

基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力垂向分布

吴相忠, 张庆河

(天津大学 建筑工程学院暨港口与海洋工程教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要: 基于二阶斯托克斯波理论推导了辐射应力的垂向分布表达式, 通过算例讨论了辐射应力在深水 and 有限水深条件下的垂向分布规律, 并与基于微幅波理论的辐射应力进行了比较。结果表明, 在波浪非线性不强时, 基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力与基于微幅波理论的辐射应力表达式计算结果接近; 而当水深较浅波浪非线性较强时, 基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力在近表面处明显大于基于微幅波理论的辐射应力。采用二阶斯托克斯波理论推导的波浪辐射应力更为合理地反映了波浪非线性效应。

关键词: 二阶斯托克斯波; 辐射应力; 垂向分布

中图分类号: P731.22; O353.2; TV139.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-3096(2012)08-0064-06

辐射应力的概念最早由 Louguet-Higgins 和 Stewart^[1]提出, 他们将作用于单位面积水柱体的总动量流时均值减去没有波浪作用时的静水压力定义为波浪剩余动量流, 即辐射应力。Bowen^[2], Van Dorn^[3]等人分别应用 Louguet-Higgins 的辐射应力表达式计算波浪破碎前后的增减水现象, 并用实测资料验证了该辐射应力理论是符合实际的。虽然经典辐射应力理论在描述近岸增减水方面较好地得到了实验验证, 但从推导过程来看, 经典的辐射应力公式是一个平面二维概念, 主要存在两方面的局限性: 其一, 没有考虑辐射应力的垂向分布, 在描述一些三维近岸水流现象, 如近底回流等时存在不足; 其二, 经典辐射应力理论采用线性波理论来计算辐射应力, 没有考虑波浪在近岸区非线性较强的特点, 与实际情况不完全相符。

自从辐射应力概念提出后, 许多研究者从不同角度对此进行了改进。Borekci^[4]提出了辐射应力向岸方向主分量沿水深分布公式, 并求解破波带内平均剪应力和欧拉速度分布, 但未经实验验证; 郑金海和严以新^[5]将垂向区域分为波谷以下部分、波谷至平均水面部分以及平均水面以上部分, 应用微幅波理论分段推求波浪辐射应力沿水深的分布函数, 建立了任意波向角时波浪辐射应力各分量的计算表达式, 并探讨了辐射应力沿水深的分布情况。Dolata 等^[6]试图推导出三维辐射应力, 但是它们沿水深积分的结果和 Phillips^[7]的二维辐射应力结果不一致。Nobuoka^[8]等在建立沿岸流模型时曾推导出辐射应

力的垂向分布, 但是他们的结果比较复杂难于应用。Mellor^[9]在研究波流相互作用时推导出了 σ 坐标下的辐射应力垂向分布表达式, 并对辐射应力梯度进行了研究。夏华永等^[10]在微幅波理论假定下, 推导出了辐射应力垂向分布公式。Zhang^[11]从三维 N-S 运动方程出发, 推导出了 z 坐标下的辐射应力垂向分布, 并讨论了辐射应力的垂向变化, 笔者则在该工作的基础上讨论了不同水深条件下辐射应力垂向分布的变化规律, 并建立了三维近岸水流模型^[12]。郑金海^[13]基于二阶斯托克斯波理论推导了辐射应力垂向分布表达式, 但其表达式如何应用于三维水动力数值模型仍有待进一步研究。

总的来看, 近年来有关辐射应力垂向分布的研究已经有较多的工作, 但除了郑金海^[13]的工作外, 其他文献主要是依据线性波浪理论导出的, 没有反映波浪的非线性特性。为此, 本文将基于二阶斯托克斯波理论推导辐射应力的垂向分布表达式, 其目的在于获得更容易应用于三维水动力数值模型的表达式。

1 二阶斯托克斯波理论

采用有限振幅波浪理论中斯托克斯波理论的二

收稿日期: 2010-12-07; 修回日期: 2012-05-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(50279029)

作者简介: 吴相忠(1980-), 男, 山东德州人, 博士研究生, 主要从事海岸水动力研究, 电话: 15133109651, E-mail: wxzjinan@163.com; 张庆河, 通信作者, 主要从事港口与海岸工程研究, E-mail: qhzhang@tju.edu.cn

