

# 水下机器人-机械臂系统的滑模自抗扰控制

李小岗<sup>1</sup>, 王红都<sup>1</sup>, 黎明<sup>1</sup>, 刘鑫<sup>2</sup>

(1. 中国海洋大学 工程学院, 山东 青岛 266100; 2. 四川警学院 侦查系, 四川 泸州 646000)

**摘要:** 针对水下机器人机械臂系统的强耦合、强非线性、复杂海洋多源干扰等因素影响, 提出了滑模自抗扰控制器, 将复杂系统模型转变为简单的积分串联系统, 将内部参数不确定性、测量误差、建模误差和海洋多源干扰等扰动归结为总扰动, 并采用线性扩张观测器对其进行估计并抵消。利用滑模控制器提高系统对参数摄动的不敏感性, 增强控制系统的抗干扰性能, 通过李雅普诺夫理论分析了控制系统的有界稳定性。仿真结果表明滑模自抗扰与传统滑模控制和自抗扰控制相比, 能使水下机器人机械臂实现更好的轨迹跟踪, 且系统具有更好的抗干扰能力。

**关键词:** 水下机器人-机械臂系统; 自抗扰控制; 线性扩张状态观测器; 变结构滑模控制

**中图分类号:** TP13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-3096(2020)09-0130-09

**DOI:** 10.11759/hyxx20190821002

水下机器人-机械臂系统(Underwater Vehicle-Manipulator System, UVMS)模型具有高度非线性、强耦合、水动力学参数变化等特点, 且其在作业过程受到复杂海洋多源干扰的作用, 这些都会严重影响UVMS的操作和定位精度等指标<sup>[1]</sup>。因此, 有必要设计具有干扰抑制与补偿能力的复合控制器, 以达到预期的抗扰等性能指标要求。

目前, UVMS 已经有了较为成熟的建模与控制方法<sup>[2-4]</sup>。Fossen<sup>[2]</sup>采用牛顿-欧拉公式建立了UVMS的模型, Tarn<sup>[3]</sup>提出了一种新的基于欧拉-朗格朗日方程和牛顿-欧拉公式的模型建立公式。这两种经典的建模方法为基于模型的控制奠定了基础。Mahesh<sup>[4]</sup>研究了UVMS的协调控制, 将水下机器人和机械臂系统的相互影响进行了系统性的阐述。随着对控制精度要求的提高, 需要开发更加高效、精确的控制系统, 在此基础上许多学者提出了众多新的控制方法<sup>[5]</sup>。Huang<sup>[6]</sup>结合干扰观测器, 提出了基于模型的自适应控制; 针对UVMS的动态不确定性和时变外部扰动, Dai<sup>[7]</sup>将扩张卡尔曼滤波器引入补偿系统, 将基于模型的力矩控制器与 $H_\infty$ 鲁棒补偿跟踪控制器结合设计了间接自适应控制器; Londhe<sup>[8]</sup>将单输入模糊控制器应用于UVMS的轨迹跟踪问题; Wang<sup>[9]</sup>采用离散延迟估计来处理未知的水动力干扰, 并针对UVMS的闭环系统进行了分析。Huang<sup>[10]</sup>将运动学和动力学控制器相结合, 设计了基于动态模型的自适应控制器, 提高了UVMS操纵轨迹的精确性。这些方法都能达到较好的控制效果, 但是需要模

型精确已知或者模型过于复杂。

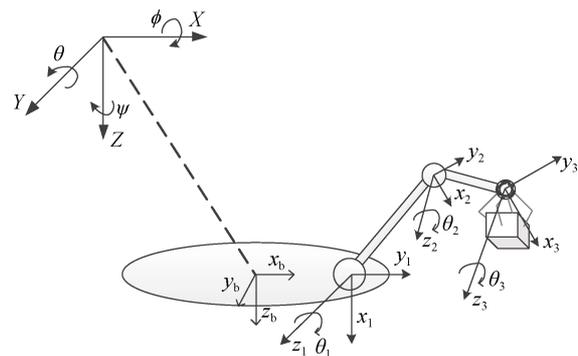


图1 UVMS的动态模型示意图

Fig. 1 Schematic of the dynamic model of UVMS

韩京清<sup>[11]</sup>借鉴PID控制不依赖于模型的优点, 提出了自抗扰控制技术(Active Disturbance Rejection Control, ADRC)。其核心思想是将系统的内部不确定性与外部扰动集总为“广义总扰动”, 引入了非线性扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)对其

