

# 波面位移非线性特征数值研究

韩晓鹏<sup>1,2</sup>, 宋金宝<sup>1</sup>

(1. 中国科学院海洋研究所, 山东 青岛 266071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 基于 Longuet-Higgins(1963)非线性海浪模型, 在有限水深且存在均匀背景流的条件下, 根据 Song(2006)给出的波面位移二阶表达式, 采用 Combi 海浪频谱计算了海表面定点波面位移时间序列和波面位移概率统计分布。分析了波面位移统计分布随风速、水深、反波龄和均匀背景流的变化特征和规律以及不同海况条件下二阶非线性项对波面位移统计分布的影响。结果表明: 二阶非线性项使波面位移分布偏离正态分布, 二阶非线性作用受风速、水深、反波龄和均匀背景流的影响。风速增大、水深降低、反波龄减小或者均匀背景流和风速传播方向相反均使波面位移二阶非线性项的作用加强, 无因次波面位移概率密度分布的偏度和峰度随之增大, 反之则二阶非线性项作用减弱。当均匀背景流和风速相同时, 虽然使非线性项的作用减弱, 但平均波面位移反而比静止水平面降低。当均匀背景流和风速相反时, 虽然使非线性作用增强, 但平均波面位移反而趋于静止水平面。得到如下结论: 二阶非线性项对于波面位移有显著影响, 数值模拟波面位移需要增加二阶非线性项。通过以上研究, 提高了数值模拟波面位移的准确性, 而波面位移是海浪最基本的特征量, 从而增强了海浪模拟和预报的准确性, 对海洋工程、海-气相互作用、上层海洋动力学等具有重要意义。

**关键词:** 波面位移; 二阶非线性; 统计分布

中图分类号: P731.22 文献标识码: A

文章编号: 1000-3096(2015)12-0150-07

doi: 10.11759/hyqx20130305001

海表面波面模拟和建模方法主要有3种<sup>[1]</sup>: 第一种是基于物理方法, 即从海浪的物理特性出发, 通过求解流体所满足的 Navier-Stokes 方程, 获得流体质点在各个时间的运动状态; 第二种是基于海浪谱的建模方法, 即利用海浪统计和经验模型合成不同的正弦波, 来获得海面的仿真效果; 第三种是基于几何方法, 即通过构造一定的数学函数来模拟水波的外形, 合成一个海洋表面图像。由于基于海浪谱的建模方法物理概念清晰, 计算方便迅速, 且模拟结果和实际海浪吻合度高, 而得到广泛应用。

基于海浪谱的海浪建模方法是指采用适当的海浪谱模型模拟海浪。经典的线性模型将海浪视为由多个不同振幅、不同角频率和不同随机位相的波迭加而成, 这样形成的波面位移的统计分布满足正态分布<sup>[2]</sup>, 但对实际海浪而言, 由于不同组成波之间的非线性相互作用而导致其统计分布偏离正态分布, 尤其是在浅水的条件下<sup>[3-4]</sup>或者是在深水中具有较大陡波<sup>[5-7]</sup>时。Longuet-Higgins<sup>[8]</sup>根据弱非线性理论, 给出了非线性波面统计模型, Song<sup>[9]</sup>在有限水深且有均匀背景流场条件下, 根据摄动方法导出波面位移二阶表达式, 这个表达式是 Sharma 和 Dean<sup>[10]</sup>导

出波面位移二阶表达式在均匀背景流场中的推广。本文根据 Longuet-Higgins 模型<sup>[8]</sup>和 Song 给出的结果<sup>[9]</sup>, 采用 Combi 海浪频谱<sup>[12]</sup>, 通过模拟和计算定点波面位移线性项和二阶非线性项时间序列及其波面位移概率密度分布, 分析了不同海况条件下波面二阶非线性项的特征及其随风速、水深、反波龄和均匀背景流的变化规律。

## 1 定点波面位移的计算方法

考虑二维随机海浪在有限水深且有均匀背景流的环境中传播, 假设流体是均匀、无黏、不可压缩和无旋的, 背景流场速度方向平行于  $x$  轴 ( $x$  轴沿风速方向), 根据 Longuet-Higgins<sup>[8]</sup>非线性波面模型, Song<sup>[9]</sup>导出的定点波面位移表达式为

$$\eta = \eta(x, t) = \eta_1 + \eta_2 \quad (1)$$

收稿日期: 2013-03-05; 修回日期: 2013-05-07

基金项目: 国家自然科学基金(41176016); 国家基金委创新群体项目(41121064)

