

赤道海洋波动弱非线性动力学系统浅析*

王 凡^① 吴德星 冯士筭 侍茂崇

(青岛海洋大学物理海洋研究所 266003)

提要 通过对连续层化条件下赤道海洋波动及相关环流特征尺度和物理量的尺度分析, 全面分析了赤道海洋波动及其相关环流所属动力学系统的性质。分析结果表明, 该系统为以参数 ϵ 为表征的弱非线性动力学系统, 在此基础上建立了适合描述赤道波非线性效应的动力学模型。

关键词 赤道海洋, 波动, 弱非线性系统, 尺度分析

* ① 热带海洋最显著的运动形式是相对稳定的赤道流系和多时空尺度赤道海洋波动及相伴随的振荡流场。赤道波动的重要动力学意义在于它是热带海洋响应和能量传播的主要形式之一。Hansen 等 1984 年指出, 越来越多的迹象表明, 赤道波对热带海洋环流及表层水温变化有显著的贡献作用。这一贡献很大程度上来自波动的非线性效应及其所导致的余环流, 它对海洋环流起着不可忽视的调整作用。过去对赤道海洋波动的理论研究, 以线性理论居多; 非线性理论研究, 主要针对波波相互作用、孤立波及波流相互作用等, 并且更多地是探讨非线性效应对波行为自身的影响。有关赤道波的非线性效应影响环流场的研究, 其理论基础是建立适合描述赤道波非线性效应的动力学模型。本文通过对连续层化条件下赤道海洋波动特征尺度及物理量的尺度分析, 综合分析赤道波及相关环流所属动力学系统及其非线性特征, 则是建立这样一个动力学模型的前提。

1 基本方程组与基本假设

把连续层化热带海洋的海水密度及其他动力学场量分解为与层化有关的静止并且满足静力学平衡的背景场量和相对于背景场的扰动量两部分, 则扰动量所满足的 β -平面右手平面直角坐标系下的具有不可压缩性质并满足 Boussinesq 近似的无因次流体力学问题可表述为^②

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1a)$$

$$u_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla u) - B y v + P_H p_x = E_v(Y u_z) \quad (1b)$$

$$v_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla v) + B y u + P_H p_y = E_v(Y v_z) \quad (1c)$$

$$\delta \Omega [w_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla w) + P_v p_z = -\rho + \delta \Omega E_v(Y w_z)] \quad (1d)$$

$$\rho_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla \rho) + \Theta w \rho_{Bz} = K_v (\chi \rho_z) \quad (1e)$$

海表面边界条件:

$$z = \epsilon F [\eta(p_s - p_a/p_0)], Y u_z = E_w \tau^x, Y v_z = E_w \tau^y, \\ \chi \rho_z = E_q q, w = F [\eta(P_{st} + \epsilon \vec{u} \cdot \nabla_H P_s)] \quad (2a)$$

海底边界条件:

$$z = -D, Y u_z = 0, Y v_z = 0, \rho = 0, w = 0 \quad (2b)$$

在自由表面提出应力边界条件, 其中 τ^x, τ^y 为动力强迫; q 为热力强迫或称浮力强迫。下边界条件意味着在海底无摩擦且各种扰动趋于零值。

方程组(1)及边界条件(2)中各无因次参量表达式为:

$$\epsilon = U_0 T_0 / L_0, B = \beta L_0 T_0, P_H = P_0 T_0 / (\rho_0 U_0 L_0), \\ E_v = Y_0 T_0 / D_0^2, \delta = D_0^2 / L_0^2, \Omega = \rho_0 U_0 L_0 / (\Delta \rho g D_0 T_0), \\ P_v = P_0 / (\Delta \rho g D_0), K_v = \kappa_0 T_0 / D_0^2, \\ \Theta = \epsilon \Delta \rho_0 / \Delta \rho, Fr = P_0 / (\epsilon \rho_0 g D_0), \\ E_w = \tau_0 D_0 / (Y_m U_0), E_q = q_0 D_0 / (\kappa_m \Delta \rho) \quad (3)$$

式(1)~(3)中各个参变量大多由常用符号来表示, 其中 L_0, D_0, T_0, U_0 分别为运动的水平、铅垂、时间和速度特征尺度; $\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$ 为海水平均密度, $\rho_B, \Delta P_v$ 分别为背景层化密度及其铅垂向变化的特征尺度, $\rho, \Delta \rho$ 为运动引起的密度扰动及其特征尺度; $p_s = p(x, y, 0, t), p_a$ 分别为未扰动海面处的海水压强和海面大气压, P_0 为与海水运动有关的压强扰动特征尺度; Y_0, κ_0 分别为湍摩擦与湍扩散系数特征值, 其对应于海洋上混合层的特征值分别为 $Y_m, \kappa_m; \tau_0, q_0$ 分别是海表面动力、热力强迫特征值。

