

# 潮汐非调和常数的计算方法

## II. 人工计算过程

王 骥

(国家海洋局海洋科技情报研究所)

在本文第 I 部分, 我们导出了日潮和半日潮平均振幅的计算式, 其中包括半日潮振幅和位相的浅水校正。这些计算式经简化后已经只包含  $M_2, S_2, K_1, O_1, M_4, M_6$  这六个分潮的调和常数。第 II 部分主要讨论利用日潮和半日潮平均振幅计算潮汐非调和常数的具体过程。作为检验, 本文最后列出了主要计算结果同国家海洋局情报所原有结果的比较, 并对其作了讨论。为简便计, 在下面的讨论中仍沿用本文第 I 部分的有关符号, 而不再重复说明。

### 一、潮汐非调和常数的计算式

有了日潮和半日潮的平均振幅, 根据本文第 I 部分中的式 (1.14) 将日潮和半日潮结合起来, 则表达潮汐平均状态的方程可写为

$$\xi(t) = A \cos(\sigma_2 t + v_2 - g_2) + B \cos(\sigma_1 t + v_1 - g_1) \quad (1)$$

式中对半日潮采用脚标 2 代替  $M_2$ 。如果将时间原点置于  $M_2$  假想天体的上中天时刻, 则

$$\xi(t) = A \cos(\sigma_2 t - g_2) + B \cos(\sigma_1 t - g_1) \quad (2)$$

由于平均间隙定义为从月球中天时刻到发生高、低潮所需时间的平均值, 所以由上式在  $t = 0 - 24.84$  平太阳时范围内求得的极值时刻即为平均间隙, 而相应的高度即为平均潮高。由这些数值很容易求得所需的各种非调和常数。如果需要作浅水校正, 式 (2) 中的半日潮部分应改为

$$\xi_2(t) = \Delta L_o + (A + \Delta A_o) \times \cos(\sigma_2 t - g_2 - u_n) \quad (3)$$

式中  $u_n$  的取法可由下面的关系确定:

$$\text{若 } \sigma_2 t - g_2 = 2k\pi, \text{ 则 } n = 0 \quad (4)$$

$$\text{若 } \sigma_2 t - g_2 = (2k+1)\pi, \text{ 则 } n = 1 \quad (k=0, 1)$$

对于大潮, 式 (3) 中的  $\Delta L_o, \Delta A_o$  和  $u_n$  应分别用  $\Delta L_s, \Delta A_s$  和  $v_n$  代替。

将日潮和半日潮在各种特定条件下的平均振幅代入式 (2), 即可求得所需的各类非调和常数。各种情况下 A 和 B 的搭配见表 1。

表 1 各种特定条件下 A 和 B 的搭配

特定条件	半 日 潮			日 潮
	平均振幅	平均浅水半潮面改正角	$u_n$	平均振幅
总的平均	$A_o + \Delta A_o$	$\Delta L_o$	$u_n$	$B_o$
大潮	$A_s + \Delta A_s$	$\Delta L_s$	$v_n$	$B_o$
小潮	$A_n$	—	—	$B_o$
回归潮	$A_\tau + \Delta A_o$	$\Delta L_o$	$u_n$	$B_\tau$

在借助袖珍计算器或用手工计算非调和常数时, 为节省工作量, 可分为三种类型。

#### 1. 类型 I: $B/A < 0.5$

这种类型半日潮占明显优势。此时可将时间原点置于半日潮的高潮时刻, 因而有

$$\xi(t) = \Delta L_o + (A + \Delta A_o) \cos \sigma_2 t + B \cos(\sigma_1 t + \beta_n) \quad (5)$$

$$\text{式中, } \beta_n = \frac{1}{2}(\sigma_2 + u_n) - g_1 \quad (6)$$

同样, 对于大潮, 应当用  $\Delta L_s, \Delta A_s$  和  $v_n$  代替  $\Delta L_o, \Delta A_o$  和  $u_n$ 。