作者简介: 韩晓鹏(1988-), 男, 山东青岛人, 硕士研究生, 研究方向: 物理海洋学, E-mail: meteor@126.com; 宋金宝, 通信作者, 电话: 0532-82898506; E-mail: songjb@qdio.ac.cn

其中,

$$\eta_1 = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos \psi_i \quad (2)$$

$$\eta_2 = \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{a_i a_j g}{4 \omega_i \omega_j} \{ [(D_{ij}^- + D_{ij}^+ - 2k_i k_j) + 2\sqrt{R_i R_j} (R_i + R_j)] \cos \psi_i \cos \psi_j + [D_{ij}^- - D_{ij}^+ - 2R_i R_j] \sin \psi_i \sin \psi_j \} \quad (3)$$

这里  $\eta_1$  和  $\eta_2$  分别表示一阶波面位移项和二阶波

$$D_{ij}^+ = \frac{(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})[\sqrt{R_j}(k_i^2 - R_i^2) + \sqrt{R_i}(k_j^2 - R_j^2)] + 2(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})^2(k_i k_j - R_i R_j)}{(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})^2 - k_{ij}^+ \tanh k_{ij}^+ h} \quad (4)$$

$$D_{ij}^- = \begin{cases} \frac{(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})[\sqrt{R_j}(k_i^2 - R_i^2) - \sqrt{R_i}(k_j^2 - R_j^2)] + 2(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})^2(k_i k_j + R_i R_j)}{(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})^2 - k_{ij}^- \tanh k_{ij}^- h} & , (i \neq j) \\ 0 & , (i = j) \end{cases} \quad (5)$$

这里,  $R_i = k_i \tanh k_i h$ ,  $k_{ij}^{\pm} = |k_i \pm k_j|$ 。Forristall<sup>[11]</sup>指出公式(4)对应着不同频率波之和的贡献,使得波面位移的波峰变陡而波谷变平缓,公式(5)表示不同频率波之差的作用,使得波面位移的平均值降低。因此,以上定点波面位移的表达式刻画了二阶非线性项的特征,以及这些特征随风速、水深、反波龄和均匀背景流的变化规律。

为了下面讨论方便,我们定义

$$\xi_n = \frac{1}{\sigma^n} \overline{(\eta - \bar{\eta})^n} \quad (6)$$

其中,  $\bar{\eta}$  为波面位移统计平均值,  $\sigma = \sqrt{\eta^2 - \bar{\eta}^2}$ ,  $\eta$

$$S(f) = \begin{cases} \alpha \frac{g^2}{(2\pi)^4} f_p^{-1} f^{-4} \exp \left[ -\left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma_D \exp[-(f-f_p)^2/2\sigma^2 f_p^2] & , f \leq f_t \\ \alpha \frac{g^2}{(2\pi)^4} f_t f_p^{-1} f^{-5} \exp \left[ -\left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma_D \exp[-(f-f_p)^2/2\sigma^2 f_p^2] & , f > f_t \end{cases} \quad (7)$$

这里,  $f_p = g\Omega/2\pi U_{10}$  为谱峰频率,  $\Omega$  表示反波龄,  $U_{10}$  表示海平面上 10 m 处的风速,  $\alpha = 0.006\Omega^{0.55}$  表示平衡域常数,  $f_t = 2.5g/\pi U_{10}$  为跃迁频率,  $\sigma = 0.08[1 + 4\Omega^{-3}]$  为谱峰宽度,  $\gamma_D$  为增长因子,其形式为

$$\gamma_D = \begin{cases} 1.7, & 0.8333 \leq \Omega < 1 \\ 1.7 + 6 \log \Omega, & 1 \leq \Omega \leq 5 \end{cases} \quad (8)$$

由于频散关系  $(\omega_i - k_i U)^2 = gk_i \tanh(k_i h)$  中  $k$  是  $\omega$  的隐函数,由  $\omega$  需近似计算  $k$ ,当  $U \neq 0$  时采用最