收稿日期: 2019-08-21; 修回日期: 2020-02-20

基金项目: 河南省水下智能装备重点实验室开放基金资助项目(KL02A1802); 中央高校基本科研业务费专项(201964012); 国家自然科学基金资助项目(61603361)

[Foundation: Henan Key Laboratory of Underwater Intelligence Equipment, No. KL02A1802; Fundamental Research Funds for the Central Universities, No. 201964012; National Natural Science Foundations of China, No. 61603361]

作者简介: 李小岗(1993-), 男, 四川成都人, 硕士研究生, 主要从事抗干扰控制、水下机器人研究, E-mail: xgang.li.cn@gmail.com; 王红都, 通信作者, E-mail: wanghongdu505@163.com; wanghongdu@ouc.edu.cn

进行估计; 并且在外部信号输入端加入跟踪微分器 (Tracker Differential, TD) 对输入信号安排过渡过程, 使得自抗扰控制具有快速的响应过程和良好的抗干扰能力<sup>[12-14]</sup>。但是其参数难以整定, 且非线性函数难以工业化的难点在很大程度上限制其工业应用。为了解决以上难点, Gao 等<sup>[15]</sup>用基于带宽的思想提出了线性自抗扰控制器, 采用 PD 控制器替换原来的非线性误差反馈, 并将 PD 控制器和线性扩张状态观测器 (Linear Extended State Observer, LESO) 的参数与其带宽联系起来, 提出了结构相对精简的线性自抗扰控制器 (Linear Active Disturbance Rejection Controller, LADRC), 该控制器极大减少了需要调节的参数。因此, LADRC 技术为具有多输入多输出的 AUVMS 高精度控制设计带来了可能。

本文针对 UVMS, 将复杂系统模型转变为简单的积分串联系统, 利用 LESO 可对包括建模误差、耦合、内外部干扰、海洋多源干扰在内的集总干扰进行估计并补偿, 引入滑模控制器 (Sliding Mode Control, SMC) 增加系统的鲁棒性, 建立了滑模自抗扰控制器 (Sliding Mode Active Disturbance Rejection Control, SM-ADRC), 考虑用简单的控制结构解决 UVMS 的复杂控制问题, 最后仿真结果证明了该方法的有效性。首先建立了 UVMS 的动力学模型, 将 UVMS 分成  $6+n$  个子系统, 针对每一个子系统, 将内部不确定性、外部干扰和其他子系统的耦合影响集总为总扰动, 设计 LESO 进行估计, 再利用估计误差建立滑模面, 给出 UVMS 的 SM-ADRC 设计方法, 并进行 Lyapunov 稳定性分析。在此基础上得到 UVMS 的 SM-ADRC 设计方法, 并给出仿真结果, 与传统 LADRC 与 SMC 的控制结果进行对比分析。

## 1 UVMS 动力学分析

### 1.1 UVMS 的动力学模型

作者将整个 UVMS 系统视为刚体, 根据 Fossen<sup>[2]</sup> 的建模方法建立如下 UVMS 动力学模型:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(q, \dot{q}) = \tau_c + \tau_d \quad (1)$$

式中向量  $q = [X, Y, Z, \phi, \theta, \Psi, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$  由船体的位置  $[X, Y, Z]^T$ , 航向角  $[\phi, \theta, \Psi]^T$ , 机械臂关节角度向量  $[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$  ( $n$  为机械臂关节个数, 本文选取  $n=3$ ), 因此系统总自由度为水下机器人本体的 6 个自由度和机械臂关节的自由度之和, 即  $6+n$ 。斜对称正定矩阵  $M(q)$  是包括附加质量的系统质量矩阵, 为,

