

一种新的沉积物粒度分布拟合曲线

——对数双曲线分布及其应用

A NEW LIKELIHOOD CURVE OF GRAIN SIZE DISTRIBUTION——LOG-HYPERBOLIC DISTRIBUTION AND APPLICATION

李雪铭

(辽宁师范大学地理系 大连 116022)

在自然界,不同的沉积环境和作用机制形成的沉积物具有各自的粒度分布。自本世纪30年代Krumbein(1934)提出 ϕ 分级系统(即 $\phi = -\log_2 D$, D 为颗粒粒径(mm))以来^[3],研究沉积物粒度分布特征一直是区别沉积物类型,恢复沉积物机制,尤其是沉积环境的最基本手段之一,长期以来倍受国内外沉积学家们的重视^[4~8]。

研究沉积物粒度分布的方法最主要的是图解参数法和因子分析法。前者是绘制沉积物粒度分布的频率图、累积概率曲线、CM图等。该方法简单易懂,解释直观,一直被广泛运用,成为沉积物粒度分布研究的经典方法。70年代初发展起来的粒度因子分析法,利用全部粒度数据,进行复杂运算处理,使得粒度分布更好、更多地反映了沉积机制的信息^[9,10]。目前,该方法在国内已逐步开始应用,并取得了较好效果^[1,2]。

沉积物的粒度分布是一种离散的随机的分布,受多种因素控制,因此,沉积物的粒度分布曲线也就不可能完全遵循正态(或对数正态)分布。而这正是图解参数法的一个致命弱点。

正态分布是沉积物粒度最常见的分布之一,非正态分布则多种多样,其中则以罗辛分布(Rosin-distribution)更为多见。一般来说,未被流水作用搬运改造过的物质,基本上遵循罗辛分布,随着被搬运距离增大,粒度分布逐渐开始偏离罗辛分布,而趋向于正态分布。

80年代初,Bagnold和Barndorff-Nielsen根据他们早期的工作,提出了一种新的沉积物粒度分布的分式——对数双曲线概率分布曲线^[11],这种分布比原来的有些正态分布、罗辛分布更能拟合原始粒度分布。国外许多学者纷纷仿效。取得了新的认识和发现^[12~14]。但是,该方法参数求解复杂,拟合计算繁琐,在实际应用时比较困难,在国内至今未见报道和应用。本文简要介绍对数双曲线分布的基本概念及国外学者的运用情况。

1 对数双曲线概率密度函数

具有两个参数的正态分布的概率密度函数为:

$$p(X: \mu, \delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2\right]$$

式中 μ 为平均值,为曲线最高点横坐标; δ 为方差,表示曲线分布的分选度。

具有4个参数的对数双曲线概率密度函数为:

$$p(x: \mu, \delta, \varphi, r) = \frac{\sqrt{\varphi r}}{\delta(\varphi + r)K_1(\delta\sqrt{\varphi r})} \cdot \exp\left\{-\frac{\delta}{2}[(\varphi + r)\sqrt{1 + \left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2} - (\varphi - r)\frac{x-\mu}{\delta}]\right\}$$

式中 K_1 为修正的贝塞尔函数(Bessel function)。对数双曲线分布比正态分布多了两个参数 φ, r 。 $p(x: \mu, \delta)$ 的对数形式为抛物线。而 $p(x: \mu, \delta, \varphi, r)$ 对数形式则为具有两条渐近线的双曲线, φ, r 是这两条渐近线的斜率(图),而 μ 为两条渐近线交点的横坐标值,相当于Bagnold的“峰值粒径”(Peak diameter); δ 则与双曲线众数处的曲率有关,

$$\zeta = \delta\sqrt{\varphi r}$$

式中 ζ 的几何意义即是两条渐近线交点纵坐标和双曲线顶点纵坐标之差。

这种分布曲线的峰顶附近可用 $\tau^2 = \zeta\delta^{-2}(1+\pi^2)^{-1}$ 来表示在该点双曲线的曲率^[15],也可直接用 δ, ζ 和 $K = \sqrt{\varphi r}$ 来测定其展宽情况。

