

淤泥对港湾自振周期的影响*

姜林

(天津大学水利系)

一、前言

港湾水体显著振动是人们早就注意到的一种自然现象。通常,显著共振周期为几分钟到1小时左右。尽管这种长波特征的水面上下摆动幅度不大,但水体的横向摆动幅度却相当大。这不仅碍于船舶入港行驶,而且如果系泊船只的动态反应恰好有接近的共振周期,则会导致系泊船舶的缆绳断裂、护舷材料损坏等严重后果。

港湾振动与声学、电学、光学中的共振腔中的振动相类似。由于港湾水体跟外海水体相比是一小量,所以港湾内水体在外海潮波力的作用下很容易产生一种强迫振动。当这种振动的频率与港湾水体自振频率接近时,就会产生共振。

关于港湾水体自振周期的问题,前人已经做过许多研究工作^[2-4]。但这些研究工作都是在港湾底面刚性假设的前提下进行的。关于非刚性淤泥底面对港湾自振特征的影响迄今未见报道。

实际上,港湾底面大多不满足刚性条件。在淤泥质海岸,港湾底部往往积有一定厚度的软泥。当港湾水体产生振动时,这层软泥不可避免地要与水体产生作用,对水体的振动起阻滞作用,从而影响到水体的自振周期(严格讲应称为港湾水体有阻尼自由振动周期,以下均简称自振周期)。有人做过研究^[1],在一定条件下,波动水体作用下的软泥在力学性能上接近一种牛顿流体,可近似作为粘性流体处理。

由于港湾地形一般比较复杂,淤泥与波动水体的作用机理也很复杂,研究起来比较困难。有人通过模型实验和数值计算进行分析,但费钱费时。若能建立简单模型给出解析理论,把握住港湾振动的主要特征,则是十分有意义的。

本文提出了一、两层流体模型来模拟软泥与港湾水体的相互作用。模型中的上层流体是一种理想流体,代表港湾内水体;下层流体是一种大容量、大粘度的粘性流体,代表底部软泥层;软泥层下面是刚性水平面。此时系统的自振为有阻尼的自由振动(以下均简称自振)。本文以此模型出发,列出了模型中两层流体系统的一维自振微分方程组。由此方程组可解出上下层流体质点的轨迹速度、自由表面和两流体界面的升降量,进而推求得港湾水体自振周期及自振随时间的衰减系数。最后讨论了底层软泥厚度和粘度对自振周期和衰减系数的影响。

二、一维自振方程组及其解

为理论上讨论方便起见,将实际上形状不

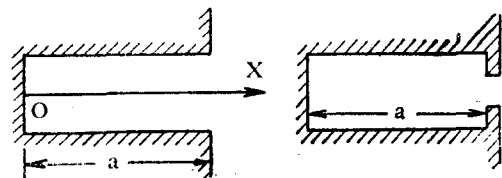


图1 港湾模型
Fig. 1 Rectangular harbors

*本文得到了赵子丹教授的指导,特此致谢。

规则的港湾化为简单的几何形状。本文主要研究长方形港湾中底部淤泥对港湾一维自振特征的影响。

港湾模型和坐标系统的设立如图1所示。取X轴垂直于港湾内侧壁,且指向外海。取Z轴垂直于底面,向上为正。

(一) 基本假定

1. 港湾水体的振动按浅水长波处理,即不计垂直加速度的影响,压力按静压分布。
2. 港湾水体的振动是小振幅余弦波。
3. 不考虑边壁和底面的摩阻影响;边壁具有不可渗透性和完全反射性。
4. 上下两层流体均匀且不可压缩。
5. 不考虑地转柯氏力的影响。

(二) 自振方程组及其求解

根据以上基本假设,由长波运动方程出发,即可得出此系统的一维自振微分方程组及诸边界条件。

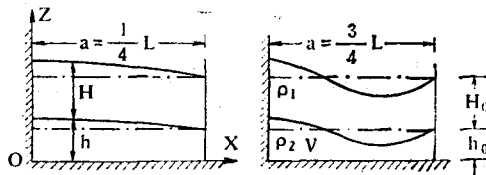


图2 系统的一阶和二阶自振示意
Fig. 2 Definition sketch for the first and the second mode oscillations

1. 上层理想流体运动的动量方程和连续性方程如下:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial(H+h)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + H_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

2. 下层粘性流体运动的动量方程和连续性方程如下:

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + g \left(\frac{\partial h}{\partial x} + r \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \nu \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \int_0^{h_0} \frac{\partial u_2}{\partial z} dz = 0 \quad (4)$$