面位移项,  $\eta$  表示总波面位移,它为  $\eta_1$  和  $\eta_2$  的和,  $a_i$  为第  $i$  个波分量的振幅,  $b_i = a_i(1 - (k_i U / \omega_i))$  为加入背景流场影响后的振幅,  $\omega_i$  为角频率,  $k_i$  为波数,  $\psi_i = k_i x - \omega_i t + \varepsilon_i$ ,  $x$  表示水平一维坐标,  $\varepsilon_i$  代表随机相位,如果  $\varepsilon_i$  是独立的随机变量且均匀分布于  $(0, 2\pi)$ ,则线性波面位移  $\eta_1$  满足高斯分布。 $U$  表示均匀背景流场的流速,  $h$  表示水深,频散关系为  $(\omega_i - k_i U)^2 = gk_i \tanh(k_i h)$ 。

的方差为  $\sigma^2$ , 表面波能量为  $E = \overline{\eta^2}$ 。在随后讨论中,

我们选取参数  $C = \frac{\bar{\eta}}{\sqrt{E}}$ ,  $E = \overline{\eta^2}$ ,  $\lambda_3$  (偏度) 和  $\lambda_4$  (峰度) 作为波面位移统计特征量,研究不同风速、水深、反波龄和不同均匀背景流条件下波面的特征和变化规律。

根据以上波面位移二阶表达式,选取 JONSWAP 谱的修正形式 Combi 谱<sup>[12]</sup>,谱的最大频率取为谱峰频率的 10 倍,模拟定点波面位移。Combi 谱的形式为

速下降法,但是此种方法计算量大,因此在  $U = 0$  时采用 Hunt<sup>[13]</sup>提出的近似公式:

$$k = \frac{1}{h} \sqrt{x^4 + \frac{x^2}{1 + \sum_{\beta=1}^6 d_{\beta} x^{2\beta}}} \quad (9)$$

其中,  $x = \omega h / \sqrt{gh}$ ,  $d_1 = 0.6$ ,  $d_2 = 0.35$ ,  $d_3 = 0.1608465608$ ,  $d_4 = 0.0632098765$ ,  $d_5 = 0.0217540484$ ,  $d_6 = 0.0065407983$ 。

同时,由于随机相位  $\varepsilon_i$  会对单次模拟的波面位移产生影响,这里采用重复模拟多次波面位移,对其进

行多次平均, 以达到消除随机位相  $\varepsilon_i$  影响的目的。

## 2 波面位移随风速、水深、反波龄和均匀背景流的变化

### 2.1 二阶非线性项的特征

首先考虑波面位移中二阶非线性项的特征, 采用公式(7)表示的 Combi 谱, 这里选取风速为 5 m/s, 水深为 5 m, 反波龄为 0.833 3, 在忽略背景流场的条件下, 分别模拟线性项波面位移的时间序列和总的波面位移的时间序列, 其相应波面位移的概率密度分布见图 1。

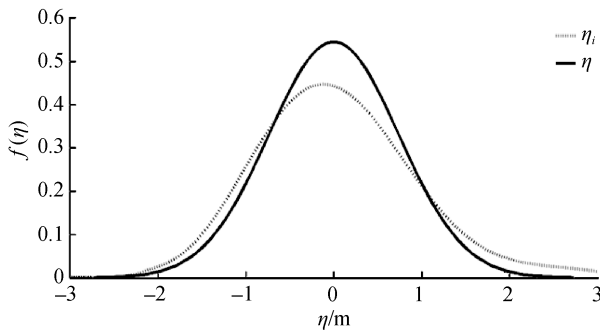


图 1 风速 5 m/s, 水深 5 m, 反波龄为 0.833 3, 忽略背景流场的条件下, 定点波面位移的概率密度分布

Fig.1 The probability density functions of wave surface elevation for wind speed at 5 m/s, water depth at 5 m, an inverse wave age of 0.8333, and no background current

根据图 1, 二阶非线性项使得总的波面位移分布偏离于线性波面位移所满足的正态分布, 与正

态分布相比, 波面位移分布范围变大, 最大概率密度值降低且对应的波面位移值降低, 产生大的波面位移的概率增加, 且波峰对应波面位移大于波谷处的波面位移, 使得波面概率分布具有明显的非对称特征。

### 2.2 波面位移概率密度分布随风速和水深的变化

为了能够更好地了解二阶非线性项对波面位移统计分布的影响, 我们引入无量纲波面位移  $\xi = (\eta - \bar{\eta}) / \sigma$ , 可以得到  $\xi$  的平均值为 0, 标准偏差为 1。同时得到归一化的波面位移概率密度分布  $P(\xi)$  与波面位移的概率密度分布  $f(\eta)$  满足关系式  $P(\xi) = \sigma f(\sigma\xi + \bar{\eta})$ 。