对数双曲线分布的对称性可用参数: $\pi = \frac{1}{2}(\varphi - r)\sqrt{(\varphi + r)}$ 来表示。

对数双曲线分布的偏态和峰态是 φ, r 和 δ 的复杂函数,但在绝大多数情况下($\zeta > 1$,且 $|\pi| < 0.5$), $SK \sim 3\pi/\sqrt{(1+\pi^2)\sqrt{\zeta}}$ 。当 $\zeta > 0.5$ 时, $Kg \sim 3(1+5\pi^2)/[\zeta(1$

收稿日期:1995年1月17日

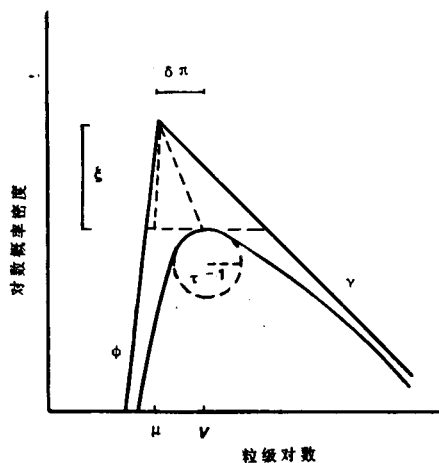


图 对数双曲线分布参数的几何学解释
 $+ \pi^2]$ 。也可用矩值法来求得上述参数 S_k 和 K_g 。由于 φ, r 两个参数的引入, 对数双曲线概率分布曲线考虑到了沉积物粗细两端的变化状态。Bagnold 认为斜率 φ 与跃移质粒度分布有关, r 则同推移、搬运的较粗颗粒物有关。

对数双曲线分布拟合计算过程比较复杂, 关键是如何从原始粒度分布数据中求出这 4 个参数, 最简单的办法是直接图上求取, 但精度较低。目前, 多运用最大(或最小)拟合法, 通过编制计算机程序运算获得^[15]。

3 国外对数双曲线分布在粒度分析研究中的应用实例

最近发表的大量研究成果表明, 运用对数双曲线分布拟合某些沉积物粒度原始分布要比正态曲线更为有效。

Christiansen 和 Hartmem(1988)计算分析了 4 500 多个不同沉积环境下形成的沉积物, 发现约有 70% 的样品可直接被对数双曲线分布所拟合, 而且, 求得的粒度参数能反映出沉积环境和动力机制更多的信息。

McArthur 根据 Bagnold 和 Barndorff-Nielsen 的观点, 讨论了侵蚀作用和堆积作用对对数双曲线分布曲线的渐近线的影响^[16]Barndorff-Nielsen 和 Christiansen 更进一步揭示了这一作用对整个曲线分布和辅助的形态三角图上样品位置的影响作用过程^[17]。Fieller 等发现对数双曲线中的其中 1 个参数在描述海滩沙样品时没有起作用, 认为用 3 个参数的拉普拉斯(Lap-lace)概率密度函数即能说明问题^[12]。当然也有人认为对风成砂而言, 还是运用正态分布比对数双曲线分布更好些。

对数双曲线分布运用于多峰的粒度分布拟合比较

困难。但最近 Cooper 和 Dixon 对英国牛津附近泰晤士河泛滥平原上的 20 个冲积性砾石样品的研究中运用的曲线拟合方法, 对于处理多峰分布的粒度分布曲线具有一定的指导性意义^[18]。具体做法是对双峰分布中每个峰分别进行正态分布和对数双曲线分布拟合。此时, 粒度分布的概率密度函数可写成:

$$p'(x) = (1 - \beta)[\alpha \cdot p(x; \mu_1, \delta_1) + (1 - \alpha) \cdot p(x; \mu_2, \delta_2)] \quad (1)$$

