

主控模态函数及在水位数据分析中的应用

张立振¹, 魏恩泊²

(1. 中国海洋大学 应用数学系, 山东 青岛 266071; 2. 中国科学院 海洋研究所, 山东 青岛 266071)

摘要:在快速滤波分解信号为最宽带通本征模态函数方法(简称 FFDSI 方法)的基础上, 引入了主控模态函数的概念。将其应用于 Chichijima 水文站水位信号, 从中分解出 3 个 96.93% 主控模态函数, 分别代表着不同于调和分潮, 且与天体运行规律更加吻合的 3 种模态潮型。由此可见, 主控模态函数在信号分析中的应用价值。

关键词: 本征模态函数; FFDSI 分解法; 主控模态函数; 希尔伯特谱

中图分类号: P731.23; TH115 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-3096(2007)08-0080-05

经验模态分解与希尔伯特谱分析(Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectral Analysis, 简称 EMD/HSA)是 Huang 等^[1]最早提出并加以研究的, 现已被广泛应用于处理各种数字信号, 尤其是各种非平稳信号。但是, 许多学者对由 Huang 等^[1]所创立的筛选分解信号为本征模态函数(intrinsic mode function, 简称 IMF)的方法存有诸多争议, 如 IMF 之间不正交, 筛选过程不易掌控等问题。张立振^[2]在频率域, 利用快速滤波建立了分解信号为最宽带通本征模态函数法(Fast Filtering to Decompose Signal into IMFs, 简称 FFDSI), 该方法不仅具有运算速度快, 便于操作的特点, 而且分解后所得各 IMF 还是严格正交的。作者在 FFDSI 分解法基础上提出了主控模态函数的概念, 通过对 Chichijima 水文站水位资料分解, 得到了不同于调和分潮, 且与天体运行规律更加吻合的 3 个主控模态函数。

1 主控模态函数

根据 Huang 的定义, 所谓 IMF 是满足以下两个条件的信号(1)整个信号的极值点的个数和跨零点的个数相同或至多相差为 1, 即在相邻的两个信号上跨零点之间只有一个极大值点和一个极小值点。(2)由极大值点所定义的上包络与由极小值点所定义的下包络的平均值为零。

对于任意离散时间信号 $\{x_n\}$, 首先利用 FFDSI 分解法^[2]将其分解成如下形式:

$$\{x_n\} = \{\tilde{x}_n^{(1)}\} + \{\tilde{x}_n^{(2)}\} + \dots + \{\tilde{x}_n^{(k)}\} + \{M_n\} \quad (1)$$

其中 $\{\tilde{x}_n^{(1)}\}, \{\tilde{x}_n^{(2)}\}, \dots, \{\tilde{x}_n^{(k)}\}$ 都是最宽带通本征模态函数^[2], 而 $\{M_n\}$ 具有如下特征之一: (1) 序列 $\{ |M_n| \}$ 中之最大值与下列任一序列 $\{ | \tilde{x}_n^{(1)} | \}, \{ | \tilde{x}_n^{(2)} | \}, \dots,$

$\{ | \tilde{x}_n^{(k)} | \}$ 中之最大值相比都足够地小(其中符号 $| \cdot |$ 表示取绝对值); (2) 比 $\{\tilde{x}_n^{(1)}\}, \{\tilde{x}_n^{(2)}\}, \dots, \{\tilde{x}_n^{(k)}\}$ 中任何一个的特征时间尺度都长, 且能反映原信号的 $\{x_n\}$ 变化趋势; $\{M_n\}$ 称为非模态函数(Modeless), 当 $\{M_n\}$ 具有特征(2)时, 也称 $\{M_n\}$ 为原信号 $\{x_n\}$ 的趋势项。FFDSI 分解法最显著的特点是所得 IMF 和非模态函数是严格正交的, 这保证了信号分解前后能量不变, 即

$$\sum_{n=1}^N x_n^2 = \sum_{n=1}^N (\tilde{x}_n^{(1)})^2 + \sum_{n=1}^N (\tilde{x}_n^{(2)})^2 + \dots + \sum_{n=1}^N (\tilde{x}_n^{(k)})^2 + \sum_{n=1}^N M_n^2$$

将原信号经 FFDSI 分解后所得 IMF 分别按公式

$$\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2$$

计算方差。按方差从大到小对 IMF 重新排序, 若前 m 个本征模态函数方差之和占全部本征模态函数方差总和的比值为 p , 则将此 m 个 IMF 统称为 p - 主控模态函数(p -principal control mode function, 简记成 p -PCMF), 而其中每一本征模态函数按其方差大小依次称为第一 p -PCMF, 第二 p -PCMF, ...。一般地, p 越接近 100%, 其主控模态函数越能完整地刻画原信号的时频特性。当然随 p 的增大, 也会增加分析的复杂性。