通常情况下  $P(\xi)$  偏离高斯分布, 这些差异通常用偏度  $\lambda_3 = \overline{\xi^3}$  和峰度  $\lambda_4 = \overline{\xi^4} - 3$  来表示<sup>[14]</sup>。偏度  $\lambda_3$  是一个表征波面位移垂向不对称性的统计量,  $\lambda_4$  表示波面位移分布相对于标准分布的峰度。

首先考虑完全发展的海况, 即  $\Omega = 0.833 3$ , 并且忽略背景流场, 此时波面位移的状态只和风速和水深有关。这里我们只考虑弱非线性条件, 选取风速  $U_{10} \leq 10$  m/s 和水深  $h \geq 5$  m 的情况, 其不同风速和水深条件下参数  $C$ 、 $E$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  的值见表 1。对 10 m 风速  $U_{10} = 5$  m/s、 $U_{10} = 7.5$  m/s 和  $U_{10} = 10$  m/s, 线性波面位移所对应的波浪能量  $E_1$  的值分别为 0.034 5 m<sup>2</sup>、0.172 2 m<sup>2</sup> 和 0.543 3 m<sup>2</sup>。

表 1 不同风速和水深下参数  $C$ 、 $E$ 、 $\lambda_3$ 、 $\lambda_4$  的值

Tab.1 Values of  $C$ ,  $E$ ,  $\lambda_3$ , and  $\lambda_4$  for various wind speeds  $U_{10}$  and water depths  $h$

$h$ (m)	$C(\times 10^{-4})$			$E(\text{m}^2)$			$\lambda_3$			$\lambda_4$		
	5 m/s	7.5m/s	10 m/s	5 m/s	7.5m/s	10 m/s	5 m/s	7.5m/s	10 m/s	5 m/s	7.5m/s	10 m/s
5	-45	201	-405	0.035 9	0.196 2	0.897 7	0.164 6	0.345 1	1.24 3	0.017 3	0.033 9	0.265 1
7.5	-19	-127	-295	0.035 6	0.182 3	0.661 3	0.148 8	0.274 4	0.504 2	0.008 4	0.019 3	0.087 8
10	-8	-66	-173	0.035 5	0.179	0.603 1	0.144 8	0.162 8	0.288 9	0.004 8	0.008 2	0.044 9
20	-4	-14	-81	0.035 5	0.177 9	0.564 4	0.144 8	0.144 9	0.165 2	0.004 4	0.004 8	0.021 3
100	-3.1	-2.0	-11	0.035 5	0.177 4	0.561 0	0.144 8	0.144 5	0.143 5	0.005 6	0.007 8	0.008 9
1000	-2.8	-1.8	-2.9	0.035 5	0.177 4	0.560 5	0.144 8	0.144 5	0.143 6	0.002 5	0.005 0	0.007 8

由表 1 可以看出, 参数  $C$ 、 $E$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  在不同风速下随水深的变化趋势相同。在此, 我们只选取风速为 10 m/s 的情况进行讨论。当水深取为 1 000 m 时, 波面偏移量  $C \approx 0$ , 峰度  $\lambda_4 \approx 0$ , 说明在无限水深条件下波面位移分布相对于正态分布的峰度相同

并且平均值为 0, 但是能量  $E = 0.560 5$  m<sup>2</sup>,  $E_1 = 0.543 3$  m<sup>2</sup>,  $E \neq E_1$ , 并且偏度  $\lambda_3$  趋近于常数 0.144, 说明即使在深水中, 波面位移关于平均水平面垂向分布存在不对称性, 非线性效应也不能完全忽略, 二阶非线性项引起的能量和偏度变化依然存在。当

水深从 1000 m 变浅至 5 m 时, 波面偏移量  $C$  的绝对值由 0 增大到 0.040 5, 能量  $E$  由 0.560 5  $m^2$  增大到 0.897 7  $m^2$ , 偏度  $\lambda_3$  由 0.143 6 增加到 1.243, 峰度  $\lambda_4$  由 0.007 8 增大到 0.265 1, 并且随着风速的减小, 以上统计量增加的速率变小, 说明随着水深变浅, 波浪变陡, 二阶非线性相互作用增强, 使得平均波面位移逐渐降低, 二阶能量所占总能量的比率增大, 波面位移关于平均水平面垂向分布不对称性加剧, 无量纲波面概率密度分布峰度增大。不同水深下波面位移的概率密度分布见图 2, 为了清楚起见, 这里只给出了  $h=5$  m, 7.5 m 和 100 m 三种情况下波面位移的概率密度分布。