式中, $u_1 = u_1(x, t)$, 上层流体质点的水平轨迹速度; $u_2 = u_2(x, z, t)$, 下层流体质点的水平轨迹速度; H_0 及 H 分别为上层流体静止时和运动时的厚度; h_0 及 h 分别为下层流体静止时和运动时的厚度; ν 为下层流体的运动粘性系数; $r = \frac{\rho_1}{\rho_2}$, ρ_1 为上层流体密度; ρ_2 为下层

流体的密度; g 为重力加速度。

3. 边界条件: 可作如下几方面考虑。

(1) 考虑到港湾内侧尽端的不可渗透性, 可得

$$u_1(x, t) |_{x=0} = 0 \quad (5)$$

$$u_2(x, z, t) |_{x=0} = 0 \quad (6)$$

(2) 考虑到港湾内侧尽端的完全反射性, 可得

$$\frac{\partial(H+h)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (8)$$

(3) 因外海水平面变化甚微, 故可近似取

$$(H+h) |_{x=a} = H_0 + h_0 \quad (9)$$

$$h |_{x=a} = h_0 \quad (10)$$

(4) 软泥层下刚性底面 $z=0$ 上流体质点满足不滑动条件, 即

$$u_2(x, z, t) |_{z=0} = 0 \quad (11)$$

(5) 两层流体分界面上切应力为零, 可得

$$\frac{\partial u_2}{\partial z} \Big|_{z=h_0} = 0 \quad (12)$$

(6) 考虑到下层流体粘滞作用导致能量损耗(除此外不考虑其他形式的能量损失), 振动要素将随时间衰减。因此有

$$u_1(x, t) |_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (13)$$

$$u_2(x, z, t) |_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (14)$$

$$H(x, t) |_{t \rightarrow \infty} \rightarrow H_0 \quad (15)$$

$$h(x, t) |_{t \rightarrow \infty} \rightarrow h_0 \quad (16)$$

上下两层流体在振动过程中, 在界面处接触密实, 振动(实际是立波)协调一致。因此, 自由表面波动和界面波动具有相同的波长

和周期。

考虑到以上基本假设和各个边界条件，设微分方程组 (1)，(2)，(3)，(4) 有如下形式的解：

$$H + h = H_0 + h_0 + A \cos kx \cdot e^{i\sigma t} e^{-\mu t} \quad (17)$$

$$u_1 = B \sin kx \cdot e^{i\sigma t} e^{-\mu t} \quad (18)$$

$$h = h_0 + C \cos kx \cdot e^{i\sigma t} e^{-\mu t} \quad (19)$$

$$u_2 = D f(z) \cdot \sin kx \cdot e^{i\sigma t} e^{-\mu t} \quad (20)$$

$$H = H_0 + (A - C) \cos kx \cdot e^{i\sigma t} e^{-\mu t} \quad (21)$$

为推算方便起见，这里采用了复数表达式。式中：

$$K = \frac{2\pi}{L}, \quad L \text{ 为波长, 对 } n \text{ 阶自振 } L =$$

$$\frac{4a}{2n-1} \quad (n=1, 2, \dots), \quad a \text{ 为港湾的进深长}$$

度； $\sigma = \frac{2\pi}{T}$ ，自振频率； T 为自振周期； μ 为

衰减系数 ($\mu > 0$)； A 为初始时刻自由波面的振幅； B, C, D 为待定复系数； $f(z)$ 为待定的坐标 Z 的函数； i 是复算子。

为运算简便，令 $\lambda = \sigma + i\mu$ ，则方程 (17) 至 (21) 可写成如下形式：

$$H + h = H_0 + h_0 + A \cos kx \cdot e^{i\lambda t} \quad (22)$$

$$u_1 = B \sin kx \cdot e^{i\lambda t} \quad (23)$$

$$h = h_0 + C \cos kx \cdot e^{i\lambda t} \quad (24)$$

$$u_2 = D \sin kx \cdot f(Z) e^{i\lambda t} \quad (25)$$

$$H = H_0 + (A - C) \cos kx \cdot e^{i\lambda t} \quad (26)$$

将方程 (22) 和 (23) 代入方程 (1)，方程 (23) 和 (26) 代入方程 (2)，可得

