

两层流体中多个圆柱浮体波浪力的解析方法

冯 波^{1,2},游亚戈^{1,2},郑永红^{1,3},盛松伟^{1,2},吝红军^{1,2}

(1. 中国科学院广州能源研究所,广东 广州 510640;2. 中国科学院可再生能源与天然气水合物重点实验室,广东 广州 510640;3. 中国科学院青岛生物能源与过程研究所,山东 青岛 266071)

摘要:采用解析方法研究了线性入射波作用下两层流体中多个圆柱形淹没浮体的波浪力特性。首先基于多极子展开方法,建立了散射势函数的解析表达式,并进一步得到浮体散射波浪力的计算公式,然后利用边界元方法验证了本文的解析解,最后分析了不同参数的变化对双圆柱形浮体结构波浪力的特有影响。

关键词:两层流体;散射势;波浪力;解析方法

中图分类号:O353.2

文章标识码:A

文章编号:1000-3096(2009)02-0080-06

海洋波浪与淹没浮体如船舶、管道和波能装置的相互作用是海洋工程中的研究课题之一,而圆柱体作为海洋工程物的基本结构形式,精确计算其所受的波浪力是设计者关注的重点。然而目前的研究大多是在海水密度均匀分布这一假定下进行,实际中由于温度和盐度影响,海洋中的流体呈现明显的密度分层(层化)现象,如我国的渤海、黄海、东海以及南海海域,都存在着明显的海水垂直分层现象。海水层化现象的存在使得海洋中的波动现象变得复杂起来,流体中将会有两个模态的波,即表面波和内波,并且内波在传播过程中往往携带巨大的能量,对海洋结构物的安全性可能会造成严重威胁^[1~3],因此两层流体中海洋结构物的设计必须考虑海洋内波引起的载荷。

迄今为止,两层流体中波浪与圆柱形结构物相互作用,解析方面人们大多集中于单个圆柱形结构物的研究。Linton 等^[4]通过多极子展开的方法研究了淹没在无限水深两层流体中的水平圆柱体与波浪的相互作用;同样采用多极子方法,Cadby 等^[5]将其延伸到斜向波与水平圆柱体作用的情况下;最近尤云祥等^[6]基于分离变量法研究了两层流体中垂直放置的大直径圆柱体的水作用力。现在多浮体的波能装置或者石油管道等也被应用得越来越多,因此两层流体中多个圆柱形浮体所受的波浪作用力,我们也有必要进行研究。

作者采用解析方法研究了线性入射波作用下两层流体中多个圆柱形淹没浮体的波浪力特性。首先运用多极子展开法得到散射势函数的解析解,然后由散射势以及波浪入射势求得圆柱浮体所受的波浪力,同时与边界元方法得到的结果进行比较,对本文

方法进行了验证;最后讨论了不同参数的变化对双圆柱形浮体结构波浪力的特有影响,得出了一些有意义的结果。

1 问题的提出

水平放置的 P 个圆柱型浮体淹没于上层深度为 d ,下层为无限水深的两层流体,作者只讨论其分别全部淹没于两层流体的上层或下层中的情形(图 1)。频率为 ω 的线性波列由无穷远处正向入射到这些浮体上,由于浮体在另外一个方向(y 方向,图 1 中未画出)为无限长,因此考虑的问题可简化为二维的。

为了方便讨论,这里采用 $P+1$ 个坐标系,其中第一个为直角坐标系 (x, z) ,以两层交界面方向为 x 轴,垂直方向为 z 轴,并设第 p 浮体的半径及其中心位置分别为 a_p 和 (ξ_p, η_p) , $p=1, 2, \dots, P$;其余 P 个坐标系为局部极坐标系,其中第 q 个局部坐标系为 (r_q, θ_q) ,原点放在第 q 浮体的中心 (ξ_p, η_p) ,其与直角坐标系之间的关系: $x - \xi_q = r_q \sin \theta_q$, $z - \eta_q = -r_q \cos \theta_q$ 。

假设两层流体均无黏性,不可压并且流动无旋,则可以用速度势 $\phi^m(x, z)$ (已略去时谐部分 $e^{-i\omega t}$)来描述流体的运动,其中 $m=1, 2$ 分别表示上下层流体中的速度势(以下均此意义),并且 ϕ^m 满足如下的定解问题:

$$\nabla^2 \phi^m = 0 \quad m=1, 2 \quad (1)$$

$$\phi_z^1 = \phi_z^2 \quad (z=0) \quad (2)$$

收稿日期:2006-09-11;修回日期:2008-11-03

基金项目:国家 863 计划资助项目(2006AA05Z251,2006AA05Z426);国家自然科学基金资助项目(50679078);广东省自然科学基金资助项目(06020452)