根据本文第 I 部分式 (1.9) 和 (1.12), 注意到高潮和低潮的浅水改正角不同, 可得平

均潮差

$$R = 2(A + \Delta A) + \frac{B^2}{8(A + \Delta A)} \times (\cos^2\beta_1 + \sin^2\beta_0) \quad (7)$$

及平均半潮面

$$L = \Delta L - \frac{B^2}{16(A + \Delta A)} (\cos^2\beta_1 - \sin^2\beta_0) \quad (8)$$

作为对日潮影响大小的一个估计,可由下式计算日潮不等的量值:

$$\begin{cases} HWQ = |2B\cos\beta_0| \\ LWQ = |2B\sin\beta_1| \end{cases} \quad (9)$$

式中HWQ是高潮不等, LWQ是低潮不等。

平均高、低潮间隙则由下式计算:

$$\begin{cases} HWI = 0.0345(g_{M_2}^0 + u_0^0) \\ LWI = 0.0345(g_{M_2}^0 \pm 180^\circ + u_1^0) \end{cases} \quad (10)$$

式中乘数0.0345 = 1/σ<sub>M<sub>2</sub></sub>, 计算结果的单位是小时。

## 2. 类型II: 0.5 < B/A < 4.0

类型II的特点是有明显的日潮不等。为了反映这一重要特征,需要计算HHW, LHW, HLW和LLW的平均高度和间隙。基本的计算方法是求式(5)在t = 0—24.84平太阳时范围内的极值时刻和高度。

类似于《实用潮汐学》中介绍的方法,在实际计算时可应用表2<sup>1)</sup>,根据B/A和ψ<sub>k</sub> = β - 90°K (k = 0, 1, 2, 3) 查出相应的m<sub>k</sub>和ε<sub>k</sub>(表中对应每个B/A的上一行为m, 下一行为ε)。然后由下式计算平均潮位和间隙:

$$\begin{cases} Z_k = (-1)^k m_k A \\ I_k = \begin{cases} 0.0345(g_2^0 + \varepsilon_k^0), k = 0, 2 \text{ (高潮)} \\ 0.0345(g_2^0 + 180^\circ + \varepsilon_k^0), k = 1, 3 \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

(低潮)

式中ε<sub>k</sub>的符号决定于ψ<sub>k</sub>。当0 < ψ<sub>k</sub> < 180°时, ε<sub>k</sub>为负;当180° < ψ<sub>k</sub> < 360°时, ε<sub>k</sub>为正。为了使所有的间隙都对应月球上中天和北赤纬,可使用《实用潮汐学》第95页的选择表,对I<sub>k</sub>作出调整,这里不再赘述。

如果需要作浅水改正,则用A + ΔA代替A,

而β则由式(6)计算。所得潮高都应加上半潮面的浅水改正值ΔL。计算平均间隙时,应当用g<sub>2</sub> + u<sub>n</sub>代替g<sub>2</sub>。

可验明当B/A < 2.0时,在一个平太阳日内有4个极值;当B/A > 2.0时,通常只有两个极值;个别情况也可能出现另外两个极值,但它们之间的高度差很小,可略去。因而当B/A > 2.0时,可只计算HHW和LLW。

## 3. 类型III: B/A > 4.0

这是日潮占明显优势的类型,极值发生在日潮极值的附近。因此我们将时间原点置于日潮的高潮处,有

$$\xi(t) = A\cos(\sigma_2 t + \delta) + B\cos\sigma_1 t \quad (12)$$

式中, δ = g<sub>k1</sub> + g<sub>o1</sub> - g<sub>M<sub>2</sub></sub> (13)

为便于计算,可根据B/A和ψ<sub>k</sub> = δ + 180°K (k = 0, 1) 查表3得m'<sub>k</sub>和ε'<sub>k</sub>, 然后有

$$\begin{cases} Z_k = (-1)^k m'_k B \\ I_k = 0.0690(g_1^0 \pm 180^\circ K + \varepsilon'_k) \end{cases} \quad (14)$$