此式运用于两个正态分布情况。

$$p'(x) = (1 - \beta)[\alpha \cdot p(x; \mu_1, \delta_1, \varphi_1, r_1) + (1 - \alpha) \cdot p(x; \mu_2, \delta_2)] \quad (2)$$

此式运用于一个对数双曲线, 一个正态分布(双峰分布)的情况。

$$p'(x) = (1 - \beta)[\alpha \cdot p(x; \mu_1, \delta_1, \varphi_1, r_1) + (1 - \alpha)p(x; \mu_2, \delta_2, \varphi_2, r_2)] \quad (3)$$

此式运用于两个对数双曲线分布情况。式(1)~(3)中参数 β 代表细于 4φ 的分布组分含量, α 为剩余组分含量, 相当于砾石组分含量, 计算结果表明位于砾石组分范围的峰用对数双曲线分布拟合比用正态分布拟合更加稳定。经矿物分析证实砂粒级组分上的峰主要是石英和石英岩。砾石组分的峰基本为石灰岩, 其混合程度一方面取决于沉积过程, 另一方面取决于两种组分物源的相对丰度, 反映了沉积机制和物源区的环境状况。该实例可看出, 传统上认为粒度分布曲线的双峰或多峰态可以看成是两个或多个正态分布组成的观点是值得推敲的。Cooper 等的研究方法为双峰或多峰的这种解释沉积环境比较棘手的粒度分布研究提供了一种新的方法和方向。

4 结语

以上实例说明对数双曲线分布是研究沉积物粒度分布曲线非正态分布的又一种更为有效的拟合曲线, 能反映出更多的沉积环境和成因机制的信息, 尤其对风成、河流、海滩环境中沉积物更为突出。

参考文献

- [1] 李 凡, 1983. 海洋与湖沼 14(1): 44~53.
- [2] 李雪铭, 1991. 海洋科学 2: 33~36.
- [3] Krumbein, W. C., 1934. Jour. Sed. Petrology 4: 65-77.
- [4] Visher, G. S., 1969. Jour. Sed. Petrology 39: 1 074-1 106.
- [5] Viard, J. P. and Bueyer, J. A. 1979. Sed. 26: 427-439.
- [6] Spencer, D. W., 1963. Jour. Sed. Petrology, 33: 180-190.

- [7] Folk, R. L. , and Ward, W. C. ,1957. *Jour. Sed. Petrology.* 27;3-26.
- [8] Macharen, P. , 1981. *Jour. Sed. Petrology.* 51;611-629.
- [9] Solohub, J. T. and Klaven, J. E. ,1970. *Jour. Sed. Petrology.* 40;81-101.
- [10] Mather, P. M. ,1972. *Moth. Geol.* 4;219-234.
- [11] Bagnold, R. A. and Barndorff-Nielsen, O. ,1980. *Sed.* 27; 199-207.
- [12] Fieller, N. R. J. ,Gilbertson, D. D. and Olbricht, W. ,1984. *Nature.* 311;648-651.
- [13] Wyrowoll, K. H. and Smyth, G. K. ,1985. *Jour. Sed. Petrology.* 55;471-478.
- [14] Vincent, P. ,1986. *Sed. Geology.* 49(3/4);167-176.
- [15] Christiansen, C. and Hartmann, D. ,1988. *Compater and Geo-sciences* 14(5);557-627.
- [16] McArthur, D. S. ,1987. *Sed. Geology.* 54(1/2);147-163.
- [17] Barndorff-Nielsen, O. and Christiansen, C. , 1988. *Proc. Roy. Soc. ,Ser. A,* 4-17;335-352.
- [18] Cooper, D. M. and Dixon, A. J. ,1989. Characterization of Grain Size Distributions. Thames Flood Plain Gravels. 21 (7);673-681.