$$B = -i \frac{gk}{\lambda} A \quad (27)$$

$$C = [1 - H_0 g \left(\frac{k}{\lambda}\right)^2] A \quad (28)$$

将 (24)，(25)，(26) 式代入方程 (3)，得

$$D \{v f''(Z) - i\lambda f(Z)\} = -gk \{C + r(A - C)\} \quad (29)$$

$$\text{令 } D = -\frac{gk}{v} \{C + r(A - C)\} \quad (30)$$

则方程 (29) 式可以简化为：

$$f''(Z) - i \frac{\lambda}{v} f(Z) = 1 \quad (31)$$

方程 (31) 具有如下形式的通解

$$f(Z) = i \frac{v}{\lambda} + M_1 \cosh mZ + M_2 \sinh mZ \quad (32)$$

$$\text{其中 } m = (1+i) \sqrt{\frac{\lambda}{2v}}$$

由边界条件 (11) 式和 (12) 式可以定出系数 M_1 和 M_2 如下：

$$M_1 = -i \frac{v}{\lambda}$$

$$M_2 = i \frac{v}{\lambda} \tanh mh_0$$

$f(Z)$ 的表达式可写成如下形式

$$f(Z) = i \frac{v}{\lambda} (1 - \cosh mZ + \tanh mh_0 \cdot \sinh mZ) \quad (33)$$

将 (24)，(25) 式代入方程 (4) 中，得

$$\int_0^{h_0} f(Z) dZ = i \frac{C}{D} \left(\frac{\lambda}{k}\right) \quad (34)$$

将 $C, D, f(Z)$ 的表达式 (28)，(30) (33) 代入方程 (34)，整理可得

$$-gh_0 \left[1 - \frac{\tanh mh_0}{mh_0} \right] = \frac{\left(\frac{\lambda}{k}\right)^2 - H_0 g}{1 - (1-r)H_0 g \left(\frac{k}{\lambda}\right)^2} \quad (35)$$

方程 (35) 是一个关于 λ 的超越方程，不能求得 λ 的解析表达式；在给定参数 H_0, h_0, v, r 等的具体数值后，可以用逐次逼近法求得 λ 的近似值，从而求得自振频率 σ 和衰减系数 μ 。将求得的 σ 和 μ 代入 (17)，(18)，(19)，(20) 四式中，且仅取有物理意义的实部部分即得上下两层流体质点的轨迹速度、自由表面和界面升降量的解析表达式。

$h_0 = 0$ 是本模型的一种特殊情况,即刚性底面单层理想水体情况。此时,自振无粘滞阻尼损耗,即有 $\mu = 0$ 。方程(35)可简化为:

$$\left(\frac{\sigma}{k}\right) - H_0 g = 0$$

可得自振周期

$$T = \frac{4a}{(2n-1)\sqrt{gH_0}} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (36)$$

式(36)与前人所得的开口港湾自振周期公式完全相同。

$v = 0$ 是本模型的另一种特殊情况,即两层理想流体情况。此时,系统自振无阻尼损耗,方程式(3)得到简化,自振微分方程组(1) — (4)易于求得解析解。

三、淤泥对自振周期的影响

在以下的讨论中,设港湾的进深长度 a 为500m,港湾平均水深 H_0 为10m,重力加速度 g 取 $9.8\text{m}^2/\text{s}$ 。根据他人研究^[1],软泥的运动粘性系数 ν 一般在 $0.1\text{—}1.0\text{m}^2/\text{s}$ 左右,软泥密度一般小于 $1.3\text{g}/\text{cm}^3$ 。在此,取水的密度 $\rho_1 = 1.0\text{g}/\text{cm}^3$,软泥的密度取 $\rho_2 = 1.2\text{g}/\text{cm}^3$,则密度之比 $\tau = 0.83$ 。在波浪作用下,软泥质点的运动一般能向下渗透数cm到1m左右。

(一) 底层厚度 h_0 对自振周期的影响 (以一阶自振为例)

底层厚度不同,系统的粘滞阻尼大小也就不同。从而,所对应的系统的自振周期和衰减系数也不相同。当 h_0 等于零时,粘滞阻尼为零; h_0 增大时,粘滞阻尼也随之增大。

图3给出了衰减系数 μ 随 h_0 的变化曲线。由图3可以看出, μ 随着 h_0 的增大而增大。这证明了上面的推断是正确的。

图4给出了自振周期 T 随 h_0 的变化曲线。从图4可以看出,自振周期 T 随 h_0 的增大呈减小的趋势。这是不难理解的。 h_0 的增大一方面使系统的粘滞阻尼增大,从而有使自振周期增大的作用。另一方面,从刚性底面自振周期公

