=\frac{1}{2}(\sigma_{K_1}+\sigma_{O_1})t$。这时可先把 K_1 和 O_1 合并成类似式（1.19）的形式，然后很容易看出在一段不太长的时间内可取 $B=K_1+O_1$，$b=0$。于是由式（1.9）可得回归潮的日潮平均振幅

$$B_{T_P}=K_1+O_1+\frac{1}{4(K_1+O_1)\sigma_1^2}\sum_{\substack{\text{日潮族}\\ i\neq K_1,O_1}}H_i^2\sigma_i^2 \tag{1.25}$$

这里未包括类似式（1.17）括号内第二项的内容，因为 b 在回归潮期间事实上有一个缓慢的变化，它使 σ_1 不正好等于 $\frac{1}{2}\sigma_{M_2}$。

分点潮时 K_1 和 O_1 位相相反。在将它们合并成类似式（1.19）的形式后，$b=\pm\frac{\pi}{2}$。这时若取 $O_1=0.711K_1$，并将 $t=-12.42\sim+12.42$ 时作为分点潮的期间，可得 $B=1.136(K_1-O_1)$，并且在此期间 b 平均每小时约增加 $2°.84$。如果不考虑 b 值变化的不均匀性，则σ_1可近似取为$17°.3$/平太阳时。由于1.136（K_1-O_1）的量值在日潮族中不能再视为一个主要分潮，故应在式（1.9）中同时考虑日潮和半日潮族，并将M_2作为主分潮。由此可得分点潮的平均潮差

$$M_e=2(M_2+k_2)+\frac{1}{2(M_2+k_2)\sigma_{M_2}^2}\left\{\sum_{i\neq M_2,k_2,K_1O_1}H_i^2\sigma_i^2+[1.136(K_1-O_1)]^2\sigma_1^2\right\} \tag{1.26}$$

二、平均振幅计算式的简化

在前一节所得各类平均振幅的计算式中都含有对大量纯调和分潮求和的项，故必须作简化处理后才能在实际工作中应用。首先，我们将日潮族和半日潮族分成O_1，K_1，M_2和S_2四个分潮组，它们所含的分潮群（Cartwright，1971，1973）如下：

O_1分潮组（1，-4)～(1，-1）群；K_1分潮组（1，0)～(1，4）群；M_2分潮组（2，-4)～(2，1）群；S_2分潮组（2，2)～(2，4)群。

假定在每个分潮组中各分潮与主分潮的振幅比等于理论比值，即

$$H_i = \frac{C_i}{C_m} H_m \tag{2.1}$$

式中C_i和C_m分别是第i个分潮和主分潮的理论振幅（系数平均值）。然后可得一些有关的数值如下：

$$b_{M_2} = \sum_{\substack{M_2\text{分潮组} \\ i \neq M_2}} \left(\frac{C_i}{C_{m_2}}\right)^2 \sigma_i^2 = 34.0579$$

$$a_{S_2} = \sum_{S_2\text{分潮组}} \left(\frac{C_i}{C_{S_2}}\right)^2 \sigma_i^2 = 976.5336$$

$$b_{S_2} = \sum_{\substack{S_2\text{分潮组} \\ i \neq S_2}} \left(\frac{C_i}{C_{S_2}}\right)^2 \sigma_i^2 = 76.5336$$

$$d_{S_2} = \sum_{\substack{S_2\text{分潮组} \\ i \neq k_2}} \left(\frac{C_i}{C_{S_2}}\right)^2 \sigma_i^2 = 909.5066$$

$$b_{K_1} = \sum_{\substack{K_1\text{分潮组} \\ i \neq K_1}} \left(\frac{C_i}{C_{K_1}}\right)^2 \sigma_i^2 = 30.1308$$

$$b_{O_1} = \sum_{\substack{O_1\text{分潮组} \\ i \neq O_1}} \left(\frac{C_i}{C_{O_1}}\right)^2 \sigma_i^2 = 15.9010$$