作者简介:冯波(1983-),男,陕西西安人,硕士研究生,研究方向为海洋内波水动力学计算,E-mail:fengbo@ms.giec.ac.cn

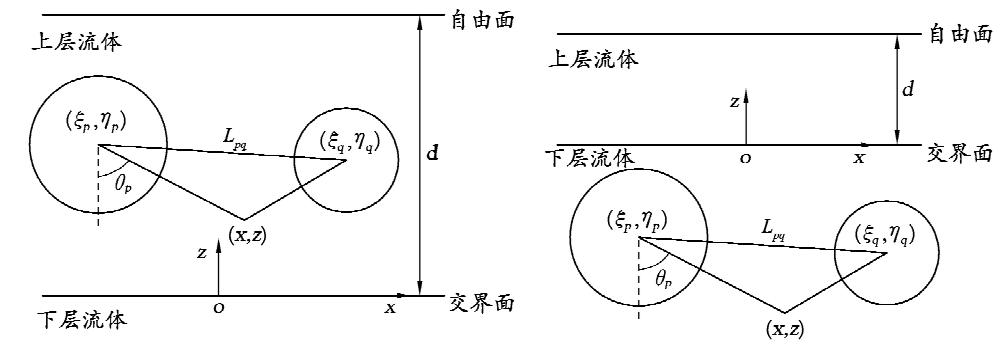


图 1 多个圆柱型浮体分别淹没于两层流体上下层的示意图

Fig. 1 Schematic of multiple circular cylinders in the upper or lower fluid

$$\rho(\phi_z^1 - K\phi^1) = \phi_z^2 - K\phi^2 \quad (z = 0) \quad (3)$$

$$\phi_z^1 = K\phi^1 \quad (z = d) \quad (4)$$

$$\phi_z^2 = 0 \quad (z \rightarrow -\infty) \quad (5)$$

另外还有向外传播的远场条件。式中 $\rho = \rho^1 / \rho^2 (< 1)$, $K = \omega^2 / g$, K 为波数, g 为重力加速度。

众所周知两层无限深度流体的情况,对于给定频率为 ω 的入射波,流体中将会有两种不同模态 K 和 k 的线性波,并且它们的波数满足如下关系^[4]:

$$K(\sigma + e^{-2kd}) = k(1 - e^{-2kd}) \quad (6)$$

其中 $\sigma = (1 + \rho) / (1 - \rho)$ 。

对于线性波的作用,一般可将 ϕ^m 分解,作者只研究散射问题,因此

$$\phi^m = \phi_{\text{inc}}^m + \phi_{\text{D}}^m \quad (7)$$

式中, ϕ_{inc}^m , ϕ_{D}^m 分别为 m 层流体的入射波速度势和散射势。

假设 K 和 k 模态的入射波的振幅分别为 A_1 和 A_2 ,对于 K 模态的入射波,流体两层具有相同形式的入射速度势,将其在圆柱 q 中心 (ξ_q, η_q) 处展开得到:

$$\phi_{\text{inc}}^m = -\frac{igA_1}{\omega} e^{K(\eta_q - d + i\xi_q)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-Kr_q)^m}{m!} e^{-im\theta_q} \quad (8)$$

对于 k 模态的入射波,同样将上下两层流体中的人射势在圆柱 q 中心 (ξ_q, η_q) 处展开,得到:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{inc}}^1 &= -\frac{igA_2 K}{\omega k} \left[\frac{(K\sigma - k)e^{k(\eta_q + i\xi_q)}}{K(\sigma - 1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-kr_q)^m}{m!} e^{-im\theta_q} + \right. \\ &\quad \left. \frac{(K - k)e^{k(-\eta_q + i\xi_q)}}{K(\sigma - 1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(kr_q)^m}{m!} e^{im\theta_q} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\phi_{\text{inc}}^2 = -\frac{igA_2 K}{\omega k} e^{k(\eta_q + i\xi_q)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-kr_q)^m}{m!} e^{-im\theta_q} \quad (10)$$

对于散射问题,速度势除了满足式(2)~(5)和远场传播的条件外,还应满足:

$$\frac{\partial \phi_{\text{D}}^m}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{\text{inc}}^m}{\partial n} \quad (11)$$