式中ε'<sub>k</sub>的符号由ψ<sub>k</sub>确定,方法类似于ε<sub>k</sub>。

由于这类港口的M<sub>4</sub>和M<sub>6</sub>分潮很小,故不需要作浅水改正。

表3中B/A的范围是4.0—8.0。若B/A > 8.0,可由下式计算ε'<sub>k</sub>:

$$\varepsilon'_k = \arcsin \left[ (-1)^{k+1} 2 \frac{A}{B} \times \sin(2\varepsilon_k^{(0)} + \delta) \right] \quad (15)$$

$$\text{其中, } \varepsilon_k^{(0)} = (-1)^{k+1} 114^\circ \cdot 6 \frac{A}{B} \sin\delta \quad (16)$$

然后有

$$\begin{cases} Z_k = A\cos(2\varepsilon'_k + \delta) + (-1)^k B\cos\varepsilon'_k \\ I_k = 0.0690(g_1^0 \pm 180^\circ K + \varepsilon'_k) \end{cases} \quad (17)$$

1)作者原来给出的表2和表3中,ψ以10°为间隔, B/A以0.1为间隔,因篇幅所限,这里作了删减,需用原表的读者可向作者索取(编者按)。

表2 由B/A和 $\psi$ 查m和 $\epsilon$

B/A	$\psi^0$									
	0 360	20 340	40 320	60 300	80 280	100 260	120 240	140 220	160 200	180 180
0.2	1.20 0	1.19 2	1.16 4	1.10 5	1.04 6	0.97 6	0.90 5	0.85 4	0.81 2	0.80 0
0.4	1.40 0	1.38 4	1.31 7	1.21 9	1.09 11	0.95 12	0.82 10	0.70 8	0.63 4	0.60 0
0.6	1.60 0	1.57 5	1.48 10	1.33 14	1.15 17	0.94 17	0.74 16	0.56 13	0.44 7	0.40 0
0.8	1.80 0	1.76 7	1.64 13	1.45 18	1.21 22	0.94 24	0.67 22	0.43 18	0.26 10	0.20 0
1.0	2.00 0	1.95 8	1.81 15	1.58 22	1.29 27	0.95 30	0.61 29	0.30 23	0.08 13	0.00 0
1.2	2.20 0	2.14 9	1.98 18	1.72 26	1.37 33	0.98 36	0.56 36	0.18 29	-0.10 16	-0.20 0
1.4	2.40 0	2.34 10	2.15 20	1.86 30	1.47 38	1.01 43	0.52 44	0.07 37	-0.27 21	-0.40 0
1.6	2.60 0	2.53 11	2.33 23	2.00 33	1.57 43	1.06 51	0.50 53	-0.03 45	-0.44 26	-0.60 0
1.8	2.80 0	2.72 12	2.50 25	2.15 37	1.68 48	1.12 58	0.50 64	-0.12 57	-0.61 32	-0.80 0
2.0	3.00 0	2.92 13	2.68 27	2.30 40	1.79 53	1.19 67	0.52 80	—	-0.77 40	-1.00 0
2.2	3.20 0	3.11 14	2.86 29	2.45 43	1.91 58	1.27 76	—	—	-0.91 53	-1.20 0
2.4	3.40 0	3.31 15	3.04 30	2.61 46	2.04 64	1.38 87	—	—	—	-1.40 0
2.6	3.60 0	3.50 16	3.22 32	2.77 49	2.18 69	1.50 103	—	—	—	-1.60 0
2.8	3.80 0	3.70 17	3.41 34	2.94 52	2.32 74	—	—	—	—	-1.80 0
3.0	4.00 0	3.90 17	3.59 35	3.10 54	2.47 78	—	—	—	—	-2.00 0
3.2	4.20 0	4.09 18	3.78 36	3.27 57	2.63 83	—	—	—	—	-2.20 0
3.4	4.40 0	4.29 18	3.96 38	3.44 59	2.79 88	—	—	—	—	-2.40 0
3.6	4.60 0	4.49 19	4.15 39	3.62 62	2.95 93	—	—	—	—	-2.60 0
3.8	4.80 0	4.68 20	4.34 40	3.79 64	3.12 97	—	—	—	—	-2.80 0
4.0	5.00 0	4.88 20	4.53 41	3.97 66	3.29 101	—	—	—	—	—