其中各数值的单位是（度/平太阳时)²。

对平均振幅计算式中类似$\Sigma H_i H_j \sigma_i \sigma_j \cos(\eta_i + \eta_j)$的项，我们假定当$\sigma_i + \sigma_j = 2\sigma_m$时，成立

$$g_i + g_j = 2g_m \tag{2.2}$$

从而 $\eta_i + \eta_j = r\pi$，（$r = 0$或1）

然后假定

$$\begin{cases} H_i H_j = \left(\dfrac{C_i C_j}{C_{M_2}^2}\right) H_{M_2}^2, & \text{半日潮族} \\ H_i H_j = \left(\dfrac{C_i C_j}{C_{K_1}^2}\right) H_{K_1}^2, & K_1\text{分潮组} \\ H_i H_j = \left(\dfrac{C_i C_j}{C_{O_1}^2}\right) H_{O_1}^2, & O_1\text{分潮组} \end{cases} \tag{2.3}$$

则可得一些有关的数值如下：

$$u=\sum_{\substack{\text{半日潮族}\\ j>i\\ \sigma_i+\sigma_j=2\sigma_{M_2}}}\left(\frac{C_iC_j}{C_{M_2}^2}\right)\sigma_i\sigma_j=7.2033$$

$$v_{K_1}=\sum_{\substack{K_1\text{分潮组}\\ j>i\\ \sigma_i+\sigma_j=2\sigma_{K_1}}}\left(\frac{C_iC_j}{C_{K_1}^2}\right)\sigma_i\sigma_j=-1.6741$$

$$v_{O_1}=\sum_{\substack{O_1\text{分潮组}\\ j>i\\ \sigma_i+\sigma_j=2\sigma_{O_1}}}\left(\frac{C_iC_j}{C_{O_1}^2}\right)\sigma_i\sigma_j=-0.0539$$

半日潮族的u中主要包括S_2和μ_2，N_2和L_2，λ_2和ν_2等这样一些分潮对。其中μ_2和L_2分别与浅水分潮$2M\overline{S_2}$和$2M\overline{N}_2$的周期相同，因此当浅水影响较大时，这些分潮的实际振幅和迟角可与上述假定有很大出入。考虑到u的影响很小（使半日潮族的平均振幅减小约$0.002H_{M_2}$），可将其略去。

将b_{M_2}、a_{S_2}、b_{S_2}、d_{S_2}、b_{K_1}、b_{O_1}、v_{K_1}和v_{O_1}代入式（1.15）、(1.16)、(1.17)和（1.25），得各类平均振幅的计算式如下：

$$\left\{\begin{aligned}
&A_O=1.010M_2+0.291\frac{S_2^2}{M_2}\\
&A_S=1.007(M_2+S_2)\\
&A_N=1.052(M_2-S_2)\\
&A_{Tp}=1.012M_2-0.275\frac{S_2^2}{M_2}\\
&B_{Tp}=1.016(K_1+O_1)\\
&B_{K_1}=1.037K_1\\
&B_{O_1}=1.021\ O_1
\end{aligned}\right.\tag{2.4}$$

式中脚标S，N，T_p分别代表大潮、小潮和回归潮。在这些式子中还对其中的次要项进一步引入了以下假定：

$$\left\{\begin{aligned}
&S_2=\left(\frac{C_{S_2}}{C_{M_2}}\right)M_2\\
&\varepsilon_M M_2^2+\varepsilon_S S_2^2=\left[\frac{\varepsilon_M C_{M_2}^2+\varepsilon_S C_{S_2}^2}{(C_{M_2}\pm C_{S_2})^2}\right](M_2\pm S_2)^2\\
&k_2=\left(\frac{C_{k_2}}{C_{M_2}}\right)M_2\\
&k_2=\left(\frac{C_{M_2}C_{k_2}}{C_{S_2}}\right)\frac{S_2^2}{M_2}\\
&\varepsilon_K K_1^2+\varepsilon_O O_1^2=\left[\frac{\varepsilon_K C_{K_1}^2+\varepsilon_O C_{O_1}^2}{(C_{K_1}+C_{O_1})}\right](K_1+O_1)^2
\end{aligned}\right.\tag{2.5}$$