2 求解方法

对于前面考虑的散射问题,作者采取多极子展开方法进行求解。多极子方法的求解思路是在每一个浮体的中心都布置多极子,这些多极子满足除圆柱体表面以外所有边界条件,然后把这些多极子用带未知的系数线性叠加起来,最后根据各个圆柱物面边界条件来确定这些未知的系数,进而确定速度势的表达式。

对于本文考虑的散射问题,速度势可表示为:

$$\phi_{\text{D}}^m = \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^{\infty} (A'_{n,p} \Psi_{n,p}^+ + B'_{n,p} \Psi_{n,p}^-) \quad (12)$$

式中 $A'_{n,p}$ 和 $B'_{n,p}$ 为未知的复常数; $\Psi_{n,p}^+$ 和 $\Psi_{n,p}^-$ 为布置在 p 浮体中心对称和反对称的多极子。由于当圆柱浮体分别位于上层或下层流体中,对称和反对称多极子的表达式亦不同,所以必须分开进行讨论。

2.1 圆柱体在下层流体中

当多个圆柱浮体淹没在下层流体中时,布置在 p 圆柱浮体中心 (ξ_p, η_p) 的满足除物面条件以外的正反对称多极子可分别写做:

$$\begin{aligned} \Psi_{n,p}^+ &= \frac{\cos(n\theta_p)}{r_p^n} + \frac{(-1)^n}{(n-1)!} \int_0^\infty u^{n-1} C_L(u) e^{uz} \\ &\quad \cos[u(x - \xi_p)] du \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{n,p}^- &= \frac{\sin(n\theta_p)}{r_p^n} + \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} \int_0^\infty u^{n-1} C_L(u) e^{uz} \\ &\quad \sin[u(x - \xi_p)] du \end{aligned} \quad (13b)$$

$$\text{其中 } C_L(u) = (u + K) e^{n\eta_p} [(u + K\sigma) e^{-2ud} - u + K] / (u - K) h(u) \quad (14a)$$

$$h(u) = (u + K) e^{-2ud} - u + K\sigma \quad (14b)$$

这里需要注意的是,由于式(13a)和(13b)都是用各个局部坐标来表示布置在不同浮体中心的多极子,因此在应用第 q 个圆柱的物面边界条件时,还必须考虑将第 p 个局部坐标表示的多极子用第 q 个局

部坐标表示出来,这样才能利用函数的正交性来得到一组方程用于求解未知系数。运用有关知识推导,可以将 $\Psi_{n,p}^+$ 和 $\Psi_{n,p}^-$ 在第 q 坐标系下表示出来:

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^+ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m-1)!}{m! (n-1)! L_{pq}^{n+m}} r_q^m \cos[m\theta_q - \\ &(n+m)(\pi/2 + \alpha_{pq})] + \sum_{m=0}^{\infty} A_{m,n,p,q}^+ r_q^m \cos(m\theta_q) - \\ &\sum_{m=1}^{\infty} A_{m,n,p,q}^- r_q^m \sin(m\theta_q), \quad (p \neq q)\end{aligned}\quad (15a)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^+ &= \frac{\cos(n\theta_q)}{r_q^n} + \sum_{m=0}^{\infty} A_{m,n,p,q}^+ r_q^m \cos(m\theta_q), \\ (p = q)\end{aligned}\quad (15b)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^- &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (n+m-1)!}{m! (n-1)! L_{pq}^{n+m}} r_q^m \sin[m\theta_q - \\ &(n+m)(\pi/2 + \alpha_{pq})] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{m,n,p,q}^+ r_q^m \cos(m\theta_q) + \\ &\sum_{m=1}^{\infty} B_{m,n,p,q}^- r_q^m \sin(m\theta_q), \quad (p \neq q)\end{aligned}\quad (15c)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^- &= \frac{\sin(n\theta_q)}{r_q^n} + \sum_{m=0}^{\infty} B_{m,n,p,q}^- r_q^m \sin(m\theta_q), \\ (p = q)\end{aligned}\quad (15d)$$

$$\begin{aligned}\text{式中 } A_{m,n,p,q}^+ &= \frac{(-1)^{m+n}}{m! (n-1)!} \int_0^\infty C_L(u) u^{m+n-1} e^{u\eta_q} \\ \cos[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (16a)$$