本文关心的是以赤道波为主体的海洋响应和波

* 国家自然科学基金资助项目 49576276 号。
① 现为中国科学院海洋研究所博士后。
② 王 凡, 1995 年青岛海洋大学博士论文。
收稿日期: 1997-08-29

致环流问题, 虽然赤道环流在空间上具有东西宽、南北窄的各向异性, 但是赤道波纬向尺度即波长大抵与环流南北尺度相当, 所以本文水平空间特征尺度统一取为波特征尺度, 并仅限于各向同性问题。赤道陷波运动的水平特征尺度 L_0 和时间特征尺度 T_0 分别选取赤道 Rossby 内变形半径和惯性周期, 即

$$\begin{aligned} L_0 &= (C_0/\beta)^{1/2} \\ T_0 &= (\beta C_0)^{-1/2} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $C_0 = L_0/T_0$ 为赤道内重力波速特征值。如此 $O(B) = 1$ 。赤道波运动的铅垂尺度 D_0 被定义为内重力波的铅垂尺度, 它与 C_0 之间存在以下关系

$$C_0^2 = \frac{\Delta \rho_v}{\rho_0} g D_0 \quad (5)$$

在铅垂向层化强烈但水平温度梯度较弱的热带海洋, 背景密度场的铅垂向对流作用是海水温度变化的主导性因子, 故方程(1e)中背景密度垂直对流项 $w \rho_{Bz}$ 是重要的, 不妨设 $O(\Theta) = 1$ 。如此, 结合式(4), 无因次参量 ϵ 可被表示为

$$\epsilon = \frac{U_0}{C_0} = \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_v} \quad (6)$$

因此, ϵ 是流速与波相速之比的测度和扰动密度与背景场密度铅垂向变化之比的测度。

由式(4)~(6)得知 $O(\Omega) = 1$ 。引入基本假设——大尺度海洋运动的铅垂尺度远小于其水平尺度, 即 O

表 1 赤道海洋波动前五阶斜压模态有关参数一览表

模态	C_0 (cm/s)	L_0 (km)	D_0 (m)	T_0 (d)	ϵ	E_v	E_{vmk}
1	240	325	576	1.5	0.21	10^{-3}	0.5
2	140	247	196	2.0	0.36	10^{-2}	0.7
3	88	197	77	2.6	0.57	10^{-1}	0.9
4	63	165	40	3.1	0.79	0.4	1.1
5	44	131	19	3.6	1.14	2	1.2

如表 1 所示, L_0, T_0 随斜压模态阶数变化幅度不大, 前五阶均在同一数量级上; D_0 的变化十分显著。无因次参量 ϵ, E_v 的变化亦较大, 但是在最显著的赤道波第一、二斜压模态上, ϵ 为 0.2~0.3, E_v 小于 10^{-2} 。

需特别说明的是, 无论是海洋对外强迫的响应还是赤道波本身均主要表现在上层海洋, 而 E_v 反映的是海洋内部湍摩擦、扩散效应的强弱, 对于上混合层并不适用。因此, 考虑包括混合层在内的连续层化海洋, 以 E_{vmk} 体现铅垂向湍效应更具实际意义。事实上, 在海洋上混合层中, 应力边界条件中的强迫项必为主要的, 因此有 $O(E_w) = O(E_q) = 1$ 。按实测和通常的取值, 对应较强风速 $\tau_0 = 1 \text{ cm}^2/\text{s}^2$, $\mathcal{Y}_m = 100 \text{ cm}^2/\text{s}$, 估得

(δ) < 1。由于只有 $O(P_v) = 1$ 方程(1d)才能平衡, 所以扰动场也满足静力学平衡, 此时

$$P_0 = \Delta \rho g D_0 \quad (7)$$

自然地, 不必事先假定, $O(P_H) = 1$ 。

为求解方便, 合理假设湍摩擦系数与湍扩散系数具有相当的量值, 即 $\mathcal{Y}_0 = \kappa_0$, 则有

$$E_v = K_1 = \frac{\mathcal{Y}_0}{D_0^2 (\beta C_0)^{1/2}} \quad (8)$$

这样定解问题(1)、(2)中仅保留无因次参量 $\epsilon, E_v, Fr, E_w, E_q$ 待定。

2 尺度分析

在赤道海区, 经实测验, $O(\Delta \rho/\rho_0) = 10^{-4}$, $O(\Delta \rho_v/\rho_0) = 10^{-3}$, $\mathcal{Y}_0 = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$, $U_0 = 50 \text{ cm/s}$ 。 $O(Fr) = O(\Delta \rho_v/\rho_0) = 10^{-3}$, 这意味着在连续层化条件下与赤道波有关的海洋动力学热力学问题中, 至少在 10^{-2} 量阶上可以忽略海面起伏, 并且表面边界条件由刚盖假定来近似。无因次参量 ϵ, E_v 的量值决定于赤道波的时空尺度, 特别是 C_0 , 而后者自然因所属斜压模态而异。赤道海洋中较显著存在的是波动的较低阶斜压模态, 前五阶斜压模态的 C_0 及对应之 L_0, D_0, T_0 以及 ϵ, E_v 的量值见表 1。