阶近似解, 对于水深为 h 、周期为 T 、波高为 H 且在 x - y 平面内传播的波浪, 其势函数 φ 、波浪周期 L 、波速 c 、水平流速 u_j ($j=1,2$ 表示 x 和 y 方向)、垂向流速 w 、波压力 P_z 及波面 η_0 的表达式如下所示:

$$\varphi = \frac{\pi H}{kT} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \sin(k_i x_i - \sigma t) + \frac{3\pi^2 H}{8kT} \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\cosh[2k(z+h)]}{\sinh^4(kh)} \sin 2(k_i x_i - \sigma t) \quad (1)$$

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kh) \quad (2)$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kh) \quad (3)$$

$$u_j = \frac{k_j}{k} \left\{ \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \cos(k_i x_i - \sigma t) + \frac{3\pi^2 H}{4T} \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\cosh[2k(z+h)]}{\sinh^4(kh)} \cos 2(k_i x_i - \sigma t) \right\}, j=1, 2 \quad (4)$$

$$w = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \sin(k_i x_i - \sigma t) + \frac{3\pi^2 H}{4T} \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^4(kh)} \sin 2(k_i x_i - \sigma t) \quad (5)$$

$$P_z = -\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \cos(k_i x_i - \sigma t) + \frac{3\pi}{4} \rho g H \left(\frac{H}{L}\right) \frac{1}{\sinh(2kh)} \left\{ \frac{\cosh[2k(z+h)]}{\sinh^2(kh)} - \frac{1}{3} \right\} \times \cos 2(k_i x_i - \sigma t) - \frac{\pi}{2} \rho g H \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\sinh^2[k(z+h)]}{\sinh(2kh)} \quad (6)$$

$$\eta_0(x_1, x_2, t) = \frac{H}{2} \cos(k_i x_i - \sigma t) + \frac{\pi H}{8} \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\cosh(kh)[\cosh(2kh) + 2]}{\sinh^3(kh)} \cos 2(k_i x_i - \sigma t) \quad (7)$$

其中 $k = |\mathbf{k}|$ 为波数矢量 \mathbf{k} 的模, $\mathbf{k} = (k_1, k_2) = (k_x, k_y)$, k_x 和 k_y 分别为 \mathbf{k} 在 x 和 y 方向的分量; g 为重力加速度, $k_i x_i$ 表示求和, 即 $k_i x_i = k_1 x_1 + k_2 x_2$ 。

设波动过程中包含相同水质点的曲面可定义为 $z = \eta_z(z_0, x_1, x_2, t)$ (z_0 为质点在静止时的垂向坐标), 则该曲面上水质点垂向速度可表示为

$$w(z_0, x_1, x_2, t) = \frac{d}{dt} \eta_z(z_0, x_1, x_2, t) \quad (8)$$

由式(5)和(8), 可以近似得到以下表达式:

$$\eta_z(z_0, x_1, x_2, t) = z_0 + \frac{H}{2} \frac{\sinh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \cos(k_i x_i - \sigma t) + \frac{3\pi H}{16} \left(\frac{H}{L}\right) \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^4(kh)} \cos 2(k_i x_i - \sigma t) \quad (9)$$

式(7)的 $\eta_0(x_1, x_2, t)$ 和式(9)的 $\eta_z|_{z_0=0}$ 均可表示自

由表面, 但二者表达式存在一定差异。我们分别对 $\eta_0(x_1, x_2, t)$ 与 $\eta_z|_{z_0=0}$ 在以下两种波浪条件下的波面变化进行比较: (1)水深 10 m, 波高 0.5 m; (2)水深 10 m, 波高 3 m, 波浪的周期均为 6 s。图 1 以沿 x 方向传播的波浪为例显示了计算波面曲线, 图中波面 1、波面 2 分别代表 $\eta_0(x_1, x_2, t)$, $\eta_z|_{z_0=0}$ 。由计算结果可知, 以式(7)和式(9)表示波面时二者差别很小, 因此为了推导简化起见, 本文将采用式(9)的 $\eta_z|_{z_0=0}$ 来近似表示波动自由表面。