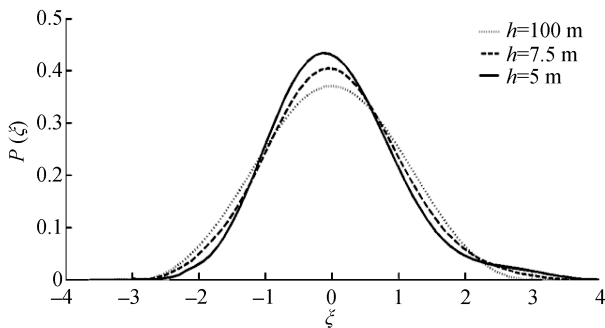


图2 风速 5 m/s, 反波龄为 0.833 3, 忽略背景流场的条件下, 不同水深下波面位移的概率密度分布

Fig.2 The probability density functions of wave surface elevation for various water depths, wind speed at 5 m/s, an inverse wave age of 0.8333, and no background current

同理, 选取水深为 5 m 的情况下讨论不同风速对波面位移的影响。当风速为 5 m/s 时, 波面偏移量  $C=-0.004$  5, 能量  $E=0.035$  9  $m^2$ ,  $E_1=0.034$  5  $m^2$ , 偏度  $\lambda_3=0.164$  6, 峰度  $\lambda_4=0.017$  3。当风速由 5 m/s 增至 10 m/s 时, 波面偏移量  $C$  的绝对值由 0.004 5 增大到 0.040 5, 能量  $E$  由 0.035 9  $m^2$  增大到 0.897 7  $m^2$ ,  $E_1$  由 0.034 5  $m^2$  增大到 0.543 3  $m^2$ ,  $E_1/E$  的比率减小, 偏度  $\lambda_3$  由 0.143 6 增加到 1.243, 峰度  $\lambda_4$  由 0.017 3 增大到 0.265 1, 说明随着风速增大, 波浪吸收风的能量增加, 导致二阶非线性波波相互作用加强, 使得平均波面位移逐渐降低, 二阶能量所占总能量的比率增大, 波面位移关于平均水平面垂向分布不对称性加剧, 无量纲波面概率密度分布相对峰度增大。不同风速下波面位移的概率密度分布如图 3。

### 2.3 波面位移随反波龄的变化

选取风速  $U_{10}=10$  m/s 和水深  $h=5$  m, 且忽略

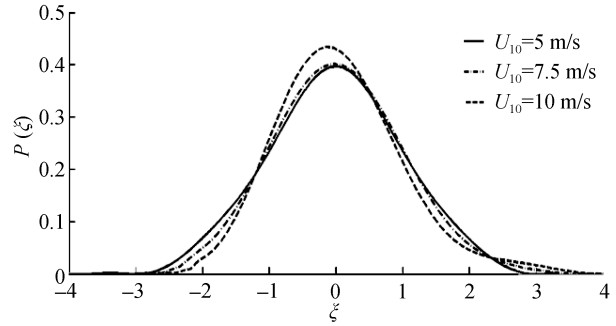


图3 水深 5 m, 反波龄为 0.833 3, 忽略背景流场的条件下, 不同风速下波面位移的概率密度分布

Fig.3 The probability density functions of wave surface elevation for various wind speeds, water depth at 5 m, an inverse wave age of 0.8333, and no background current