## 二、结果比较

为检验上述计算式，选择了我国沿海六个不同类型的港口，并计算了它们的主要非调和常数。为了有一个比较标准，还同时引用了国家海洋局情报所刊载在潮汐表上的计算结果。

为浅水半日潮；汕头为浅水不规则半日潮；汕尾为浅水不规则日潮；北海为规则日潮。

总的看来，两种计算结果差别不大。这说明只用四个主要分潮再加上两个浅水分潮，一般是可以保证计算精度的。某些数值差别较大的主要原因如下。

这些结果基本上是按照《实用潮汐学》中的式子计算的，但其中平均大、小潮差的计算有一些错误。与《实用潮汐学》中的计算式相比较，平均大潮差增大了约  $S_2^2/2M_2 + 0.04S_2$ ，平均小潮差增大了约  $S_2^2/2M_2 - 0.04S_2$ 。这里在引用原结果时已对其作了纠正。此外，在上述潮汐表原有结果中，浅水改正未使用  $M_6$  分潮。用于  $M_6$  的角速率比  $M_2$  大三倍，故其作用往往是不可忽略的，这特别表现在对平均间隙的影响上。对不规则半日潮和不规则日潮港，原计算结果中未考虑浅水改正问题。由于这些问题并不是计算式中的错误，故这里仍引用原结果。

表4列出了这六个港口的主要非调和常数，其中(1)是原有结果，(2)是新的计算结果。按照我们习惯使用的划分标准，这些港口的潮汐类型是：大连为规则半日潮；龙口为不规则半日潮；吴淞

表3 由B/A和 $\psi$ 查 $m'$ 和 $\epsilon'$

B A	$\psi_0$									
	0 360	20 340	40 320	60 300	80 280	100 260	120 240	140 220	160 200	180 180
4.0	1.25 0	1.24 5	1.22 10	1.18 15	1.13 19	1.07 24	0.99 27	0.91 30	0.82 29	0.75 0
4.2	1.24 0	1.23 5	1.21 10	1.17 14	1.12 19	1.06 23	0.99 26	0.91 28	0.83 27	0.76 0
4.4	1.23 0	1.22 5	1.20 9	1.16 14	1.11 18	1.05 22	0.98 25	0.91 27	0.83 25	0.77 0
4.6	1.22 0	1.21 5	1.19 9	1.15 14	1.11 18	1.05 21	0.98 24	0.91 26	0.83 24	0.78 0
4.8	1.21 0	1.20 5	1.18 9	1.15 13	1.10 17	1.04 21	0.98 23	0.91 25	0.84 22	0.79 0
5.0	1.20 0	1.19 4	1.17 9	1.14 13	1.10 17	1.04 20	0.98 23	0.91 24	0.84 20	0.80 0
5.2	1.19 0	1.19 4	1.17 9	1.13 13	1.09 16	1.04 20	0.97 22	0.91 23	0.84 19	0.81 0
5.4	1.19 0	1.18 4	1.16 8	1.13 12	1.09 16	1.03 19	0.97 21	0.91 22	0.85 18	0.81 0
5.6	1.18 0	1.17 4	1.15 8	1.12 12	1.08 16	1.03 19	0.97 21	0.91 21	0.85 17	0.82 0
5.8	1.17 0	1.17 4	1.15 8	1.12 12	1.08 15	1.03 18	0.97 20	0.91 20	0.86 16	0.83 0
6.0	1.17 0	1.16 4	1.14 8	1.11 12	1.07 15	1.02 18	0.97 19	0.91 19	0.86 15	0.83 0
6.2	1.16 0	1.16 4	1.14 8	1.11 11	1.07 15	1.02 17	0.97 19	0.91 18	0.86 14	0.84 0
6.4	1.16 0	1.15 4	1.13 8	1.10 11	1.07 14	1.02 17	0.97 18	0.91 18	0.87 13	0.84 0
6.6	1.15 0	1.15 4	1.13 7	1.10 11	1.06 14	1.02 16	0.97 18	0.91 17	0.87 12	0.85 0
6.8	1.15 0	1.14 4	1.12 7	1.10 11	1.06 14	1.02 16	0.97 17	0.92 16	0.87 12	0.85 0
7.0	1.14 0	1.14 4	1.12 7	1.09 10	1.06 13	1.01 15	0.97 17	0.92 16	0.88 11	0.86 0
7.2	1.14 0	1.13 4	1.12 7	1.09 10	1.06 13	1.01 15	0.97 16	0.92 15	0.88 10	0.86 0
7.4	1.14 0	1.13 3	1.11 7	1.09 10	1.05 13	1.01 15	0.97 16	0.92 15	0.88 10	0.86 0
7.6	1.13 0	1.13 3	1.11 7	1.09 10	1.05 12	1.01 14	0.97 15	0.92 14	0.88 10	0.87 0
7.8	1.13 0	1.12 3	1.11 7	1.08 10	1.05 12	1.01 14	0.97 15	0.92 14	0.89 9	0.87 0
8.0	1.13 0	1.12 3	1.10 7	1.08 9	1.05 12	1.01 14	0.97 14	0.92 13	0.89 9	0.88 0