$C(q, \dot{q})\dot{q}$  表示包括附加质量的科氏力和向心力部分<sup>[15]</sup>,  $D(q, \dot{q})\dot{q}$  表示水动力阻尼部分,  $G(q)$  表示船体的浮力与重力之间的总和作用,  $F(q, \dot{q})$  表示系统中水下机器人与机械臂相对运动间的耦合影响,  $\tau_c$  是整个系统的控制输入,  $\tau_d$  为难以测量的未知扰动。根据 UVMS 的固有特征, 系统(1)中的系数矩阵有以下特性<sup>[16-19]</sup>:

$$\begin{cases} M(q) = M^T(q), M(q) > 0, \forall q \in R^{6+n} \\ s^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})]s = 0, \forall s \in R^{6+n}, \forall q \in R^{6+n} \\ D(q, \dot{q}) > 0, \forall q \in R^{6+n} \end{cases} \quad (2)$$

定义  $\dot{M}(q)$  和  $\dot{C}(q, \dot{q})$  分别是  $M(q)$  和  $C(q, \dot{q})$  的估计, 并考虑到估计误差:

$$\begin{cases} \hat{M}(q) = M(q) + \Delta M(q) \\ \hat{C}(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) + \Delta C(q, \dot{q}) \end{cases} \quad (3)$$

则系统(1)可改写为:

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} = \tau_c + f \quad (4)$$

式中  $f$  为建模误差, 参数不确定性, 水动力阻尼影响和未知干扰等的总和, 即:

$$f = \tau_d - \Delta M(q)\ddot{q} - \Delta C(q, \dot{q})\dot{q} - D(q, \dot{q})\dot{q} - F(q, \dot{q}) - G(q) \quad (5)$$

且,  $\hat{M}(q)$  和  $\hat{C}(q, \dot{q})$  可有与  $M(q)$  和  $C(q, \dot{q})$  相同的特性,

$$\begin{cases} \hat{M}(q) = \hat{M}^T(q), \hat{M}(q) > 0, \forall q \in R^{6+n} \\ s^T [\dot{\hat{M}}(q) - 2\hat{C}(q, \dot{q})]s = 0, \forall s \in R^{6+n}, \forall q \in R^{6+n} \end{cases} \quad (6)$$

定义系统维数为  $m = 6+n$ , 因此系统模型(4)可展开为:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \vdots \\ \ddot{y}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \vdots \\ \dot{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中系数矩阵  $[a_{ii}]_{m \times m} = \hat{M}(q)$  和  $[c_{ii}]_{m \times m} = \hat{C}(q, \dot{q})$ ,  $y$  为系统输出向量,  $u = \tau_c$  为系统控制输入向量,  $f$  为总扰动向量。

图 1 给出 UVMS 的动态模型示意图, 定义图中坐标轴  $I_c(X, Y, Z)$  为惯性坐标系,  $I_b(x_b, y_b, z_b)$  为机身坐标系,  $I_i(x_i, y_i, z_i), i=1, 2, \dots, n$  为机械臂关节自身坐标系, 其中  $n$  为机械臂关节个数, 本文只考虑机械臂关节绕  $Z$  轴旋转。

## 1.2 水动力参数分析

假设 UVMS 的构成为圆柱体, 则其在水下所受的黏性曳力动力学模型为<sup>[20]</sup>:

$$F_{\text{drag}} = \frac{1}{2} \rho C_d (Rn) A(\alpha) v_r |v_r| \quad (8)$$

式中  $v_r$  为被控对象与洋流的相对速度,  $\rho$  为水密度(海水密度为 1.02~1.07),  $D_s$  为线性表面摩擦系数,  $D_s v_r$  即为线性表面摩擦力。 $A(\alpha)$  为被示性曲面前部的投影横截面积,  $\alpha$  为冲角。 $\alpha(v_r^3)$  为阶数大于等于三阶的高阶相, 通常可忽略。 $C_d(Rn, \alpha)$  为曳引系数, 由雷诺数  $Rn$  决定。而雷诺系数可以由以下公式求得:

$$Rn = \frac{\rho |v_c| d}{\mu} \quad (9)$$

式中  $d$  是垂直于流体速度  $v_b$  方向的物体的特征长度,  $\mu$  为流体黏性系数。

升力垂直于流动方向。对于水下运动物体, 它们可以被建模为<sup>[20]</sup>:

$$F_{\text{lift}} = \frac{1}{2} \rho v_r^2 A(\alpha) C_l (Rn, \alpha) \quad (10)$$