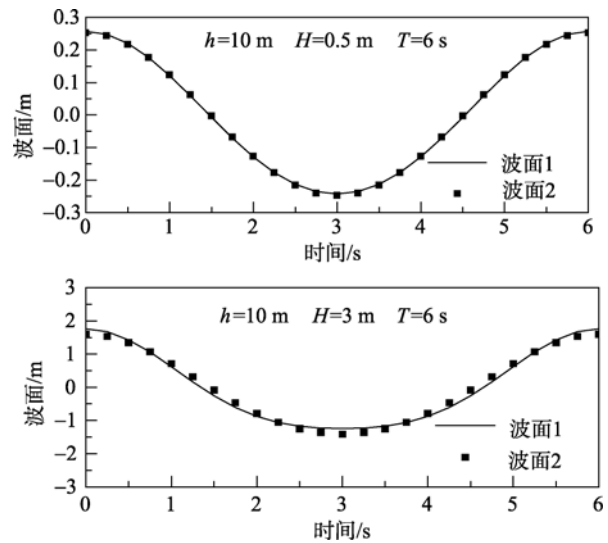


图 1 波面 1 与波面 2 计算波面的比较

Fig. 1 Water surface comparison between water surface one and two

2 基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力推导

曲面 η_z 之下的水体在水平方向的剩余动量流的周期平均为:

$$T_{ij} = \overline{\int_{-h}^{\eta_z} [P_z \delta_{ij} + \rho u_i u_j] dz} + \int_{-h}^z \rho g z dz \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, 2) \quad (10)$$

T_{ij} 可按式分解为

$$T_{ij} = T_{ij1} + T_{ij2} + T_{ij3} - \frac{\rho g}{2} (h^2 - z^2) \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, 2) \quad (11)$$

其中 δ_{ij} 为 Kronecker 符号, $T_{ij1} = \overline{\int_{-h}^{\eta_z} \rho u_i u_j dz}$,

$$T_{ij2} = \overline{\int_{-h}^z P_z \delta_{ij} dz}, \quad T_{ij3} = \overline{\int_z^{\eta_z} P_z \delta_{ij} dz};$$

经过推导并忽略高阶项, 可以得到:

$$T_{ij1} = \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2(kh)} \left\{ \frac{z+h}{2} + \frac{\sinh[2k(z+h)]}{4k} \right\} + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2(kh)} \frac{3\pi H^2}{64L} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^4(kh)} \{1 + \cosh[2k(z+h)]\} + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{9}{16} \frac{\rho \pi^4 H^4}{T^2 L^2} \frac{1}{\sinh^8(kh)(kh)} \left\{ \frac{z+h}{4} + \frac{\sinh[2k(z+h)]}{16k} \right\} \quad (12)$$

$$T_{ij2} = \frac{1}{2} \rho g (h^2 - z^2) \delta_{ij} + \frac{\rho g H^2}{8 \sinh 2kh} \left\{ k(z+h) - \frac{1}{2} \sinh[2k(z+h)] \right\} \delta_{ij} \quad (13)$$

$$T_{ij3} = \frac{\rho g H^2}{16} \frac{\sinh^2[k(z+h)]}{\sinh^2 kh} \delta_{ij} + \frac{9 \rho g \pi^2 H^2}{1024} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\sinh^2[2k(z+h)]}{\sinh^8 kh} \delta_{ij} \quad (14)$$

因此得:

$$T_{ij} = \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \left\{ \frac{z+h}{2} + \frac{\sinh[2k(z+h)]}{4k} \right\} + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \frac{3\pi H^2}{64L} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^4 kh} [1 + \cosh[2k(z+h)]] + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \frac{3\pi H^2}{64L} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^4 kh} [1 + \cosh[2k(z+h)]] + \frac{1}{16} \frac{\rho g H^2}{\sinh^2(kh)} [2k(z+h) - \sinh 2k(z+h)] \delta_{ij} + \frac{\rho g H^2}{16} \frac{\sinh^2[k(z+h)]}{\sinh^2(kh)} \delta_{ij} + \frac{9 \rho g \pi^2 H^2}{1024} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\sinh^2[2k(z+h)]}{\sinh^8(kh)} \delta_{ij} \quad (15)$$

对式(15)沿垂向求偏导可得辐射应力的垂向表达式:

$$S_{ij} = \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \frac{1 + \cosh[2k(z+h)]}{2} + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{9 \rho \pi^4 H^4}{128 L^2 T^2} \frac{2 + \cosh[2k(z+h)]}{\sinh^8 kh} + \frac{k_i k_j}{k} \frac{3 \rho \pi^3 H^4}{64 L T^2} \frac{\cosh[2k(z+h)] + \cosh[4k(z+h)]}{\sinh^6 kh} + \frac{k \rho g H^2}{16} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^2(kh)} \delta_{ij} + \frac{k \rho g H^2}{8 \sinh 2kh} [1 - \cosh 2k(z+h)] \delta_{ij} + \frac{9 k \rho g \pi^2 H^2}{512} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\sinh[4k(z+h)]}{\sinh^8(kh)} \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, 2) \quad (16)$$