$$\begin{aligned}A_{m,n,p,q}^- &= \frac{(-1)^{m+n+1}}{m! (n-1)!} \int_0^\infty C_L(u) u^{m+n-1} e^{u\eta_q} \\ \sin[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (16b)$$

$$\begin{aligned}B_{m,n,p,q}^+ &= \frac{(-1)^{m+n+1}}{m! (n-1)!} \int_0^\infty C_L(u) u^{m+n-1} e^{u\eta_q} \\ \sin[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (16c)$$

$$\begin{aligned}B_{m,n,p,q}^- &= \frac{(-1)^{m+n}}{m! (n-1)!} \int_0^\infty C_L(u) u^{m+n-1} e^{u\eta_q} \\ \cos[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (16d)$$

$$L_{pq} = \sqrt{(\xi_q - \xi_p)^2 + (\eta_q - \eta_p)^2} \quad (16e)$$

$$\alpha_{pq} = \tan^{-1}[(\eta_q - \eta_p)/(\xi_q - \xi_p)] \quad (16f)$$

将(15)式代入(12),再由(11)式的边界条件并考虑三角函数的正交性,对于 K 模态的入射波,可得下面的方程组:

$$\begin{aligned}&\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq q}}^p \sum_{n=1}^{\infty} [A'_{n,p} (F_{m,n,p,q} C_{m,n,p,q} + A_{m,n,p,q}^+) + \\ &B'_{n,p} (F_{m,n,p,q} S_{n,m,p,q} + B_{m,n,p,q}^+)] - a_q^{-2m} A'_{m,q} + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n,q,q}^+ A'_{n,q} = \frac{i g A_1 K^m (-1)^m e^{K(\eta_q + i \xi_q)} e^{-K a}}{\omega m!}\end{aligned}\quad (17a)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq q}}^p \sum_{n=1}^{\infty} [A'_{n,p} (F_{m,n,p,q} S_{n,m,p,q} - A_{m,n,p,q}^-) + \\ &B'_{n,p} (-F_{m,n,p,q} C_{n,m,p,q} + B_{m,n,p,q}^-)] - a_q^{-2m} B'_{m,q} +\end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n,q,q}^- B'_{n,q} = \frac{g A_1 K^m (-1)^m e^{K(\eta_q + i \xi_q)} e^{-K a}}{\omega m!} \quad (17b)$$

对于 k 模态的入射波,只是将上面两式的右端项分别用 $\frac{i g A_2 k^{m-1} (-1)^m e^{k(\eta_q + i \xi_q)} K}{\omega m!}$ 和 $\frac{g A_2 k^{m-1} (-1)^m e^{k(\eta_q + i \xi_q)} K}{\omega m!}$ 替换即可。

$$\text{式中 } F_{m,n,p,q} = \frac{(-1)^m (n+m-1)!}{m! (n-1)! L_{pq}^{n+m}} \quad (18a)$$

$$C_{m,n,p,q} = \cos[(n+m)(\pi/2 + \alpha_{pq})] \quad (18b)$$

$$S_{m,n,p,q} = \sin[(n+m)(\pi/2 + \alpha_{pq})] \quad (18c)$$

2.2 圆柱体在上层流体中

当多个圆柱浮体都处在上层流体中时,与前面类似,对称和反对称的多极子可表示为:

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^+ &= \frac{\cos(n\theta_p)}{r_p^n} + \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty u^{n-1} [A_U^{(0)}(u) e^{u\zeta} + \\ &B_U^{(0)}(u) e^{-u\zeta}] \cos[u(x - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (19a)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{n,p}^- &= \frac{\sin(n\theta_p)}{r_p^n} + \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty u^{n-1} [A_U^{(1)}(u) e^{u\zeta} + \\ &B_U^{(1)}(u) e^{-u\zeta}] \sin[u(x - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (19b)$$

$$\begin{aligned}\text{其中 } A_U^{(q)}(u) &= \\ &(u+K) e^{-2u\zeta} [(-1)^{n+q+1} (u-K\sigma) e^{u\eta_p} - \\ &(u-K) e^{-u\eta_p}] / (u-K) h(u)\end{aligned}\quad (20a)$$

$$\begin{aligned}B_U^{(q)}(u) &= [(-1)^{n+q+1} (u+K) e^{u(\eta_p - 2d)} - \\ &(u-K) e^{-u\eta_p}] / h(u)\end{aligned}\quad (20b)$$