式中  $C_l$  为升力系数, 由雷诺系数与冲角决定。表 1 给出了圆柱体雷诺数函数的升力系数与曳力系数。

表 1 UVMS 的升曳系数

Tab. 1 Drag force and lift force of the UVMS

雷诺数	流态	$C_d$	$C_l$
$Rn < 2 \cdot 10^5$	亚临界流	1	[3, 0.6]
$2 \cdot 10^5 < Rn < 5 \cdot 10^5$	临界流	[1, 0.4]	0.6
$5 \cdot 10^5 < Rn < 3 \cdot 10^6$	跨临界流	0.4	0.6

当刚体在重力作用下浸入流体中时, 必须考虑两个主要的力: 重力和浮力。后者是唯一的流体静力学效应, 它不是机身和液体之间相对运动的函数。

定义如下向量:

$$\mathbf{g}^l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.81 \end{bmatrix} m/s^2 \quad (11)$$

为重力加速度向量,  $V$  为机身的体积,  $m$  为质量。则物体浮重为  $W = m \|\mathbf{g}^l\|$ , 所受浮力为  $B = \rho V \|\mathbf{g}^l\|$ 。作用在机身的重心  $r_C^B = [x_G, y_G, z_G]$  的重力在机身坐标系可表示为:

$$\mathbf{f}_G(\mathbf{R}_t) = -\mathbf{R}_t^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中  $\mathbf{R}_t$  为转移矩阵, 作用于浮心  $r_B^B = [x_B, y_B, z_B]$  的浮力在机身坐标系可表示为:

$$\mathbf{f}_B(\mathbf{R}_t) = -\mathbf{R}_t^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (13)$$

因此在机身坐标系内的重力和浮力作用下的力/力矩矢量可表示为:

$$\mathbf{g}_{RB}(\mathbf{R}_t) = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_G(\mathbf{R}_t) + \mathbf{f}_B(\mathbf{R}_t) \\ r_C^B \times \mathbf{f}_G(\mathbf{R}_t) + r_B^B \times \mathbf{f}_B(\mathbf{R}_t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

由于假设重力作用在刚体上是一致的, 所以质心和重心是重合的。

用欧拉角可以将  $\mathbf{g}_{RB}$  表示为:

$$\mathbf{g}_{RB}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ (z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中  $s(\cdot)$  和  $c(\cdot)$  表示正弦与余弦函数。

当一个刚体在流体中运动时, 必须考虑围绕着它的流体的附加惯性, 也就是由于流体的运动而加速的惯性。这种效应在工业机器人中可以忽略, 因为空气的密度比移动机械系统的密度轻得多。然而在水下时水下机器人的密度相比, 水的密度  $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ 。在 0 度时净水密度为  $1002.68 \text{ kg/m}^3$ ; 含盐量为 3.5% 的海水密度为  $1028.48 \text{ kg/m}^3$ 。

当物体具有一定速度地通过流体时, 在物体的支撑下, 周围的流体也会加速。因此, 会产生方向相反的力施加在物体上, 即附加质量力, 它可以由为一个  $6 \times 6$  的矩阵表示。由于附加质量是物体表面几何形状的函数, 所以对于刚体的  $6 \times 6$  惯性矩阵, 其性质各不相同。例如惯性矩阵不一定是正定的。

以沿  $x_b$  方向的线性加速度所产生的水动力为例, 定义:

$$X_A = -X_{ii} \dot{u} \quad (16)$$

式中:

$$X_{ii} = \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \quad (17)$$

同样地, 可定义所有与 6 个力/力矩分量  $[X, Y, Z, K, M, N]^T$  和 6 个线性/角加速度相关的其余元素, 这些元素可以被分组到附加的质量矩阵  $\mathbf{M}_A$  中。对于完全浸入水中的物体则有  $\mathbf{M}_A > 0$ , 并且对于理想液体(无杂物), 物体移速较慢且无海浪或洋流时有<sup>[21]</sup>:

$$M_A = M_A^T > 0 \quad (18)$$

附加质量也增加了科氏力和向心力, 可以用矩阵表示为:

$$C_A(q, \dot{q}) = -C_A^T(q, \dot{q}), \forall q \in R^6 \quad (19)$$

物体完全浸入水中, 运动速度较低, 且具有水下航行器常见的 3 个对称面, 则可以考虑以下矩阵  $M_A$  和  $C_A$  的结构:

$$M_A = -\text{diag}\{X_{\ddot{u}}, Y_{\ddot{v}}, Z_{\ddot{w}}, K_{\ddot{p}}, M_{\ddot{q}}, N_{\ddot{r}}\} \quad (20)$$

$$C_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中  $[u, v, w]$  与  $[p, q, r]$  分别对应船体的位置  $[X, Y, Z]$  与航向角  $[\phi, \theta, \Psi]$  方向上的速度。

对于质量为  $m$ , 长度为  $L$ , 截面半径为  $r$  的圆柱形刚体, 其附加质量系数可选取为:

$$\begin{cases} X_{\ddot{u}} = -0.1m \\ Y_{\ddot{v}} = -\pi\rho r^2 L \\ Z_{\ddot{w}} = -\pi\rho r^2 L \\ K_{\ddot{p}} = 0 \\ M_{\ddot{q}} = -\frac{1}{12}\pi\rho r^2 L^3 \\ N_{\ddot{r}} = -\frac{1}{12}\pi\rho r^2 L \end{cases} \quad (22)$$

在[20]中可以找到关于圆柱在流体中运动的附加质量效应的详细的理论和实验讨论, 它表明附加质量矩阵是状态相关的, 它的系数是圆柱运动距离的函数。

流体的黏度也会对物体产生耗散阻力和升力, 即为式(1)中的  $D(q, \dot{q})\dot{q}$  项。一种常见的简化方法是只考虑线性和二次阻尼项, 并将这些项组合成一个矩阵  $D(q, \dot{q})$ , 并有:

$$D(q, \dot{q}) > 0, \forall q \in R \quad (23)$$

这个矩阵的系数也被认为是常数。对于完全浸入水中的物体, 可以做以下进一步的假设

$$D(q, \dot{q}) = -\text{diag}\{X_{u|u}, Y_{v|v}, Z_{w|w}, K_{p|p}, M_{q|q}, N_{r|r}\} - \text{diag}\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\} \quad (24)$$

需要注意的是当假定阻尼矩阵为对角结构时就意味着忽略耦合耗散项。

## 2 滑模自抗扰控制器

系统(7)是一个高维不确定系统。为了方便进行控制设计, 根据其具体维数将 UVMS 分成  $m$  个子系统, 针对每一个子系统, 将建模误差, 外部干扰和其他子系统的耦合影响等集总为总扰动, 设计 LESO 进行估计, 再利用估计误差建立滑模面, 构造滑模控制器。在此基础上得到针对整个 UVMS 的 SM-ADRC 设计方法。

### 2.1 线性扩张观测器

以系统(7)中的第一个子系统为例:

$$a_{11}\ddot{y}_1 + \dots + a_{1m}\ddot{y}_m + c_{11}\dot{y}_1 + \dots + c_{1m}\dot{y}_m = u_1 + f_1 \quad (25)$$

再对其进行移项可得:

$$\ddot{y}_1 = -\frac{a_{12}\ddot{y}_2 + \dots + a_{1m}\ddot{y}_m + c_{11}\dot{y}_1 + \dots + c_{1m}\dot{y}_m + f_1}{a_{11}} + \frac{1}{a_{11}}u_1 \quad (26)$$

定义

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{a_{12}\ddot{y}_2 + \dots + a_{1m}\ddot{y}_m + c_{11}\dot{y}_1 + \dots + c_{1m}\dot{y}_m + f_1}{a_{11}} \\ b_1 = \frac{1}{a_{11}} \end{cases} \quad (27)$$

式中为  $\xi_1$  子系统(25)的广义总扰动, 包含了内部的不确定性和外部未知干扰, 假设其未知但有界。则系统(26)可重新写作:

$$\ddot{y}_1 = b_1 u_1 + \xi_1 \quad (28)$$

现将总扰动  $\xi_1$  扩展为系统的状态变量  $x_3 = \xi_1$ , 同时假设其微分有界, 并定义  $\dot{x}_3 = w$ , 则可以列出所对应的二阶系统的状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = x_1 \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_1 u_1 \\ \dot{x}_3 = w \end{cases} \quad (29)$$