背景流场, 计算得到的不同反波龄条件下参数  $C$ 、 $E$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  的值见表 2。当反波龄  $\Omega=0.833$  3 时, 波面偏移量  $C=-0.040$  5, 能量  $E=0.897$  7  $m^2$ ,  $E_1=0.543$  3  $m^2$ , 偏度  $\lambda_3=1.243$  0, 峰度  $\lambda_4=0.265$  1。当反波龄  $\Omega$  由 0.833 3 增加到 5 时, 波面偏移量  $C$  的绝对值由 0.040 5 减小到 0.000 5, 能量  $E$  由 0.897 7  $m^2$  减小到 0.001 3  $m^2$ ,  $E_1$  由 0.543 3  $m^2$  减小到 0.001 2  $m^2$ ,  $E_1/E$  的比率增大, 偏度  $\lambda_3$  由 1.243 0 减小到 0.143 0, 峰度  $\lambda_4$  由 0.265 1 减小到 0.005 9, 说明随着反波龄增大, 二阶非线性项的作用减弱, 使得平均波面位移逐渐回复到静止水面状态, 二阶能量所占总能量的比率减小, 波面位移关于平均水平面垂向分布趋向对称, 无量纲波面概率密度分布相对峰度降低。不同反波龄下波面位移的概率密度分布见图 4, 为了清楚起见, 这里只给出了  $\Omega=0.833$  3,  $\Omega=1$  和  $\Omega=5$  三种情况下波面位移的概率密度分布。

### 2.4 均匀背景流对波面位移随的影响

选取风速  $U_{10}=10$  m/s, 水深  $h=5$  m 和反波龄  $\Omega=0.833$  3, 这里假定均匀背景流与风速同向或逆向, 计算得到的不同均匀背景流速(流速为正值时代表风和流同向, 流速为负值时代表风和流逆向)条件下的参数  $C$ 、 $E$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  值见表 3。当忽略背景流时, 所得到的波面偏移量  $C=-0.040$  5, 能量  $E=0.897$  7  $m^2$ ,  $E_1=0.543$  3  $m^2$ , 偏度  $\lambda_3=1.243$  0, 峰度  $\lambda_4=0.265$  1, 当风和流方向相同且流速从 0 增加至 0.4 m/s 时, 波面偏移量  $C$  的绝对值由 0.040 5 增大到 0.043 8, 能量  $E$  由 0.897 7  $m^2$  减小到 0.739 5  $m^2$ ,

表 2 不同反波龄下参数  $C$ 、 $E$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  的值

Tab.2 Values of  $C$ ,  $E$ ,  $E_1$ ,  $\lambda_3$ , and  $\lambda_4$  for various inverse wave ages

	$C$	$E(\text{m}^2)$	$E_1(\text{m}^2)$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
0.8333	-0.40 5	0.897 7	0.543 3	1.243 0	0.265 1
1	-0.027 0	0.341 2	0.273 7	0.396 0	0.065 4
1.5	-0.007 0	0.082 7	0.078 1	0.217 3	0.012 9
3	-0.001 3	0.007 5	0.007 3	0.173 6	0.007 9
5	-0.000 5	0.001 3	0.001 2	0.143 0	0.005 9

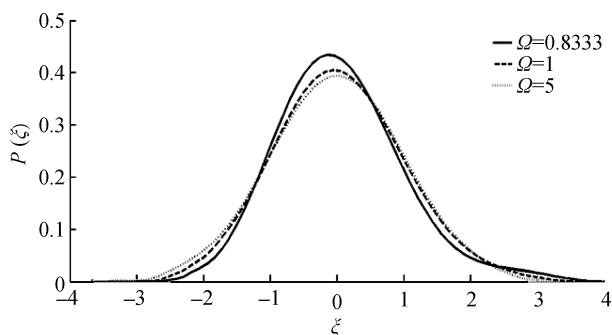


图 4 风速 5 m/s, 水深 5 m, 忽略背景流场的条件下, 不同反波龄下波面位移的概率密度分布

Fig.4 The probability density functions of wave surface elevation for various inverse wave ages, wind speed at 5 m/s, water depth at 5 m, and no background current

$E_1$  由 0.543 3  $\text{m}^2$  减小到 0.481 8  $\text{m}^2$ ,  $E_1/E$  的比率增大, 偏度  $\lambda_3$  由 1.243 0 减小到 0.306 4, 峰度  $\lambda_4$  由 0.265 1 减小到 0.027 1, 这表明当背景流存在且与风