同样将第 p 个局部坐标表示的正反多极子 $\Psi_{n,p}^+$ 和 $\Psi_{n,p}^-$ 用第 q 个局部坐标表示出来,代入(12)式并考虑物面条件,对于 K 模态的入射波可得与(17)式相同形式的方程组,对于 k 模态的入射波只是将(17)式的右端项分别用 $\frac{i g A_2 k^{m-1} e^{ik\xi_q}}{\omega(\sigma-1)m!} [(-1)^m (K\sigma - k) e^{k\eta_q} + (K-k) e^{-k\eta_q}]$ 和 $\frac{-g A_2 k^{m-1} e^{ik\xi_q}}{\omega(\sigma-1)m!} [(-1)^{m+1} (K\sigma - k) e^{k\eta_q} + (K-k) e^{-k\eta_q}]$ 替换即可,只是这里 $A_{m,n,p,q}^+$, $A_{m,n,p,q}^-$, $B_{m,n,p,q}^+$, $B_{m,n,p,q}^-$ 的表达式不同,如下表达:

$$\begin{aligned}A_{m,n,p,q}^+ &= \\ &\frac{1}{m! (n-1)!} \int_0^\infty u^{m+n-1} [(-1)^m A_U^{(0)}(u) e^{u\eta_q} + \\ &B_U^{(0)}(u) e^{-u\eta_q}] \cos[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (21a)$$

$$\begin{aligned}A_{m,n,p,q}^- &= \\ &\frac{1}{m! (n-1)!} \int_0^\infty u^{m+n-1} [(-1)^{m+1} A_U^{(0)}(u) e^{u\eta_q} + \\ &B_U^{(0)}(u) e^{-u\eta_q}] \sin[\mu(\xi_q - \xi_p)] du\end{aligned}\quad (21b)$$

$$\begin{aligned}B_{m,n,p,q}^+ &= \\ &\frac{1}{m! (n-1)!} \int_0^\infty u^{m+n-1} [(-1)^m A_U^{(1)}(u) e^{u\eta_q} +\end{aligned}$$

$$B_U^{(1)}(u)e^{-u\eta_q}] \sin[\mu(\xi_q - \xi_p)] du \quad (21c)$$

$$B_{m,n,p,q}^- =$$

$$\frac{1}{m! (n-1)!} \int_0^\infty u^{m+n-1} [(-1)^{m+1} A_U^{(1)}(u) e^{u\eta_q} +$$

$$B_U^{(1)}(u) e^{-u\eta_q}] \cos[\mu(\xi_q - \xi_p)] du \quad (21d)$$

在解得(17)式,以及圆柱位于上层流体中得到的与此类似的方程组后,就可以确定圆柱体散射速度势中的未知系数 $A'_{n,p}$ 和 $B'_{n,p}$,并进一步由波浪入射势和散射势求解得到圆柱浮体的波浪力,当圆柱浮体置于 m 层流体中时,第 q 物体受到的 j 方向的波浪力为 $F_{jqt}^m = \operatorname{Re}[F_{j,q}^m e^{-i\omega t}]$,

$$\text{其中 } F_{j,p}^m = \rho^m i\omega \int_{S_q} (\phi_{mc}^m + \phi_D^m) n_j ds, \quad (j=1,2,3) \quad (22)$$

此处 S_q 为 q 圆柱淹没在流体中的表面积,如果假设 $(x_{0,q}, z_{0,q})$ 为 q 圆柱的旋转中心点坐标,那么将入射势和前面得到的散射势(15)代入,得到垂向波浪力 $F_{1,q}^m$ 、水平波浪力 $F_{2,q}^m$ 和横摇力矩 $F_{3,q}^m$ 的计算式:

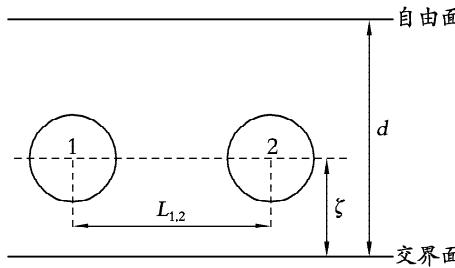


图 2 双圆柱型浮体分别淹没于两层流体上下层的示意图
Fig. 2 Schematic of two circular cylinders in the upper or lower fluid

