

黄茅海二维潮流的数值计算

唐永明

(中国科学院海洋研究所, 青岛 266071)

收稿日期 1990年10月21日

关键词 二维潮模型, 流速分解法, 潮流场, 往复流

提要 将三维浅海流体动力学的流速分解模型简化为二维潮模型。在 Arakawa-B 网格上, 对黄茅海的潮位和潮流进行数值模拟。结果表明, 黄茅海是一个往复流海区, 与实际吻合较好。

黄茅海是珠江口西部的一个北窄南宽、面积约为 440km² 的喇叭状海湾, 北部湾顶有虎跳门及崖门两大水道注入, 海湾自南向北逐步收缩, 在长约 30km² 的水道上, 收缩率为 1/18。这种特定海的湾形状, 对水流运动有明显的影响 (图 1), 使潮流基本上呈南北往复流。

珠江口及邻近海域是我国南方的重要经济开发区, 为了摸清黄茅海的潮流状况, 本文采用了一种二维潮模型的数值计算, 首次获得了黄茅海的潮位潮流的大致分布。

I. 模型及计算方法

I. 1. 微分模型

选用全流式浅海堰波模型, 即

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U}{H} Q \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V}{H} Q \right) = -ifQ - gH\Gamma - \beta Q \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

其中, $Q = U + iV$; $\Gamma = \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y}$

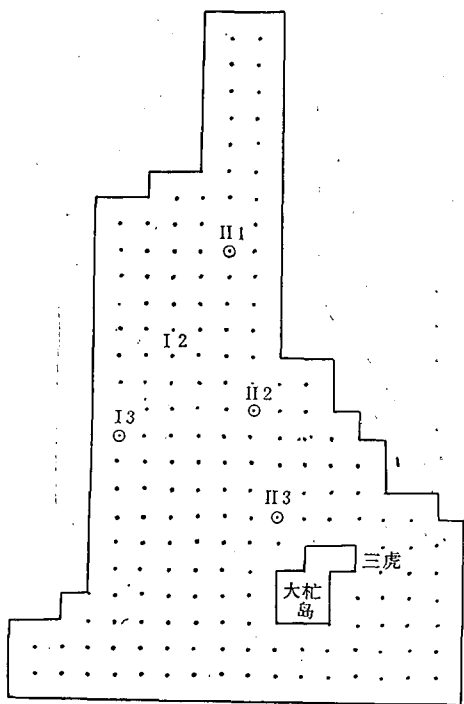


图 1 计算网格
Fig. 1 Calculation grid

(U, V) 为 (x, y) 方向上的全流分量;

其中 ζ 为潮位; $H = h + \zeta$ 为瞬时水深; f 为海域平均柯氏参数; h 为自海平面起算之水深; g 为重力加速度; β 为底应力参数, $\beta = 2.6 \times 10^{-3} |Q| / H^2$ 。

当计算出全流 (U, V), 以及水深 H 后, 即可得深度平均流:

$$\left(\frac{U}{V}\right) = \left(\frac{U/H}{V/H}\right)$$

黄茅海平均水深仅 5m, 其底应力效应和浅水效应较强, 因此, 可以选用文献[1]的类似方法计算。

对于方程(1), 可采用隐式迭代法^[2], 其收敛速度很快。即对全流方程以下面格式进行离散:

$$\frac{Q^{[k+1]} - Q^{[k]}}{\Delta t_1} = -R^{[k]}Q^{[k+1]} - gH^{[k]}\Gamma^{[k+1]} - F^{[k]} \quad (1')$$

即,

$$Q^{[k+1]} = (1 + R^{[k]}\Delta t_1)^{-1}[Q^{[k]} - gH^{[k]}\Gamma^{[k+1]}\Delta t_1 - F^{[k]}\Delta t_1] = -A^{[k]}\Gamma^{[k+1]} - T^{[k+1]} \quad (3)$$

$$\text{其中, } R = -\beta + if; F = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U}{H} Q \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V}{H} Q \right)$$

$$A^{[k]} = (1 + R^{[k]}\Delta t_1)^{-1}gH^{[k]}\Delta t_1$$

$$T^{[k+1]} = (1 + R^{[k]}\Delta t_1)^{-1}[T^{[k]} + A^{[k-1]}\Gamma^{[k]} + \Delta t_1 F^{[k]}]$$