2 Chichijima 水文站水位信号的主控模态函数及其物理意义

海洋水位变化的重要因素是潮汐。潮汐主要是

收稿日期: 2007-03-14; 修回日期: 2007-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40476062)

作者简介: 张立振(1962), 男, 山东高唐人, 博士, 副教授, 研究方向为物理海洋学, E-mail: goldfield@ouc.edu.cn

由月球和太阳对地球的引潮力所致。由于月球和太阳位置在不断地改变,它们相对于地球的距离也在不断地改变,因此月球和太阳相对于地球的运动是十分复杂的。人们为了计算太阳、月球所引起的海洋潮汐,通过假想天体把任一点具有复杂周期变化的潮汐分解成许多分潮的叠加,并根据一定时期的潮汐实测资料,计算出主要分潮的振幅和相位,从而做出潮汐预报。这就是人们常用的潮汐调和分析方法^[3,4]。调和分析的特点是每个分潮的振幅都是常数。下面利用FFDSI方法,从另一个角度对水位数据进行分解,所用水位数据来自JASL(Joint Archive for Sea Level),该数据记录Chichijima水文站从2000年7月1日始到2003年6月30日止,时间间隔

为1h的水位数据。在长达1095d的时间段内共得到26280个数据。Chichijima水文站位于太平洋地区 $27^{\circ}06'N, 142^{\circ}11'E$ 。以下用 $\{x_n\}$ ($n = 1, 2, \dots, N$)表示此水位数据(简称水位信号,图1a),采样间隔 $\Delta t = 1/24$,单位为d,信号长度 $N = 26280$,利用FFDSI分解后共得到110个最宽带通本征模态函数和1个非模态项。计算水位信号各IMF方差并绘出其方差图(图2)。由图2可见,方差列前3位的IMF分别为第86,87,88号本征模态函数。此3项方差之和占所有IMF方差之和的比例为96.93%。因此,第86,87,88号IMF便构成了水位信号3个96.93%-PCMF,图1e所示非模态函数反映了水位的低频变化趋势。