3.1 多极子方法的验证

首先利用多极子方法分析了大小相等的双圆柱浮体分别处于分层流上下两层中的情况,圆柱的半径 $a_1 = a_2 = 0.1d$,间距 $L_{12} = 0.4d$,不管两圆柱体位于那层流体中,其中心距交界面的距离均为 $\zeta = 0.2d$,这里求解散射速度势时的无穷系列项数取 $N_n = N_m = 7$ 已达到我们的精度要求,对于后面其他分析无穷系列项数都取此数用来计算;同时这里采用边界元方法来计算相同问题的波浪力。图 3 给出两种方法得到波浪力的对比结果。

从图 3 中可以发现不管两圆柱浮体位于上层还是下层流体中,对于 K 和 k 模态的波浪力,各个频率下两种算法的计算结果都吻合良好,这表明本文的解析方法是正确的。并且当两圆柱位于上层流体中

$$F_{1,q}^m = 2\pi\rho i\omega A'_{1,q} \quad (23a)$$

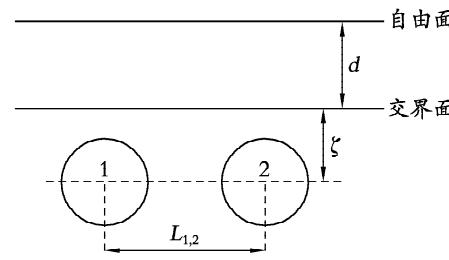
$$F_{2,q}^m = -2\pi\rho i\omega B'_{1,q} \quad (23b)$$

$$F_{3,q}^m = 2\pi\rho i\omega [A'_{1,q}(x_{0,q} - \xi_q) + B'_{1,q}(z_{0,q} - \eta_q)] \quad (23c)$$

这里我们容易看得出当 q 圆柱的旋转中心的选择与其圆心重合时,横摇力矩将为零值。

3 结果分析及验证

为了验证本文解析方法的正确性以及研究不同参数影响下多个圆柱浮体的波浪力特性,这里作者考虑两个大小相等的圆柱浮体(图 2)。在求解圆柱体的波浪力时,散射速度势取无穷系列(12)的前 N_n 项,类似的(15a)~(15d)式中无穷系列对称的 $\cos(m\theta)$ 部分($m=0,1,\dots,N_m$)取前 N_m+1 项,反对称的 $\sin(m\theta)$ 部分($m=1,\dots,N_m$)取前 N_m 项,并且作用在 q 圆柱上两种模态的波浪力以及力矩分别以 $2\rho^m g a_q A_{1(2)}$ 和 $2\rho^m g a_q^2 A_{1(2)}$ 无因次化(K 模态取 A_1 , k 模态取 A_2)。



时,两种模态下的作用在 2 圆柱上的垂向和水平波浪力的峰值均稍微大于作用在 1 圆柱上的,而当两圆柱位于下层流体中时,作用在 2 圆柱上的仅仅只有 k 模态的垂向波浪力峰值大于 1 圆柱上的,其余均小于作用在 1 圆柱上的波浪力。

3.2 参数的影响

为了进一步分析两层流体中双圆柱浮体的受力特性,这里考虑流体密度比和圆柱淹没深度这些参数的变化,对其波浪力受到的影响。首先考虑图 2 的双圆柱体在其它几何参数不变时,而流体两层密度比取不同数值时, K 和 k 两种模态波浪力的对比结果(图 4)。由于密度的变化对圆柱体垂向或水平方向的波浪力影响趋势可能相同,因此对于影响相同的波浪力,作者只选取其中一些典型的结果。