第一，吴淞平均高、低潮间隙分别差6分钟和13分钟。这是  $M_6$  影响的结果，它使落潮历时平均延长了19分钟，尽管它与  $M_2$  的振幅比只有不到0.04。由于同一原因，使汕尾的平

的第二项偏小。对于这类区域，比较好的办法是采用该区域内有关分潮实际振幅比的平均值代替理论比值。例如北部湾的北部可取  $S_2/M_2 = 0.25$ ,  $K_2/S_2 = 0.8$ 。此时有

均高潮间隙相差48分钟。

第二，汕头的回归潮两者差别较大，其中高潮不等原为14厘米，新的计算结果为35厘米。这是浅水潮影响的结果。浅水潮对日潮不等有一定的影响，例如吴淞的低潮不等在考虑浅水潮之后可增大10厘米左右。这些数字说明，在不规则半日潮港，甚至不规则日潮港，当浅水分潮较大时将它们包括在计算中是必要的。

第三，吴淞平均大潮差两者相差6厘米，这是由于新的计算式中考虑四分日潮龄和六分日潮龄等于半日潮龄的缘故。

第四，北海的回归潮平均间隙和高度及分点潮平均潮差的计算结果差别较大。其主要原因是北海受浅水影响使  $K_1$  的倍潮（角速率等于  $\sigma_{k_2}$ ）增大，结果是  $K_2$  与  $S_2$  的振幅比达到0.84，是理论比值的三倍。这表明，在我国北部湾北部沿岸，本文第I部分中式(2.4)的  $Ar_p$  偏大，而式(2.6)

表4 非调和常数的计算结果\*

名称	符号	大连		龙口		吴淞		汕头		汕尾		北海	
		(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
平均高潮间隙	HWI	9:55	9:56	10:55	10:54	12:18	12:12	01:31	01:36	09:33	08:45	06:09	06:09
平均低潮间隙	LWI	3:45	3:44	4:42	4:42	07:06	07:19	06:34	06:44	02:13	02:08	00:05	00:05
平均潮差	$M_n$	203	201	86	86	224	226	91	89				
平均大潮差	$S_e$	254	255	108	107	301	307	108	110				
平均小潮差	$N_p$	143	146	59	59	128	128	72	69				
平均半潮面	HTL	162	162	70	69	206	207	135	137		97		
平	高高潮间隙	HHWI			11:01				14:44		20:37		05:34
	低高潮间隙	LHWI			23:11				00:46		09:39		—
	高低潮间隙	HLWI			17:40				19:13		13:18		—
	低低潮间隙	LLWI			04:08				06:44		03:04		14:17
均	高高潮高	HHW			136				192		163		418
	低高潮高	LHW			88				170		104		—
	高低潮高	HLW			31				127		76		—
	低低潮高	LLW			22				57		40		132
回	高高潮间隙	HHWI <sub>τp</sub>			11:02			14:38	15:07	20:19	20:23	05:16	05:23
	低高潮间隙	LHWI <sub>τp</sub>			23:03			24:08	00:13	—	—	—	—
	高低潮间隙	HLWI <sub>τp</sub>			18:07			19:47	19:15	—	—	—	—
	低低潮间隙	LLWI <sub>τp</sub>			03:48			06:54	06:40	04:01	03:33	15:23	15:03
均	高高潮高	HHW <sub>τp</sub>			146			191	203	180	180	475	482
	低高潮高	LHW <sub>τp</sub>			72			177	168	—	—	—	—
	高低潮高	HLW <sub>τp</sub>			34			153	150	—	—	—	—
	低低潮高	LLW <sub>τp</sub>			19			46	37	31	28	77	77
平均高潮不等	HWQ		58		46		54		22		59		
平均低潮不等	LWQ		17		9		9		70		36		
回归潮高潮不等	HWQ <sub>τp</sub>		87	74	74		78	14	35		—		
回归潮低潮不等	LWQ <sub>τp</sub>		25	14	15		13	106	113		—		
分点潮平均潮差	$M_e$									66	65	117	102
潮汐类型	$(K_1 + O_1)/M_2$	0.45		0.92		0.37		1.33		2.14		4.03	
平均海面	$S_0$	163		70		202		137		100		255	