写成标量分量形式为:

$$\begin{cases} U = -A_R \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_I \frac{\partial \zeta}{\partial y} - T_x \\ V = -A_R \frac{\partial \zeta}{\partial y} - A_I \frac{\partial \zeta}{\partial x} - T_y \end{cases} \quad (4)$$

其中, $T_x = T_r$ (T 的实部); $T_y = T_i$ (T 的虚部)。将式(4)代入方程(2)得:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = A_R \nabla^2 \zeta + \left(\frac{\partial A_R}{\partial x} + \frac{\partial A_I}{\partial y} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\frac{\partial A_R}{\partial y} - \frac{\partial A_I}{\partial x} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \nabla \cdot \mathbf{T} \dots \dots \quad (5)$$

$$\text{其中, } \mathbf{T} = T_x \cdot \mathbf{i} + T_y \cdot \mathbf{j} = T_r \mathbf{i} + T_i \mathbf{j}$$

当我们将式(5)在某一时刻离散时, 其中 (T_r, T_i) 已用前一时刻量组成了, 因此, $\nabla \cdot \mathbf{T}$ 即为式(5)的已知强迫函数。边界条件与一般模式一样, 取岸边的不可流入条件,

$$Q_n = U \cos \alpha + V \cos \beta = 0 \quad (6)$$

开边界条件为瞬时潮位的输入, 在具体计算中, 考虑到南侧边界直线长度为 24km² 左右, 边界线上东西侧水位变化有所不同, 且外业调查工作只提供了东侧荷包岛一个月的水位观测资料, 我们便利用了它所分离出来的调和常数。西侧没有观测资料, 参考“中国沿海各验潮站的潮汐调和常数”对潮位和调和常数作了适当的假定。¹⁾ 计算中, 根据 M_2, S_2, K_1, O_1 4 个主要分潮来确定南边界东西两侧的潮位, 再经线性内插获得边界值, 然后在此基础上根据假定的参数并以计算域内控制点的实测潮位与计算值基本拟合为依据, 反复上机调试确定。

$$\zeta = \sum_{i=1}^4 R_i \cos(\sigma_i t - Q_i) \quad (7)$$

将(4)代入(6)有:

$$Q_n = -A_R \frac{\partial \zeta}{\partial n} - A_I \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} - T_n = 0 \quad (6')$$

1) 王志豪, 中国沿海的潮汐特征与海岸带开发——应用潮汐文集, 第一集。

其中 τ 为边界切向坐标。

方程(5)结合边界条件(6')和(7)构成了二维正压浅海潮位 ζ 的适定问题, 当用数值方法计算出各网格点上的瞬时潮位 ζ 后, 可代入(3')和(4)得到该瞬时的全流 (U, V) , 并进而得到平均潮流速 (u, v) 。

1.2. 差分格式

对于复型的全流方程已如上述取(1'), 得到某离散的瞬时表达式(4)或(3)。关键的一步是在(7)的条件下, 数值计算(5), (6')。

对于抛物型方程(5)可以取 Crank-Nicolson 格式, 即:

$$\frac{\zeta^{(k+1)} - \zeta^{(k)}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[A_R \nabla^2 \zeta + \left(\frac{\partial A_R}{\partial x} + \frac{\partial A_I}{\partial y} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\frac{\partial A_n}{\partial y} - \frac{\partial A_I}{\partial x} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \nabla \cdot T \right]^{(k+1)} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right)^{(k)} \quad (8)$$

中括号内关于 ζ 的微分算子取如下中差格式:

$$\left[A_R \nabla^2 \zeta + b \frac{\partial \zeta}{\partial x} + c \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right]_{ii} = A_R \left[\frac{\zeta_{i+1,j} - 2\zeta_{i,j} + \zeta_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\zeta_{i,j+1} - 2\zeta_{i,j} + \zeta_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \right] + b \frac{\zeta_{i+1,j} - \zeta_{i-1,j}}{2\Delta x} + c \frac{\zeta_{i,j+1} - \zeta_{i,j-1}}{2\Delta y} = D_{\Delta}(\zeta_{i,j})$$