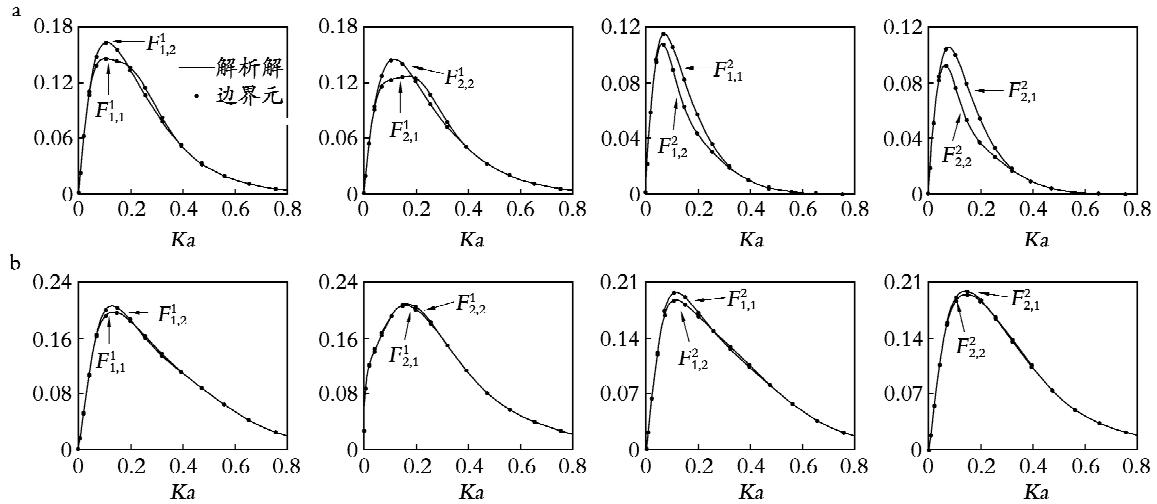


图 3 大小相等两圆柱浮体分别淹没在上下层流体中的无量纲波浪力

Fig. 3 Dimensionless wave forces for two circular cylinders in the upper or lower fluid

a. K 模态; b. k 模态

a. K -mode; b. k -mode

从图 4 中可以看出,随着两层密度比的增大,对于 K 模态的入射波,当圆柱浮体位于上层流体中时,1 圆柱体上波浪力的峰值增大,而 2 圆柱上波浪力的峰值却随之减小;而当圆柱浮体位于下层流体中时,1 圆柱体上波浪力峰值的变化趋势与上层中的情形刚好相反,而 2 圆柱垂向波浪力的峰值当密度由 0.4

增加到 0.6 时减小很多,但是当密度比由 0.6 再增加到 0.8 时,受到的影响却不是很明显。对于 k 模态的入射波,可以看出随着两层密度比的增大,上层中 1 圆柱垂向波浪力的峰值逐渐变小,其实 1 圆柱水平方向和 2 圆柱 k 模态波浪力受到的影响都与此相同。

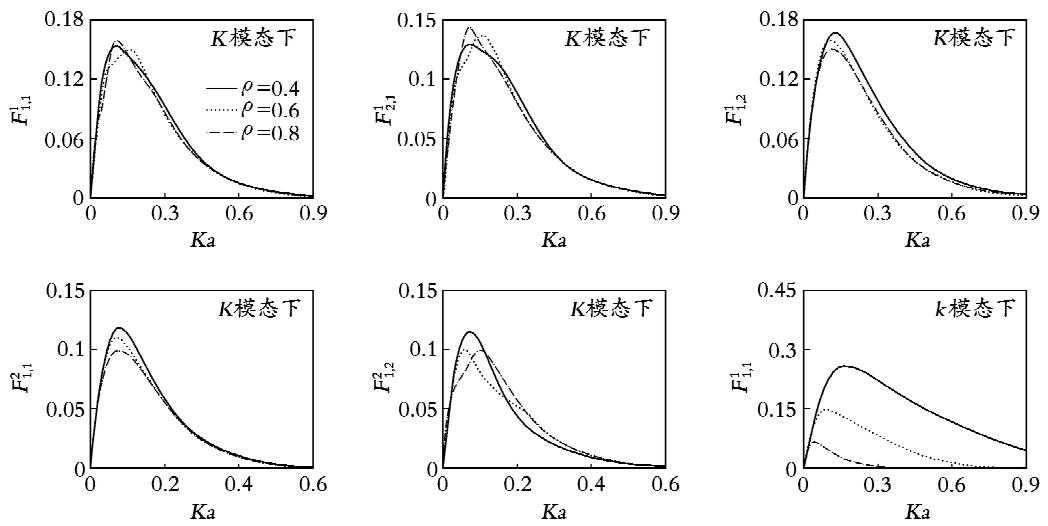


图 4 不同两层流体密度比下圆柱浮体无量纲波浪力的影响结果

Fig. 4 Influence of the density ratio of two-layer fluid on the dimensionless wave forces

下面考虑双圆柱体在其他几何参数不变时,而淹没深度不同时,两种模态下波浪力的对比结果(图 5)。同上面相同,对于变化趋势相同的波浪力结果,此处只选取其中一些典型的做计算分析。

从图 5 中可以看出对于 K 模态的入射波,当圆柱体布置在上层流体中时,越靠近自由面,1 圆柱体

的垂向波浪力会变大,实际上两圆柱体的波浪力都随之增大,而当圆柱体布置在下层流体中时,淹没深度越大,1 圆柱体的垂向波浪力会变小,两圆柱体其他方向的波浪力的影响与此相同;对于 k 模态的入射波,远离交界面 1 圆柱的垂向波浪力会变小,其实不管圆柱体位于两层流体中的上层还是下层,越远