将上述张量形式写成常用的 x, y 分量形式, 并设波在水面下 z 处的表达式为: 浪传播方向与 x 轴夹角为 α , 即可得辐射应力各分量

$$S_{xx} = \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \frac{1 + \cosh[2k(z+h)]}{2} \cos^2 \alpha + \frac{9 \rho \pi^4 H^4}{128 L^2 T^2} \frac{2 + \cosh[2k(z+h)]}{\sinh^8 kh} \cos^2 \alpha + \frac{3 \rho \pi^3 H^4}{64 L T^2} \frac{\cosh[2k(z+h)] + \cosh[4k(z+h)]}{\sinh^6 kh} \cos^2 \alpha + \frac{k \rho g H^2}{16} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^2(kh)} + \frac{k \rho g H^2}{8 \sinh 2kh} [1 - \cosh 2k(z+h)] + \frac{9 k \rho g \pi^2 H^2}{512} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\sinh[4k(z+h)]}{\sinh^8(kh)} \quad (17)$$

$$S_{yy} = \frac{\rho \pi^2 H^2}{2T^2 \sinh^2 kh} \frac{1 + \cosh[2k(z+h)]}{2} \sin^2 \alpha + \frac{9 \rho \pi^4 H^4}{128 L^2 T^2} \frac{2 + \cosh[2k(z+h)]}{\sinh^8 kh} \sin^2 \alpha + \frac{3 \rho \pi^3 H^4}{64 L T^2} \frac{\cosh[2k(z+h)] + \cosh[4k(z+h)]}{\sinh^6 kh} \sin^2 \alpha + \frac{k \rho g H^2}{16} \frac{\sinh[2k(z+h)]}{\sinh^2(kh)} + \frac{k \rho g H^2}{8 \sinh 2kh} [1 - \cosh 2k(z+h)] + \frac{9 k \rho g \pi^2 H^2}{512} \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\sinh[4k(z+h)]}{\sinh^8(kh)} \quad (18)$$

$$S_{yy} = S_{yx} = \frac{\rho\pi^2 H^2}{4T^2 \sinh^2 kh} \frac{1 + \cosh[2k(z+h)]}{2} \sin 2\alpha + \frac{9\rho\pi^4 H^4 \{2 + \cosh[2k(z+h)]\}}{256L^2 T^2 \sinh^8 kh} \sin 2\alpha + \frac{3\rho\pi^3 H^4 \{ \cosh[2k(z+h)] + \cosh[4k(z+h)] \}}{128L^2 T^2 \sinh^6 kh} \sin 2\alpha \quad (19)$$

3 基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力垂向分布规律

根据前面得到的辐射应力垂向分布表达式, 这里我们通过算例讨论深水及有限水深情况下的辐射应力垂向分布规律, 并与微幅波理论公式推导出的波浪辐射应力理论公式进行比较。根据以往的研究, 斯托克斯波理论不能适用于 $h/L < 0.125$ 的情况^[14], 以下算例中的波浪条件均满足上述斯托克斯波理论适用的水深条件。

3.1 深水情况下辐射应力的垂向分布规律

对于波高为 2 m, 周期为 8 s, 水深为 50 m (满足深水波条件 $h/L > 0.5$) 的波浪, 假定其沿 x 轴正向入射, 在深水情形下 S_{xx} 和 S_{yy} 的分布规律如图 2 所示。

从图中可以看出基于二阶斯托克斯波的辐射应力垂向分布具有以下规律: 辐射应力 S_{xx} 从表层到底层逐渐减小, 表层与底层的值相差很大, 例如 S_{xx} 表层应力值为 311 N/m², 在底层的辐射应力值只有 1.1 N/m²; S_{xx} 在近表层变化较快, 底层变化较慢, 例如 S_{xx} 在表层为 312.9 N/m², 在 -12.5 m 水深处为 66.3 N/m², 垂相变化梯度为 -19.7 N/m³ (负值表示减小); S_{xx} 在底层为 4.8 N/m², 在 -37.5 m 水深处为 2.2 N/m², 垂相变化梯度为 -0.2 N/m³。