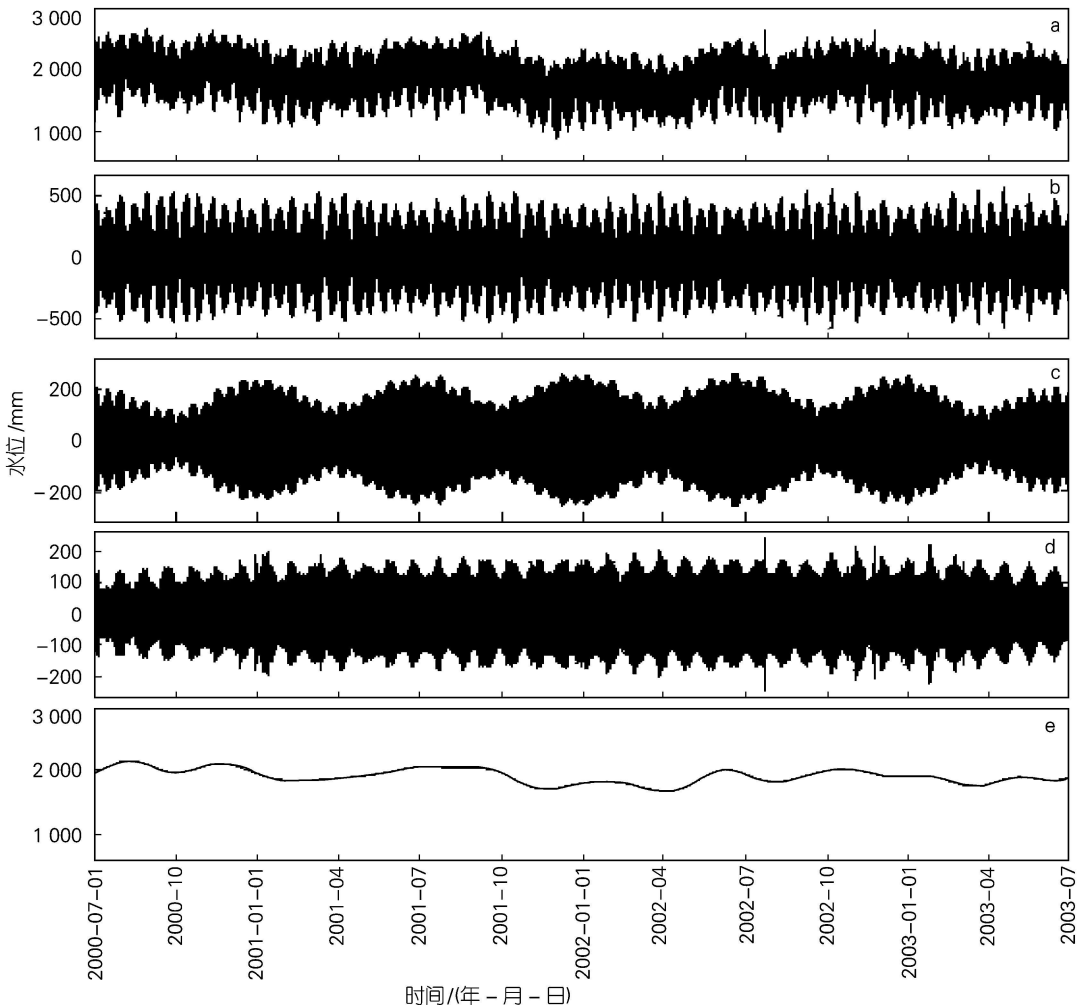


图1 Chichijima 水位信号分解

Fig. 1 The decomposition of sea level signal in Chichijima station

a. Chichijima 水位信号; b. 第一 96.93%-PCMF; c. 第二 96.93%-PCMF; d. 第三 96.93%-PCMF; e. 非模态函数

a. sea level signal in Chichijima station; b. the first 96.93%-PCMF; c. the second 96.93%-PCMF; d. the third 96.93%-PCMF; e. the modelless

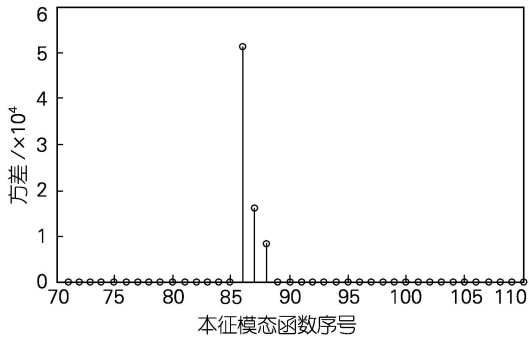


图2 本征模态函数的方差

Fig. 2 The variances of IM Fs

下面讨论水位信号的3个96.93%-PCMF的物理意义。图3a是第一96.93%-PCMF从2001年6月1日到6月30日时间段的局部图形。图3b, c分别是第二和第三96.93%-PCMF从2001年6月1日到7月31日时间段的局部图形。由图3a可以知道第一96.93%-PCMF为半日潮, 平均周期为0.517 d

(约半个太阴日)。这主要因地球自转并由月球和太阳引潮力所致。此潮型的潮差有两个明显的周期性变化, 一个是以平均14.79 d(相当于半个朔望月)为周期的高频变化, 每个朔望月的朔、望日分别对应本朔望月潮差的局部最大值, 而每个朔望月的上、下弦分别对应本朔望月潮差的局部最小值, 如图3a中6月6日和22日局部潮差最大, 这两日分别是望、朔日。而6月14日和28日潮差最小, 这两日正好为下、上弦日。此潮型较好地反映了日、月、地三者近似在一条直线时潮差大, 三者近似成直角时潮差小的变化规律。潮差的另一周期性变化是以182.6 d(相当于半个回归年)为平均周期的低频变化, 每个回归年的春分和秋分左右分别对应本回归年潮差的局部最大值, 而每个回归年的夏至和冬至左右分别对应本回归年潮差的局部最小值, 如图3b中每年的3月20日和9月22日前后局部潮差最大, 每年的6月21日和12月22日前后局部潮差最小。此周期变化显然是由太阳的赤纬变化决定的, 第一96.93%-PCMF为日月混合半日模态潮型。