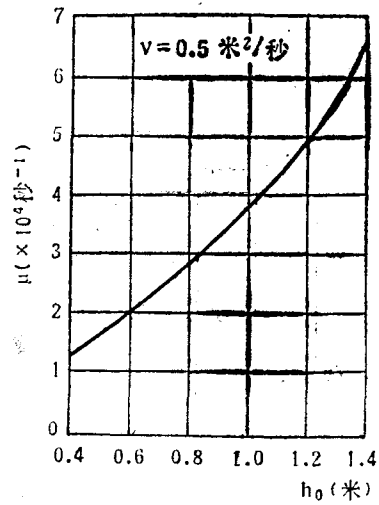


图3 μ 随 h_0 的变化曲线
Fig.3 Decay coefficient μ versus thickness h_0

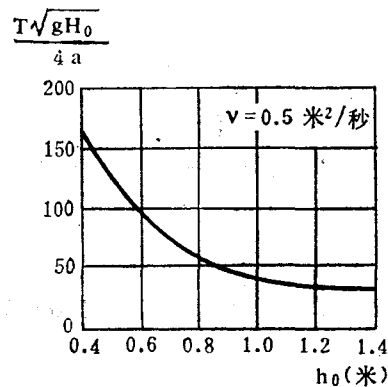


图4 自振周期关于 h_0 的变化曲线
Fig.4 Natural period T versus thickness h_0

式(36)来看,自振周期与水深的平方根成正比,所以底层流体厚度的增大又有使自振周期减小的作用。由图4得出的结论说明后一作用强于前一作用。

(二) 底层淤泥粘性对自振周期的影响 (以一阶自振为例)

图5给出了自振周期 T 随粘度 ν 的变化曲线。可以看出,自振周期随着粘度 ν 的增大呈增大的趋势。因为底层粘度愈大,粘滞阻尼作用就愈强,因而系统的振动就缓慢。但当 ν 增大到一定数值后,自振周期将随 ν 的增大而减小。 $\nu \rightarrow \infty$ 时,底层淤泥的作用相当于一刚性底面。

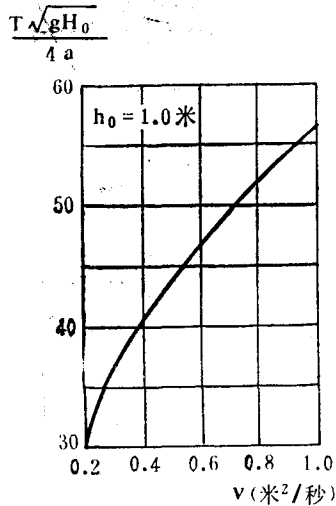


图5 自振周期 T 随 ν 的变化曲线
Fig.5 Natural period T versus viscosity ν

四、结语

由上述分析得知, 港湾水体的自振周期不仅受港湾形状、水深、海底地形等因素的影响,

而且还受港湾底面地质条件的影响。从本文模型的计算结果来看, 底层淤泥厚度和粘性对港湾自振周期影响都较大。因此在估算实际港湾自振周期时, 底层淤泥的影响不可忽视。

在本文提出的模型中, 将底部软泥作为一种单相体——粘性流体处理。实际上, 软泥是一种两相体(因体颗粒和孔隙水), 而且在某些情况下不能作为粘性流体处理。由此看来, 关于淤泥对港湾水体自振周期影响问题的进一步研究, 似乎应该从波动水体作用下的软泥响应入手, 结合土动力学理论分析进行。

参 考 文 献

- [1] 钱宁、万兆惠, 1983. 泥沙运动力学。科学出版社, 561—565.
- [2] 富永政英, 1976. 海洋波动(中译本, 1983)。科学出版社, 377—381, 391—395.
- [3] Weigel, R. L., 1964. *Oceanography Engineering*. 115—124.
- [4] Horikawa, K., 1978. *Coastal Engineering*. 130—146.

EFFECTS OF SOFT MUDS ON FREE OSCILLATION PERIODS IN RECTANGULAR HARBORS

Jiang Lin

(Department of Hydraulic Engineering, Tianjin University)

Abstract

In this paper, effects of fluid muds on one-dimensional free oscillations in rectangular harbors are discussed, with emphasis on the free oscillation periods and decay coefficients. The mathematical model is a layer of inviscid fluid overlaying a viscous fluid with great density, bounded by a horizontal rigid plane and vertical walls. Solutions for initial simple harmonic disturbances indicate that the surface and interface elevations and fluid particle velocities decay exponentially with time. The free oscillation periods increase with the increase of lower layer's viscosity and decrease with the increase of lower layer's depth.