离交界面,两圆柱体所受波浪力都会随之减小。

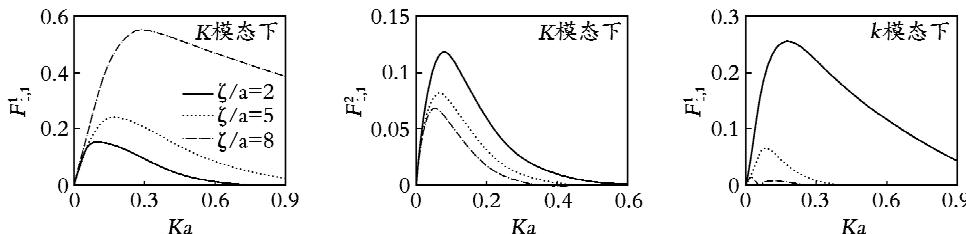


图 5 不同淹没深度下圆柱浮体无量纲波浪力的影响结果

Fig. 5 Influence of the submergence depth on the dimensionless wave forces
的指导意义。

4 结语

作者首先对线性规则入射波作用下两层流体中多个圆柱型浮体的散射问题采用多极子展开法,给出了浮体散射势的解析表达式,并根据散射势和入射势计算了圆柱体所受的波浪力;其次,对于分别淹没于两层流体上下层中大小相等、同淹没深度的两圆柱体的情况,采用边界元方法对本文进行了验证,说明了作者推导的表达式是正确的,编制的程序是可信赖的;最后,讨论了不同流体密度比和圆柱淹没深度对双圆柱浮体波浪力的影响,结果表明,密度变化对于圆柱波浪力峰值大小的影响,跟圆柱浮体布置于两层流体的上层或下层中有密切关系;淹没深度的变化对两种模态下圆柱波浪力的影响,在下层流体中影响相同,而在上层流体中却有着完全相反的结果。作者只是简单分析了大小相等的双圆柱型浮体波浪力的一些结果和影响参数,对于分别布置于上下两层流体中的其它多个圆柱体结构的情况,本实验方法仍然适应,这对于两层流体中的多个管道或者圆柱型波能装置等海洋结构物的设计有重要

参考文献:

- [1] Osborne A R, Burch, T L. Internal solitons in Andaman sea[J]. *Science*, 1980, 208: 451-460.
- [2] Ebbesmeyer C C, Coomes C A, Hamilton R C, et al. New observation on internal wave (solitons) in the South China Sea using an acoustic Doppler current profiler[A]. Marine Technology Society. Marine Technology Society 91 Proceedings[C]. New Orleans: Marine Technology Society, 1991. 165-175.
- [3] 李家春.水面下的波浪-海洋内波[J].力学与实践, 2005, 27(2): 1-6.
- [4] Linton C M, McIver M. The interaction of waves with horizontal cylinders in two-layer fluids[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 304: 213-229.
- [5] Cadby J R, Linton C M. Scattering of oblique waves in a two-layer fluid [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 461: 343-364.
- [6] 尤云祥,石强,缪国平.两层流体中大直径圆柱体的水动力作用力[J].上海交通大学学报, 2005, 39(5): 695-700.

An analytical method for the wave force on a long array of cylinders in a two-layer fluid

FENG Bo^{1,2}, YOU Ya-ge^{1,2}, ZHENG Yong-hong^{1,3}, SHENG Song-wei^{1,2}, Lin Hong-jun^{1,2}

(1. Guangzhou Institute of Energy Conversion, the Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510640, China; 2. Key Laboratory of Renewable Energy and Gas Hydrate, Chinese Academy Sciences, Guangzhou 510640, China; 3. Qingdao Institute of Biomass Energy and Bioprocess Technology, the Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China)

Received: Sep. , 11, 2006

Key words: two-layer fluid; scattering potential; wave force; analytical method

Abstract: An analytical method is used to analyze the wave force of a long array of cylinders in a two-layer fluid acted by linear waves. The analytic expressions for the scattering potential functions are obtained by using the multipole expansion method, and expressions for the wave force are defined. A boundary element method is used to verify the correctness of the present analytical method. Finally, the analytical results of the wave force on cylinders are studied for some different parameters.

(本文编辑:刘珊珊)