\* (1) 为国家海洋局海洋科技情报所的原有效果; (2) 为本方法的计算结果。

$$\begin{cases} A_{Tp} = 1.01M_2 - 2.9 \frac{S_2^2}{M_2} \\ M_e = 2.02M_2 + 6.8 \frac{S_2^2}{M_2} + \frac{1}{M_2} (0.22K_1^2 + 0.21O_1^2 - 0.41K_1O_1) \end{cases} \quad (18)$$

最后, 关于平均高、低潮间隙, 我们沿用的习惯方法是无论对于何种类型的港口, 都不考虑日潮的影响。因此通常称作半日潮平均高、低潮间隙。式 (1.13) 也似乎证实了日潮对平均间隙无影响。然而该式是在主分潮显著大于其它分潮的前提下通过近似处理后得出

的。事实上从表 2 可以看出, 在一个平太阴月中两个高(或低)潮的改正角  $\varepsilon$  在量值上的差别随着比值  $B/A$  的增大而增大。这表明当日潮相对较大时, 应考虑它对平均高、低潮间隙的影响。实际计算时可利用表 4 中反映潮汐平均状态的四个间隙求得。例如, 所得几个港口的平均高、低潮间隙如下:

港名	B/A	平均高潮间隙		平均低潮间隙	
		无日潮	有日潮	无日潮	有日潮
龙口	0.57	10:54	10:52	4:42	4:42
汕头	0.82	01:36	01:33	06:44	06:46
汕尾	1.21	08:45	08:56	02:08	01:58

因为当  $B_0/A_0 > 0.5$  时需要计算反映日潮不等的平均间隙和高度, 并且由此附带计算出考虑日潮影响的平均高、低潮间隙并不增加计算量, 故建议当  $B_0/A_0 > 0.5$  时采用这种算法。当  $B_0/A_0 \geq 2.0$  时, 潮汐变化基本上是日潮型的, 在这类港口可仍由半日潮直接计算, 但其结果只代表分点潮时期。

### 参 考 文 献

- (1) 王骥, 1984. 潮汐非调和常数的计算方法 I. 原理. 海洋科学 5: 1—9.
- (2) 中国人民解放军海军司令部海道测量部, 1959. 实用潮汐学. 第72—108页。

## A METHOD FOR CALCULATING TIDAL NONHARMONIC CONSTANTS

### II. THE MANUAL CALCULATION PROCEDURE

Wang Ji

(Institute of Marine Scientific and Technological Information, NBO)

#### Abstract

In the part I of this paper the average amplitudes of diurnal and semi-diurnal tides, including the shallow water corrections to the amplitude and phase of semi-diurnal tides, have been derived. In this part, a practical procedure for calculating the tidal nonharmonic constants is presented and some supplementary tables which can be used to simplify the manual procedure are given. As a test, the present results are compared with the data found in the tide tables of NBO.