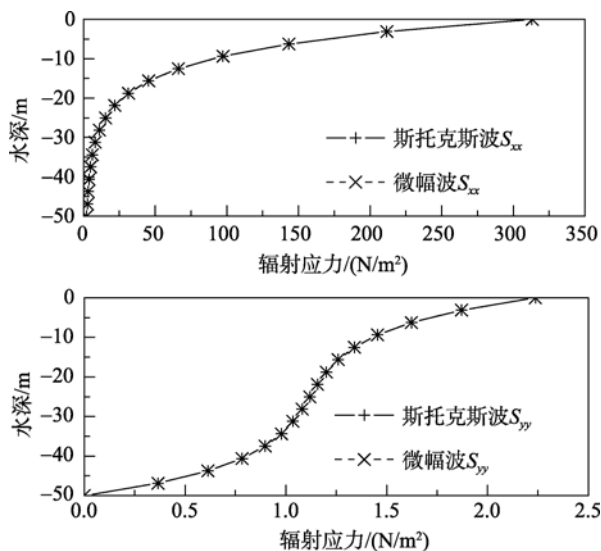


图 2 深水情形下辐射应力的垂向分布

Fig. 2 Vertical distribution of radiation stresses in deep water

辐射应力 S_{yy} 与 S_{xx} 一样从表层到底层逐渐减小, 但与 S_{xx} 的不同之处是 S_{yy} 在表层与底层衰减均较快, 而在中间层时变化比较平缓, 近似呈现双曲线分布, 例如 S_{yy} 在表层为 2.2 N/m², 在 -12.5 m 水深处为 1.3 N/m²; S_{yy} 在接近底层处为 0.4 N/m², 在 -37.5 m 水深处为 0.9 N/m²; S_{yy} 在中间层 -21.88 m 水深处为 1.2 N/m², -31.25 m 水深处 S_{yy} 为 1.0 N/m², 垂向变化很小。由于假定波浪沿 x 方向传播, S_{yy} 与 S_{xx} 相比其值较小, 如 S_{yy} 表层应力值只有 2.2 N/m², 而 S_{xx} 表层应力值则为 311.0 N/m²。另外, S_{yy} 底层应力值为 0, 而 S_{xx} 的底层应力值不为 0。

3.2 有限水深情况下辐射应力的垂向分布规律

有限水深情况下, 我们选取三个算例, 分别为: (1)波高 2 m, 周期 8 s, 水深 10 m; (2)波高 2 m, 周期 6 s, 水深 5 m; (3)波高 4 m, 周期 8 s, 水深 10 m。上述两个算例均满足二阶斯托克斯波的适用范围。仍设波浪沿 x 轴正向传播, 辐射应力分布计算结果如图 3 所示。

从图中可以看出, 基于二阶斯托克斯波的辐射应力垂向分布规律为: 辐射应力 S_{xx} 仍呈现从表层到底层逐渐减小的规律, 近似呈抛物线型分布; 另外, S_{xx} 在表层与底层相比变化较快, 如第一个算例中, S_{xx} 近表层垂向变化梯度为 -98.0 N/m³, 而近底层垂向变化梯度为 -39.5 N/m³。辐射应力 S_{yy} 同样呈现从表层到底层逐渐减小的规律, 且底层辐射应力值为 0。

在有限水深中, S_{yy} 与 S_{xx} 相比差值仍较大, 但相比深水情况 S_{yy} 明显增大。例如, 第一算例中 S_{yy} 表层值为 311.9 N/m², S_{xx} 表层值为 934.6 N/m²; 同样周期和波浪条件下, 50 m 水深时 S_{yy} 表层应力值只有 2.2 N/m²。

从图 3 可以看出, 当水深和周期不变、波高增大时, 即波浪的非线性作用增强时, 辐射应力从表层到底层均有不同程度的增大。例如, 在 4 m 波高下, 辐射应力 S_{xx} 表层值增大为 3 958.1 N/m², 底层值增大为 1 244.3 N/m²; 辐射应力 S_{yy} 表层值增大为 1 341.8 N/m²。从图 3 可以看出, 当波浪周期、水深减小时, 辐射应力 S_{xx} , S_{yy} 从表层到底层均增大, 但变化规律基本相同。