式中ε是一些很小的量。

关于分点潮的平均潮差，参照式（1.26）并引用式（2.5）中关于回归潮所作的类似假定，可

得

$$M_e = 2.02M_2 + 1.65\frac{S_2^2}{M_2} + \frac{1}{M_2}(0.22K_1^2 + 0.21O_1^2 - 0.41K_1O_1) \tag{2.6}$$

三、浅 水 改 正

由式（1.13）知，主分潮的倍潮可影响潮时的平均值，从而也影响平均潮差。由于在浅水潮较大的区域一般总是半日潮为主，又因倍潮的振幅通常随着阶数的增高迅速减小，故值得考虑的分潮只有M_4和M_6。虽然从式（1.9）和（1.13）可以直接求得浅水改正的近似值，但这里准备采用比较精确的方法，以保证平均高、低潮间隙的精度。

M_2及其倍潮所表达的高、低潮高可写为

$$Z_n = \sum_{k=1}^{3}(-1)^{kn}M_{2k}\cos(k\sigma_{M_2}t_n + \eta_{2k}) \tag{3.1}$$

式中

$$\eta_{2k} = kg_{M_2} - g_{M_{2k}} \tag{3.2}$$

由于M_2一般远大于M_4和M_6，故t_n总是一个小量。令$\sigma_{M_2}t_n = u_n$，则可先用下式计算u_n的第一近似值

$$u_n^{(0)} = (-1)^{n+1}114°.6\frac{M_4}{M_2}\sin\eta_4 \tag{3.3}$$

然后有

$$u_n = u_n^{(0)} - 57°.3\frac{\sin u_n^{(0)} + (-1)^n 2\frac{M_4}{M_2}\sin(2u_n^{(0)} + \eta_4) + 3\frac{M_6}{M_2}\sin(3u_n^{(0)} + \eta_6)}{\cos u_n^{(0)} + (-1)^n 4\frac{M_4}{M_2}\cos(2u_n^{(0)} + \eta_4) + 9\frac{M_6}{M_2}\cos(3u_n^{(0)} + \eta_6)} \tag{3.4}$$

u_n是对半日潮族平均高、低潮时间的一个浅水改正角。$n=0$对应高潮，$n=1$对应低潮。将u_n代入式（3.1），得半日潮平均振幅的浅水改正值为

$$\Delta A_0 = \frac{1}{2}M_2(\cos u_0 + \cos u_1) + \frac{1}{2}M_4\left[\cos(2u_0 + \eta_4) - \cos(2u_1 + \eta_4)\right] + \frac{1}{2}M_6\left[\cos(3u_0 + \eta_6) + \cos(3u_1 + \eta_6)\right] - M_2 \tag{3.5}$$

因多数情况下u_0和u_1异号且量值接近，又考虑到M_6通常较小，故也可用下面的简化式

$$\Delta A_0 = M_2\left[\cos\frac{1}{2}(u_0 - u_1) - 1\right] - 0.017M_4(u_0 - u_1)\sin\eta_4 + M_6\cos 1.5(u_0 - u_1)\cos\eta_6 \tag{3.6}$$

在我国，四分日潮和六分日潮的潮令近似等于半日潮令。因近似有

$$\begin{cases} MS_4 = \left(\dfrac{2C_{S_2}}{C_{M_2}}\right)M_4 = 0.930M_4 \\ 2MS_6 = \left(\dfrac{3C_{S_2}}{C_{M_2}}\right)M_6 = 1.395M_6 \end{cases} \tag{3.7}$$

故大潮期间浅水潮的影响要比平时大，而小潮期间则可将浅水潮的影响略去不计。类似于式(3.3)