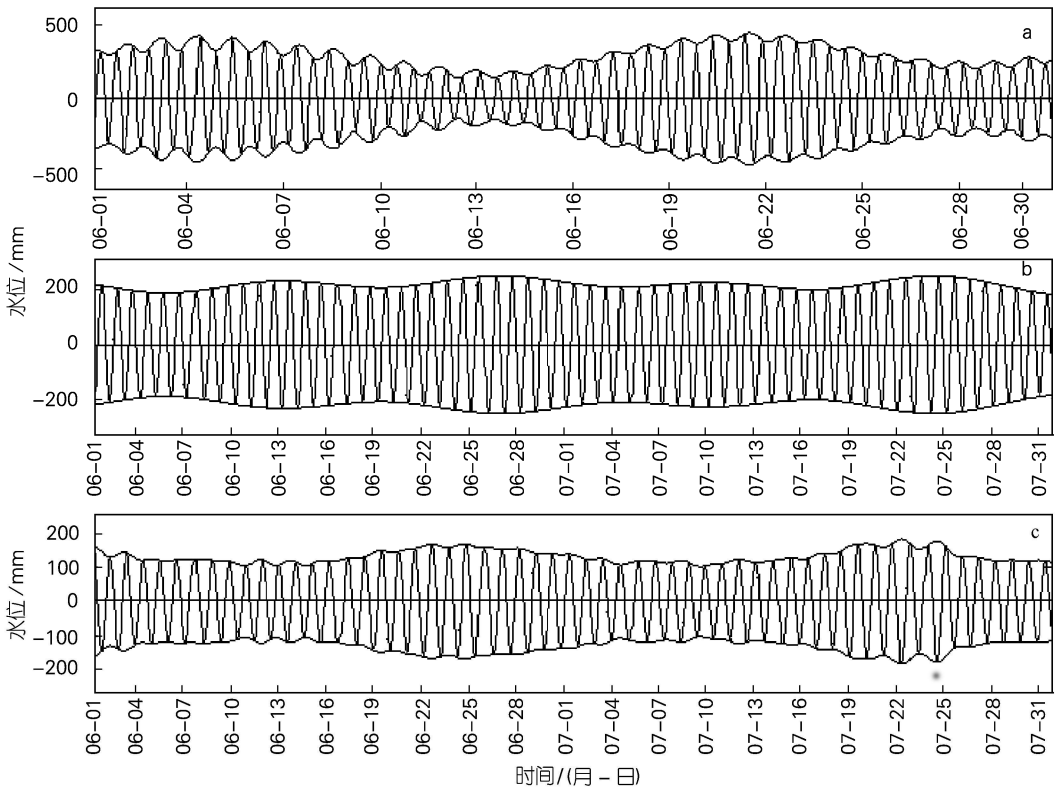


图3 96.93%-PCMF的局部

Fig. 3 The section of 96.93%-PCMF

a. 第一96.93%-PCMF的局部; b. 第二96.93%-PCMF的局部; c. 第三96.93%-PCMF的局部

a. the section of the first 96.93%-PCMF; b. the section of the second 96.93%-PCMF; c. the section of the third 96.93%-PCMF

由图 3b 可知第二 96.93%-PCMF 为日潮, 周期为 1 d。这是地球自转并由太阳引潮力所致。此潮型的潮差也存在两个明显的周期性变化, 其一是以 13.799 d(约为半个回归月) 为周期的高频变化, 这与月球的赤纬变化有关。潮差的另一周期性变化是以 182.6 d(约为半个回归年) 为周期的低频变化, 每个回归年的春分和秋分左右分别对应本回归年潮差的局部最小值, 而每个回归年的夏至和冬至左右分别对应本回归年潮差的局部最大值, 如图 1c 中每年的 3 月 20 日和 9 月 22 日前后局部潮差最小, 每年的 6 月 21 日和 12 月 22 日前后局部潮差最大。此周期变化也是由太阳的赤纬变化所致。第二 96.93%-PCMF 为主太阳全日模态潮型。

由图 3c 可知第三 96.93%-PCMF 为日潮, 平均

周期为 1.07 d。此潮型的潮差有一个平均周期约为 27.5 d(相当于一个近点月) 的周期性变化。当月球位于近地点时潮差达到本近点月内的最大值。当月球位于远地点时潮差达到本近点月内潮差的最小值。如图 3c 中 2001 年 6 月 11 日和 7 月 9 日局部潮差最小, 这两天月球正位于远地点。而 2001 年 6 月 23 日和 7 月 22 日局部潮差最大, 这两天月球正位于近地点。第三 96.93%-PCMF 为主太隐全日模态潮型。

图 4 是根据 3 个 96.93%-PCMF 计算得到的水位信号的 Hilbert 谱。由图 4 可以十分清楚地了解 Chichijima 水位信号 3 个 96.93%-PCMF 关于时间频率的变化规律。