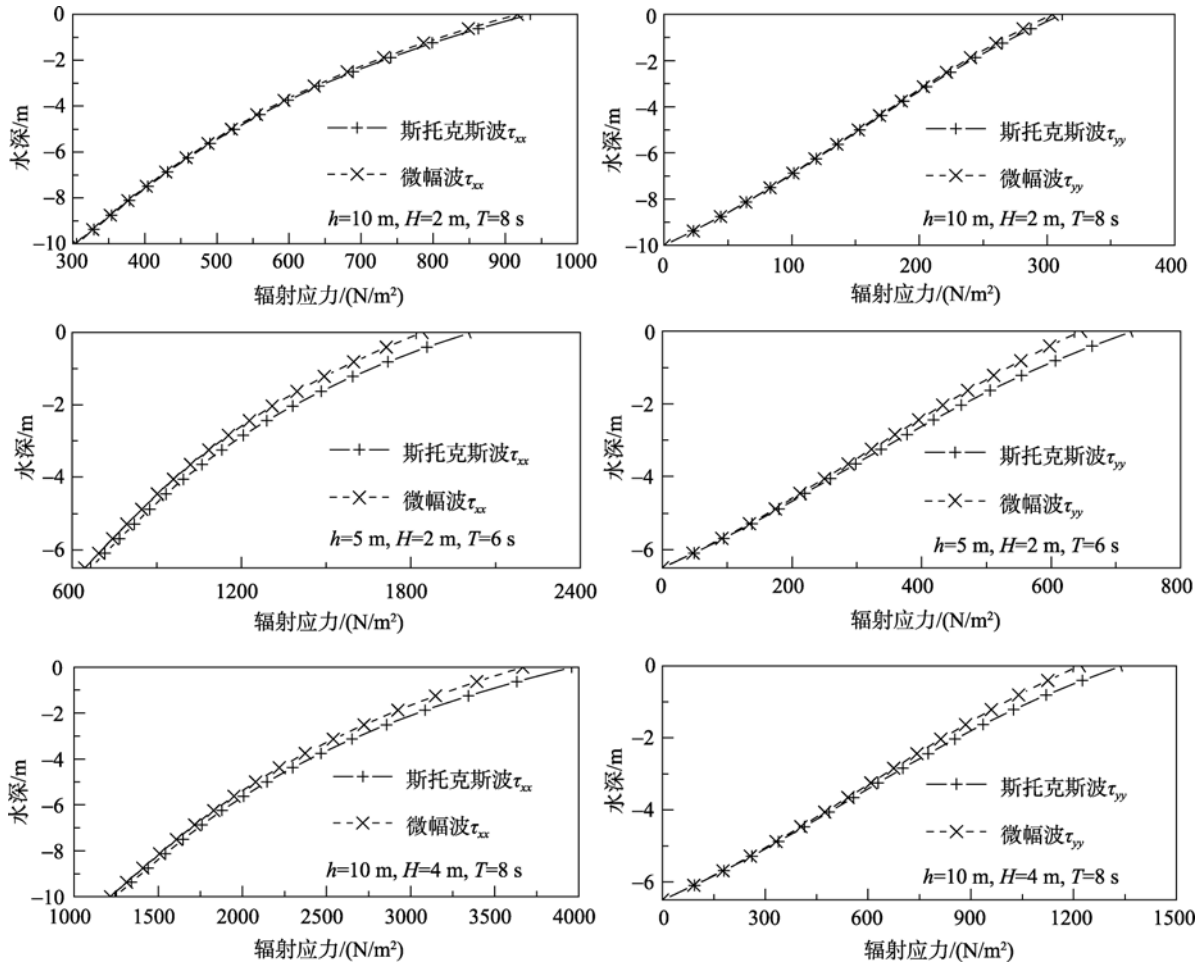


图3 有限水深情形下的辐射应力垂向分布

Fig. 3 Vertical distribution of radiation stresses in intermediate water

3.3 与基于微幅波理论的辐射应力分布的比较

为了比较基于二阶斯托克斯波与微幅波理论的辐射应力分布,图2和图3中也分别显示了基于微幅波理论得到的辐射应力分布曲线。由图中两种曲线的比较可以得知:在水深较大且波高较小的情况下,基于二阶斯托克斯波与微幅波理论推导得到的辐射应力表达式计算结果差别较小。当水深较浅、波高较大造成波浪的非线性作用较强时,则基于二阶斯托克斯波理论得到的辐射应力大于基于微幅波理论的辐射应力,特别是在靠近平均水面处差值比较明显。总体上看,相比基于微幅波理论的辐射应力公式而言,本文推导的基于二阶斯托克斯理论的辐射应力公式更能够反映波浪运动的实际情况。