得到代数方程:

$$c_1 \zeta_{i,j}^{(k+1)} - c_2 \zeta_{i+1,j}^{(k+1)} - c_3 \zeta_{i-1,j}^{(k+1)} - c_4 \zeta_{i,j+1}^{(k+1)} - c_5 \zeta_{i,j-1}^{(k+1)} = \phi_{i,j} \quad (9)$$

其中:

$$c_1 = 1 + \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right] A_{Ri,j}^{(k)};$$

$$c_2 = \left(\frac{A_{Ri,j}}{\Delta x} + b \right) \frac{\Delta t}{2\Delta x}; \quad c_3 = \left(\frac{A_{Ri,j}}{\Delta x} - b \right) \frac{\Delta t}{2\Delta x};$$

$$c_4 = \left(\frac{A_{Ri,j}}{\Delta y} + c \right) \frac{\Delta t}{2\Delta y}; \quad c_5 = \left(\frac{A_{Ri,j}}{\Delta y} - c \right) \frac{\Delta t}{2\Delta y}。$$

$$\phi_{i,j} = \zeta_{i,j}^{(k)} + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^x - T_{i-1,j}^x}{2\Delta x} + \frac{T_{i,j+1}^y - T_{i,j-1}^y}{2\Delta y} \right]^{(k+1)} - \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2\Delta x} - \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2\Delta y} \right]^{(k)}$$

对于岸边界点则需将边界条件(6')也进行差分离散。如果单纯追求差商的精度, 即将(6')中水位导数也取三点二阶差商, 则这些边界方程将会出现对角不占优的病态矩阵。为保证不出现病态矩阵, 使收敛较快, 边界方程(6')必须采取适当的一阶精度差商, 即法向导数取向域内的前差商, 切向导数取后差商, 即:

$$-A_{Rb,0} \frac{\zeta_{b,1} - \zeta_{b,0}}{\Delta n} - A_{Rb,0} \frac{\zeta_{b,0} - \zeta_{b-1,0}}{\Delta \tau} - T_{nb,0} = 0 \quad (10)$$

其中 b 为沿岸节点数, 第 2 角标为沿岸内法方向节点数, Δn 为沿法线空间步长, $\Delta \tau$ 为沿

切线空间步长。

由于抛物型对流扩散方程的 Crank-Nicolson 格式是绝对稳定的, 故我们取时间步长为 1h, 收敛速度极快, 当对方程(9)和(10)形成的代数方程组采用高斯-塞德尔迭代时, 每步迭代次数不超过 10 次。

II. 结果与讨论

本文计算中主要以 1988 年 4 月 16 日至 18 日大潮期观测的实测资料作为验证。

由三虎站的实测与计算曲线比较可见, 计算与实测水位变化基本一致, 基偏差最大约为 20 cm, 显然, 这与所选用的分潮数目有关。但从水位预报计算的角度来看, 基本合乎要求。

黄茅海是一个径流弱而潮流相对强的海区, 其比值约为 0.2。选定北分潮作为主要的潮流检验标准, 表 1 为模型计算与实测流速的北分量量值对比表, 大部分点的北分量拟合较好, 其中, II-3, I-2 为最好, 但 I-3 较差, 显然是由于该点靠近计算域边界受边界计算误差影响所致。

表 1 模型计算与实测流速北分量比较

Tab. 1 The comparison of North components of tidal current between observation and numerical model

测 点		II-1	II-2	II-3	I-2	I-3	
		北 分 量 (m/s)	计算	MAX	0.66	0.56	0.59
MIN	-0.70			-0.58	-0.67	-0.68	-0.36
实测	MAX		0.75	0.58	0.79	0.69	0.71
	MIN		-0.95	-0.46	-0.82	-0.91	-0.54

从二维流场的数值计算中, 可以看出黄茅海潮流场的概貌: 涨潮时, 主要水流通过南侧边界, 分为左右两股绕大芒岛行进, 这与地形及实际情况相符。涨潮过程中, 由于黄茅海的整体地形作用, 可看到清晰的地形收缩效应, 从口门开始, 越往内流速越大, 流向北。平潮期间, 由于海湾南北间距离较长, 不论从潮波演进与反射波的迭加, 还是从海潮与径流的相遇来看, 其中都有一个流态明显疲弱的区域(图 2 b)。退潮时, 海域全部水流均转向南并同样绕过大芒岛两侧流出。这是一个典型的往复流海域。从整体看, 落潮流速大于涨潮流速。