可先计算大潮期浅水改正角的第一近似值

$$v_n^{(0)} = (-1)^{n+1} 150^\circ.7 \frac{M_4}{M_2} \sin\eta_4 \tag{3.8}$$

然后有

$$v_n = v_n^{(0)} - 57^\circ.3 \frac{\sin v_n^{(0)} + (-1)^n 2.63 \dfrac{M_4}{M_2} \sin(2v_n^{(0)} + \eta_4) + 4.90 \dfrac{M_6}{M_2} \sin(3v_n^{(0)} + \eta_6)}{\cos v_n^{(0)} + (-1)^n 5.27 \dfrac{M_4}{M_2} \cos(2v_n^{(0)} + \eta_4) + 14.71 \dfrac{M_6}{M_2} \cos(3v_n^{(0)} + \eta_6)} \tag{3.9}$$

这里引入了下面的假定:

$$\begin{cases} \dfrac{M_4 + MS_4}{M_2 + S_2} = \left(\dfrac{C_{M_2} + 2C_{S_2}}{C_{M_2} + C_{S_2}} \right) \dfrac{M_4}{M_2} = 1.32 \dfrac{M_4}{M_2} \\ \dfrac{M_6 + 2MS_6}{H_2 + S_2} = \left(\dfrac{C_{M_2} + 3C_{S_2}}{C_{M_2} + C_{S_2}} \right) \dfrac{M_6}{M_2} = 1.63 \dfrac{M_6}{M_2} \end{cases} \tag{3.10}$$

由此得大潮期半日潮平均振幅的浅水改正值为

$$\begin{aligned} \Delta A_S = {} & (M_2 + S_2) \left[\cos\frac{1}{2}(v_0 - v_1) - 1 \right] - 0.026 M_4 (v_0 - v_1) \sin\eta_4 \\ & + 2.395 M_6 \cos 1.5 (v_0 - v_1) \cos\eta_6 \end{aligned} \tag{3.11}$$

平均半潮面的浅水改正值可用同样的方法求得。比较准确的计算式为:

$$\begin{aligned} \Delta L_0 = {} & \frac{1}{2} M_2 (\cos u_0 - \cos u_1) + \frac{1}{2} M_4 \left[\cos(2u_0 + \eta_4) + \cos(2u_1 + \eta_4) \right] \\ & + \frac{1}{2} M_6 \left[\cos(3u_0 + \eta_6) - \cos(3u_1 + \eta_6) \right] \end{aligned} \tag{3.12}$$

实际计算时可用简化式

$$\begin{aligned} \Delta L_0 = {} & \frac{1}{2} M_2 (\cos u_0 - \cos u_1) + M_4 \cos(u_0 - u_1) \cos\eta_4 \\ & - M_6 \sin 1.5 (u_0 - u_1) \sin\eta_6 \end{aligned} \tag{3.13}$$

同理，大潮平均半潮面的浅水改正值为

$$\begin{aligned} \Delta L_S = {} & \frac{1}{2} (M_2 + S_2)(\cos v_0 - \cos v_1) + 1.930 M_4 \cos(v_0 - v_1) \cos\eta_4 \\ & - 2.395 M_6 \sin 1.5 (v_0 - v_1) \sin\eta_6 \end{aligned} \tag{3.14}$$

参 考 文 献

〔1〕 中国人民解放军海军司令部海道测量部编著，1959。实用潮汐学。第72—107页。

〔2〕 Cartwright, D. E. and R. J. Tayler., 1971. New computations of the tide-generating potential. Geophys. J. R. Astr Soc. 23:45—74.

〔3〕 Cartwright, D. E. and A. C. Edden., 1973. Corrected tables of tidal harmonic, Geophys. J. R. Astr. Soc.33:253—263.

A Method for Calculating Tidal Nonharmonic Constants
I. The Derivation of Formulae

Wang Ji

(Institute of Marine Scientific and Technological Information, NBO)

Abstract

A set of formulae are presented for calculating tidal nonharmonic constants which can be used to describe the properties of tides at ports. These formulae are derived from the equations expressing high and low waters. A series of simplifications have been made and the nonharmonic constants may be obtained from only four largest constituents (M_2, S_2, K_1, and O_1). However, for the ports where the shallow water effect is relatively important, the another two constituents, M_4 and M_6, have to be taken into account so as to give a shallow water correction. The method given in this paper would be suitable to China Sea.