速相同时, 随着流速的增大, 使得波浪吸收能量的能力减弱, 二阶非线性项的作用变弱, 平均波面位移逐渐降低, 二阶能量所占总能量的比率减小, 波面位移关于平均水平面垂向分布趋向对称, 峰度降低。当风和流的方向相反时, 当流速从 0 变为 -0.4 m/s 时, 波面偏移量  $C$  的绝对值由 0.040 5 减小到 0.018 2, 能量  $E$  由 0.897 7  $\text{m}^2$  增加到 1.407 4  $\text{m}^2$ ,  $E_1$  由 0.543 3  $\text{m}^2$  增加到 0.620 7  $\text{m}^2$ ,  $E_1/E$  的比率减小, 偏度  $\lambda_3$  由 1.243 0 增大到 1.801 7, 峰度  $\lambda_4$  由 0.265 1 增大到 0.290 2, 这表明当背景流存在且与风速相反时, 随着流速的增大, 使得波浪吸收能量的能力增加, 二阶非线性项的作用变强, 平均波面位移逐渐趋于零, 二阶能量所占总能量的比率增大, 波面位移关于平均水平面垂向分布不对称性加剧, 峰度增大。不同背景流速下波面位移的概率密度分布如下图 5, 为了清楚起见, 这里只给出了  $U=0.4$  m/s,  $U=0$  m/s 和  $U=-0.4$  m/s 三种情况下波面位移的概率密度分布。

表 3 不同均匀背景流速下参数  $C$ 、 $E$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  的值

Tab.3 Values of  $C$ ,  $E$ ,  $E_1$ ,  $\lambda_3$ , and  $\lambda_4$  for various steady and uniform current speeds  $U$

$U(\text{m/s})$	$C$	$E(\text{m}^2)$	$E_1(\text{m}^2)$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
0.4	-0.043 8	0.739 5	0.481 8	0.306 4	0.027 1
0.2	-0.041 3	0.818 4	0.513 1	0.586 3	0.129 9
0	-0.040	0.897 7	0.543 3	1.243 0	0.265 1
-0.2	-0.034 3	1.056 1	0.578 2	1.415 5	0.272 0
-0.4	-0.018 2	1.407 4	0.620 7	1.801 7	0.290 2

### 3 结论与讨论

本文基于 Longuet-Higgins 非线性海浪模型<sup>[8]</sup>, 在有限水深且存在均匀背景流场的条件下, 根据 Song(2006)<sup>[9]</sup> 导出的波面位移二阶表达式, 采用 Combi 谱<sup>[12]</sup> 模拟和计算了定点波面位移线性项和二阶项时间序列及其相应的波面位移概率密度分布, 通过在不同风速、水深、反波龄和均匀背景流速条件下对其特征量  $C$ 、 $E$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  的分析, 得到

以下结论。

1) 二阶非线性项使得波面位移分布偏离于线性波面位移所满足的正态分布, 与正态分布相比, 波面位移分布范围变大, 最大概率密度值降低且对应的波面位移值降低, 产生大的波面位移的概率增加, 且波峰对应波面位移大于波谷处的波面位移, 使得波面概率分布具有明显的非对称特征。

2) 波面位移的状态受风速、水深、反波龄和均匀背景流共同作用。即使在深水中, 二阶非线性项引

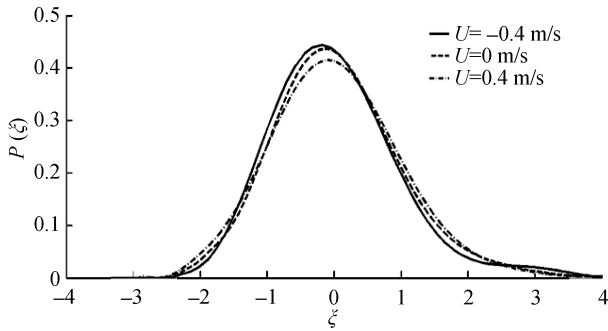


图5 风速 5 m/s, 水深 5 m, 反波龄为 0.833 3, 不同均匀背景流速下波面位移的概率密度分布

Fig.5 The probability density functions of wave surface elevation for various steady and uniform current speeds, wind speed at 5 m/s, water depth at 5 m, and an inverse wave age of 0.8333

起的能量和偏度变化依然存在, 它使得波面位移关于平均水平面垂向分布不对称, 波的能量增加, 导致非线性效应不能忽略。风速增大、水深降低、反波龄减小或者均匀背景流和风速方向相反均使得二阶能量所占总能量的比率增大, 二阶非线性项的作用加强, 无因次波面位移概率密度分布的偏度和峰度随之增大。反之, 二阶能量所占总能量的比率减小, 二阶非线性项的作用减弱, 无因次波面位移概率密度分布的偏度和峰度随之减小。

3) 当均匀背景流和风速相同时, 虽然非线性项的作用加强, 但平均波面位移反而比平均水平面降低, 当均匀背景流和风速相反时, 虽然非线性作用增强, 但平均波面位移反而趋于平均水平面。

#### 参考文献:

- [1] 邹建武, 祝明波, 董巍. 海浪建模方法综述 [J]. 舰船电子工程, 2010, 30(11): 10-14.  
 [2] 文圣常, 余宙文. 海浪理论与计算原理 [M]. 北京: 科

学出版社, 1984: 276-305.