符合实际的混合层厚度特征值 $H = 50 \text{ m}$ 。那么, 若以 E_{vmk} 表示混合层中的 E_v , 则式(8)可相应地改写为

$$E_{vmk} = \frac{\mathcal{Y}_m}{H^2 (\beta C_0)^{1/2}} \quad (9)$$

如表 1 中 E_{vmk} 的量值所示, 即使在最低阶斜压模态, 混合层中的摩擦、扩散项也是零阶项。因此, 方程组(1)、(2)所表达的连续层化热带海洋的非线性热力学系统, 已蜕化为一个以参数 ϵ 为标度的非线性系统, 即

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u} &= 0 \\ u_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla u) - yv + p_x &= (\mathcal{Y}u_z)_z \\ v_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla v) + yu + p_y &= (\mathcal{Y}v_z)_z \end{aligned} \quad (10)$$

$$p_z = -\rho$$

$$\rho_t + \epsilon(\vec{u} \cdot \nabla \rho) + w\rho_{Bz} = (\kappa\rho_z)_z$$

$$z = 0, \gamma u_z = \tau^x, \gamma v_z = \tau^y, \chi\rho_z = q, w = 0$$

$$z = -D, \gamma u_z = 0, \gamma v_z = 0, \rho = 0, w = 0$$

3 该系统表征的热带海洋环流动力学意义

至此, 一个以参数 ϵ 为表征的反映、控制以赤道波动及相关环流为主体运动之规律的热带海洋流体力学非线性系统已被建立。由(7)式知, 在该系统中, 参数 ϵ 表征着波场中流速与波相速之比的测度和扰动密度与背景层化密度铅垂向变化之比的测度。由表1给出的估值知, 对于最显著的前二阶波斜压模态, ϵ 为 0.2~0.3, 动力学系统(10)为一弱非线性系统。各变量可按 ϵ 进行摄动展开, 代入方程组(10)后分别得到各阶量满足的动力学模型。其中零阶模型为经典的线性赤道波动力学模型, 如果不计海面外强迫的话, 则是线性赤道自由波满足的动力学模型。实测发现,

在赤道海洋被西风暴发驱动的表面急流(Yoshida Jet)上, 叠加着不同频率的具有明显非线性特征的波动^①。显然, 该现象及其后果无法用线性模型来解释。上述弱非线性系统下的一阶模型, 则为揭示该现象的动力学本质提供了有效手段。

热带海洋观测结果还表明, 表层流速的年平均值一般不大于 10 cm/s, 季节循环振幅不超过 20 cm/s, 而与赤道波有关的流速振荡振幅可达 50 cm/s^②。在弱非线性系统中, 可以证明波致余流与流速之比具有 ϵ 的量值。由于波速特征值为 150~250 cm/s, ϵ 为 0.2~0.3, 故波致余流具有 10 cm/s 的数量级, 与年平均及季节循环量值相当。由此可知, 在周期波运动占优势的热带海洋中, 准定常环流的出现除了有像海面风应力和热盐效应等非波强迫力的作用外, 波致余流的作用亦同样重要。

参考文献

- 1 Wang, F., D. Wu, et al.. *Oceanol. Limnol.*, 1995, 13: 294~302

PRELIMINARY ANALYSIS ON THE WEAKLY NON-LINEAR DYNAMIC SYSTEM OF THE EQUATORIAL OCEANIC WAVES

WANG Fan WU De-xing FENG Shi-zuo SHI Mao-chong

(Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, 266003)

Received: Aug. 29, 1997

Key Words: Equatorial ocean, Waves, Weakly non-linear dynamic system, Scaling analysis

Abstract

Through scaling analysis of the continuously stratified equatorial ocean, characteristics of the dynamic system of the equatorial oceanic waves and associated circulation were comprehensively analyzed. Results suggest that the system is a weakly non-linear dynamic system characterized by a parameter ϵ . A dynamic model suit to describe the non-linear effect of equatorial waves is also established.

① 王凡、吴德星. 赤道中、东太平洋表层流速 20 d 振荡特征分析. 1998, 海洋与湖沼(待刊)