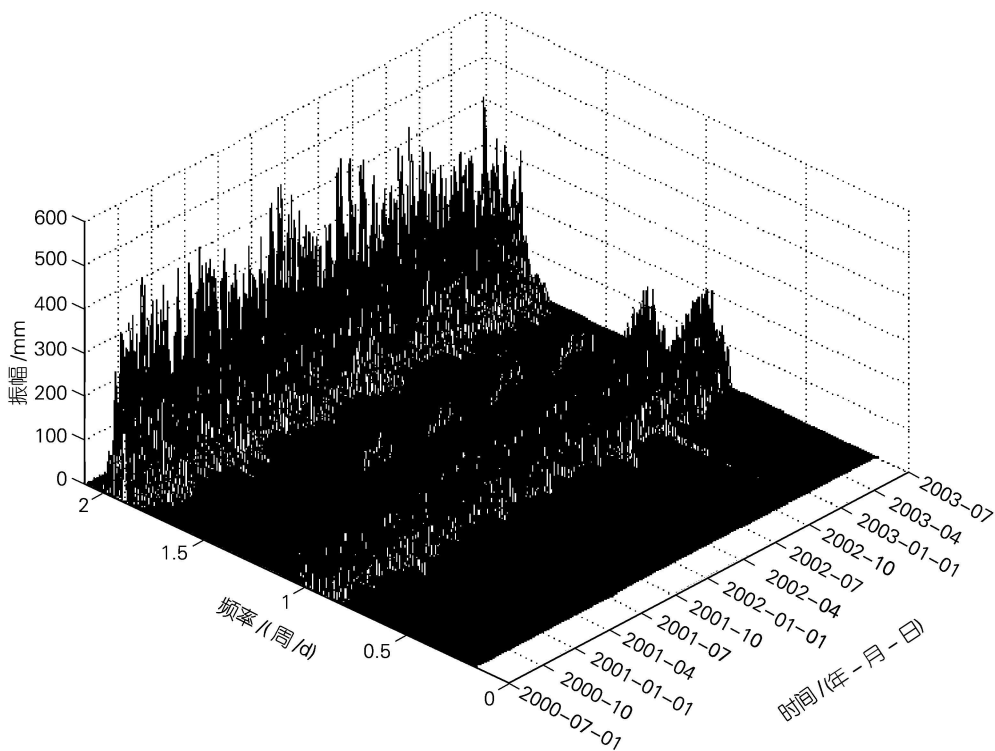


图 4 利用 96.93%-PCMFs 绘出的水位信号 Hilbert 谱

Fig. 4 The Hilbert spectrum of sea level signal given by 96.93%-PCMFs

3 结论

EMD/HSA 是一种新的时频分析方法。FFDSI 方法不仅具有操作简单, 便于编程, 而且所得 IMF 严格正交等特点。主控模态函数分析正是建立在 FFDSI 基础之上的信号分析方法。通过对 Chichijima

水文站水位信号的 96.93%-PCMF 分析, 作者得到了与天体运行规律更加吻合的 3 个模态潮型, 即: 日月混合半日模态潮型, 主太阳全日模态潮型和主太隐全日模态潮型。这显示了主控模态函数在特定场合下的物理意义是十分明确的。

- 参考文献:
- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, *et al.* The empirical mode decomposition method and the Hilbert spectrum for nonlinear and non stationary time series analysis [J]. *Proc R Soc*, 1998, 454: 903-995.
- [2] 张立振. 分解信号为正交本征模态函数的方法[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(5): 27-32.
- [3] 王长海. 潮汐调和分析的一种模式[J]. *海洋预报*, 1995, 4: 71-75.
- [4] 方国洪, 郑文振, 陈宗镛, 等. 潮汐和潮流的分析和预报[M]. 北京: 海洋出版社, 1986. 58-75.

Principal mode function and its application in sea level data analysis

ZHANG Li zhen¹, WEI Er bo²

(1. Department of Applied Mathematics, Ocean University of China, Qingdao 266071, China; 2. Institute of Oceanology, the Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China)

Received: Mar. , 14, 2007

Key words: intrinsic mode function (IMF); FFDSI method; principal control mode function (PCMF); Hilbert spectrum

Abstract: The concept of principal control mode function is introduced on the basis of the Fast Filtering to Decompose Signal into IMFs method (FFDSI). By applying it to analyze the sea level data from Chichijima station, we get three 96.93%-principal control mode functions standing for three mode tidal types respectively, which are different from the harmonic tides but coincide well with the movement of celestial bodies.

(本文编辑: 刘珊珊)