- [3] Bitner E M. Non-linear effects of the statistical model of shallow-water wind waves [J]. Applied Ocean Research, 1980, 2: 63-73.  
 [4] Thompson E F. Shallow water surface wave elevation distributions [J]. Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division, 1980, 106: 285-289.  
 [5] Huang N E, Long S R. Experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1980, 101: 179-200.  
 [6] Hudspeth R T, Chen M C. Digital simulation of nonlinear random waves [J]. Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division, 1979, 105: 67-85.  
 [7] Hu S L J, Zhao D. Non-Gaussian properties of second-order random waves [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1993, 119: 344-364.  
 [8] Longuet-Higgins M S. The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1963, 17: 459-480.  
 [9] Song J B. Probability distribution of random wave-current forces [J]. Ocean Engineering, 2006, 33: 2435-2453.  
 [10] Sharma J N, Dean R G. Second order directional wave kinematics in shallow water [C]//Orville T, Magoon J, Michael H. Ocean Wave Measurement and Analysis. New York: American Society of Civil Engineers, 1994: 165-179.  
 [11] Forristall G Z. Wave crest distributions: observations and second-order theory [J]. Journal of Physical Oceanography, 2000, 30: 1931-1943.  
 [12] Babanin A V, Tsagareli K N, Young I R, et al. Numerical investigation of spectral evolution of wind waves. Part II: dissipation term and evolution tests [J]. Journal of Physical Oceanography, 2010, 40: 667-683.  
 [13] Hunt J N. Direct solution of wave dispersion equation [J]. Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division, 1979, 105: 457-459.  
 [14] Song J B, Hou Y J, He Y J, et al. Statistical distribution of wave-surface elevation for second-order random directional ocean waves in finite water depth [J]. Coastal Engineering, 2002, 46: 51-60.

# Numerical study on the nonlinear behaviors of wave surface elevation

HAN Xiao-peng<sup>1, 2</sup>, SONG Jin-bao<sup>1</sup>

(1. Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Received:** Mar., 5, 2013

**Key words:** wave surface elevation; second-order nonlinear; statistical distribution

**Abstract:** Based on a previously published nonlinear wave-surface model, we have calculated the time series of wave-surface elevations and their statistical distribution with Combi wave spectra under conditions of a steady background current in a finite water depth. This is in accordance with the second-order expression of wave-surface elevation. We also analyzed the changing characteristics of the wave-surface elevation distribution by wind speed, water depth, inverse wave age, and steady background current. The effects made by second-order nonlinearity on the wave-surface elevation distribution under various ocean conditions have also been discussed in this article. According to our analyses, second-order nonlinearity leads to a non-Gaussian distribution of wave-surface elevation. Indeed, second-order nonlinearity is affected by wind speed, water depth, inverse wave age, and a steady background current. Increasing the wind speed and inverse wave age, decreasing the water depth, or when the steady background current is against the wind direction, the effect of second-order nonlinearity will increase. This, leads to an increase of the skewness and kurtosis of the dimensionless wave-surface elevation distribution, however, the effect of the second-order nonlinearity will decrease. When the steady background current spreads in the same direction as the wind, although the effect of second-order nonlinearity decreases, the average wave-surface elevation is lower than the static water surface. When the steady background current is against the wind, although the effect of second-order nonlinearity increases, the average wave-surface elevation is inclined to the static water-surface. In conclusion, second-order nonlinearity has significant effects on wave-surface elevation, and it is necessary to add second-order nonlinearity to numerical simulations of wave-surface elevation. According to the analyses mentioned above, since the wave-surface is the most basic characteristic of an ocean wave, the addition of second-order nonlinearity will improve the numerical accuracy of wave-surface and ocean wave stimulations. This, will improve forecast accuracy, making significant differences in ocean engineering, air-sea interactions, and the dynamics of the upper ocean.

(本文编辑: 刘珊珊)