4 结论

本文基于二阶斯托克斯波理论推导了辐射应力的垂向分布表达式,并利用算例讨论了基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力在深水 and 有限水深情况下的垂向分布规律,并与基于微幅波理论的辐射应力进行了比较和分析。

算例结果表明,在波浪非线性不强的条件下,基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力表达式与基于微幅波理论的辐射应力表达式计算结果接近;而当水深较浅波浪非线性较强时,基于二阶斯托克斯波理论的辐射应力则大于基于微幅波理论的辐射应力,特别是在近表面处比较明显。采用二阶斯托克斯波理论推导的波浪辐射应力更为合理地反映了波浪非线性效应。

需要指出的是, 本文在推导过程中暂未考虑斯托克斯漂流的影响。另外, 由于在浅水中斯托克斯理论的适用性受到限制, 如何推导考虑非线性影响的辐射应力垂向分布需要进一步研究。

参考文献:

- [1] Longuet-higgins M S, Stewart R W. Radiation stresses in water waves: a physical discussion with application[J]. Deep-sea Research, 1964,11(5): 529-562.
- [2] Bowen A J, Inman D L, Simmons V P. Wave set-down and set-up[J]. Journal of Geophysical Research, 1968, 73(3): 2569-2577.
- [3] Van dorn W G. Set-up and run-up in shoaling breakers[C]. American Society of Civil Engineers. Proceedings of the 15th International Conference on Coastal Engineering. Hawaii: American Society of Civil Engineers, 1976: 738-751.
- [4] Borekci O S. Distribution of wave-induced momentum fluxes over depths and application within the surf zone[D]. Newark: University of Delaware, 1982.
- [5] 郑金海, 严以新. 波浪辐射应力张量的垂向变化[J]. 水动力学研究与进展, 2001, 16(2): 247-254.
- [6] Dolata L E, Rosenthal W. Wave setup and wave-induced currents in coastal zones[J]. Journal of Geophysical Research, 1984, 89: 1973-1982.
- [7] Phillips O M. The dynamics of the upper ocean[M]. 2nd ed. Cambridge:Cambridge University Press, 1977:61-69.
- [8] Nobuoka H, Mimura N. 3-D nearshore currents model focusing on the effect of sloping bottom on radiation stresses[J].Coastal Engineering, 2002, 3:836-848.
- [9] Mellor G. The three-dimensional current and surface wave equations[J]. Journal of Physical Oceanography, 2003, 33: 1978-1989.
- [10] Xia Huayong, Xia Zongwan. Vertical variation in radiation stress and wave-induced current[J]. Coastal Engineering, 2004, 51: 309-321.
- [11] Zhang Dan. Numerical simulation of large-scale wave and currents[D]. Singapore:National University of Singapore, 2004.
- [12] Wu Xiangzhong, Zhang Qinghe. A three-dimensional nearshore hydrodynamic model with depth-dependent radiation stresses[J]. China Ocean Engineering, 2009, 23(2): 291-302.
- [13] Zheng J H. Depth-dependent expression of obliquely incident wave induced radiation stress[J]. Progress in Natural Science, 2007, 17(9): 1067-1073.
- [14] 吴宋仁. 海岸动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.

Vertical distribution of radiation stresses based on the second-order Stokes wave theory

WU Xiang-zhong, ZHANG Qing-he

(School of Civil Engineering, Tianjin University & Key Laboratory of Harbor and Ocean Engineering, Ministry of Education, People's Republic of China, Tianjin 300072, China)

Received: Dec.,7,2010

Key words: the second-order Stokes waves; radiation stress; vertical distribution

Abstract: The expressions for vertical distributions of radiation stresses were derived based on the second-order Stokes waves theory. The vertical variation of radiation stresses in deep water and intermediate water were discussed and the vertical profiles of radiation stresses obtained basing on the second-order Stokes waves and linear wave theory were compared. The results showed that when the nonlinear influence was not strong, the vertical profiles of radiation stresses were almost same between the second-order Stokes waves and the linear wave theory. While when the water depth is relatively shallow and the nonlinear influence is quite strong, the vertical profiles of radiation stresses based on the second-order Stokes waves is significantly stronger than that of the linear wave theory near the water surface. The radiation stresses obtained based on the second-order Stokes can reflect the nonlinear influence more reasonable than that of the linear wave theory.

(本文编辑: 刘珊珊)