III. 结 语

首次采用浅海流体动力学的水位抛物型方程法进行潮位、潮流的计算, 由于黄茅湾水深非常浅, 计算基本上是成功的。这种方法不必对原始方程进行联立数值计算, 只需独立计算一个潮位方程, 流速可通过水位得解析表达, 抛物型方程采用隐式差分离散后, 收敛极快, 计算量很小。

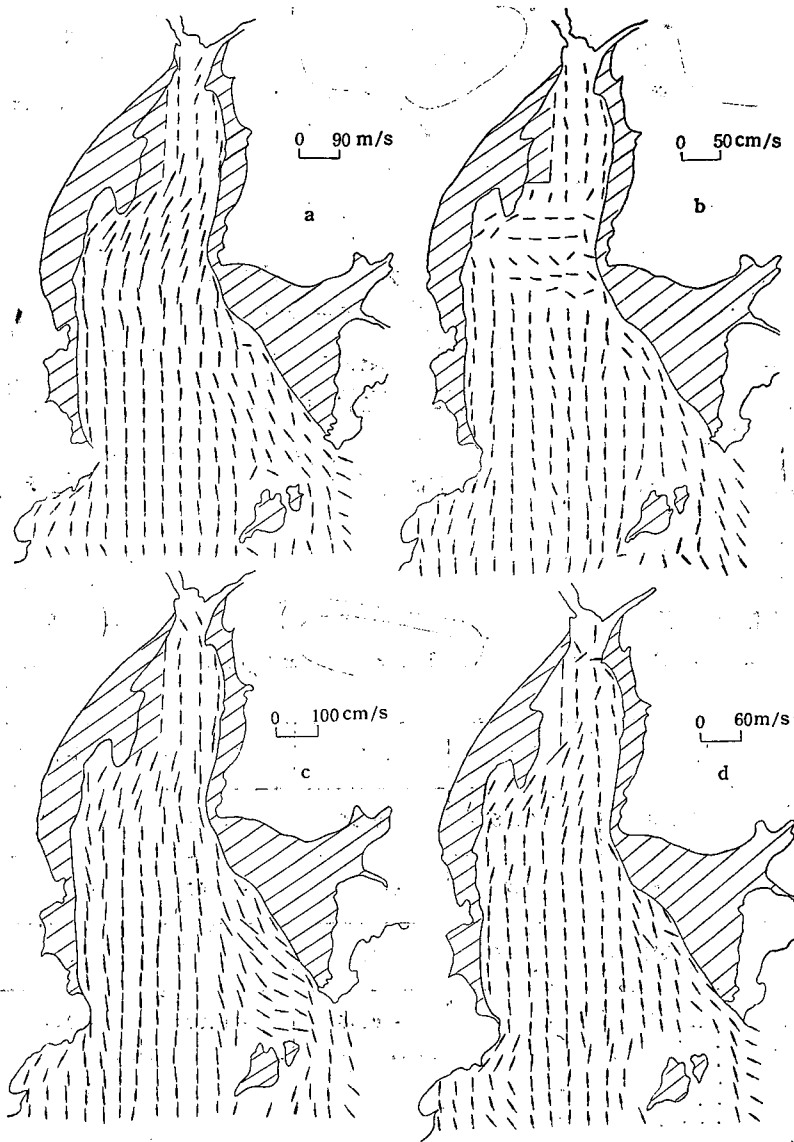


图2 潮流分布(1988年4月16日)

Fig. 2 Tidal current field

a. 5时(涨潮); b. 8时(平潮); c. 11时(退潮) d. 14时(停潮)。

主要参考文献

[1] 唐永明、孙文心、冯士筵, 1990。三维浅海流体动力学模型的流速分解法。海洋学报 12 (2) 146~153。

CALCULATION OF A TWO-DIMENSIONAL TIDE IN THE HUANGMAO SEA

Tang Yongming

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao 266071*)

Received: Oct. 27, 1990

Key Words: Two-dimensional tidal model, Splitting-current method (SCM), Tidal current field, To and fro current

Abstract

A two-dimensional tide model is developed and used for modelling the tidal elevation and tidal current of Huangmao Sea. The tidal current field obtained shows that the current is to and fro, and is in good agreement with observations.