其矩阵形式为:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ef \\ y = Cx \end{cases} \quad (30)$$

基于状态方程(29)可以建立如下观测器:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - y_1 \\ \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - l_2 e_1 + b_1 u_1 \\ \dot{z}_3 = -l_3 e_1 \end{cases} \quad (31)$$

式中  $l_1, l_2, l_3$  为观测器增益, 加入扩张状态量的观测

器(31)称为 LESO。若观测器增益选为:

$$[l_1 \ l_2 \ l_3] = [\beta_1 \omega_{10} \ \beta_2 \omega_{10}^2 \ \beta_3 \omega_{10}^3] \quad (32)$$

可使得  $s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3$  满足 Hurwitz 条件。而且可以通过改变  $\beta$  来调整特征根的位置<sup>[13]</sup>, 如将其配置于  $s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3 = (s + \omega_{10})^3$ , 则有:

$$\beta_1 = 3\omega_{10}, \beta_2 = 3\omega_{10}^2, \beta_3 = \omega_{10}^3 \quad (33)$$

式中  $\omega_{10}$  为第一个子系统的 LESO 的观测器带宽。

## 2.2 LESO 收敛性及估计误差分析

将(31)中观测器增益取为(33)中对应值, 在做拉氏变换, 可以求得状态变量的估计值  $z_1, z_2, z_3$  的传递函数:

$$\begin{cases} Z_1(s) = \frac{3\omega_{10}s^2 + 3\omega_{10}^2s + \omega_{10}^3}{(s + \omega_{10})^3} Y_1(s) + \frac{b_1s}{(s + \omega_{10})^3} U_1(s) \\ Z_2(s) = \frac{(3\omega_{10}s^2 + \omega_{10}^3)s}{(s + \omega_{10})^3} Y_1(s) + \frac{b_1(s + 3\omega_{10})s}{(s + \omega_{10})^3} U_1(s) \\ Z_3(s) = \frac{\omega_{10}^3s^2}{(s + \omega_{10})^3} Y_1(s) + \frac{b_1\omega_{10}^3}{(s + \omega_{10})^3} U_1(s) \end{cases} \quad (34)$$

定义观测器跟踪误差为:

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - y_1 \\ e_2 = z_2 - \dot{y}_1 \\ e_3 = z_3 - \ddot{\xi}_1 \end{cases} \quad (35)$$

又由式(29)知:

$$\ddot{\xi}_1 = x_3 = \dot{x}_2 - b_1 u_1 = \ddot{y}_1 - b_1 u_1 \quad (36)$$

因此可以解出误差的传递函数:

$$\begin{cases} E_1(s) = \frac{s^3}{(s + \omega_{10})^3} Y_1(s) + \frac{s}{(s + \omega_{10})^3} b_1 U_1(s) \\ E_2(s) = -\frac{(s + 3\omega_{10})s^3}{(s + \omega_{10})^3} Y_1(s) + \frac{s}{(s + \omega_{10})^3} b_1 U_1(s) \\ E_3(s) = -\left[1 - \frac{\omega_{10}^3}{(s + \omega_{10})^3}\right] s^3 Y_1(s) + \left[1 - \frac{\omega_{10}^3}{(s + \omega_{10})^3}\right] b_1 U_1(s) \end{cases} \quad (37)$$

一般性地将式(37)中输入输出  $Y_1(s), U_1(s)$  取为幅值为  $K$  的阶跃信号即  $Y_1(s) = K/s, U_1(s) = K/s$  来对系统的稳态进行分析, 则可求得稳态误差为:

$$\begin{cases} E_{ss1}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sE_1(s) = 0 \\ E_{ss2}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sE_2(s) = 0 \\ E_{ss3}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sE_3(s) = 0 \end{cases} \quad (38)$$

再考虑 LESO 的估计误差的动态特性。由(30)和(31)可得 LESO 对系统(9)的跟踪误差方程:

$$\dot{e} = (A - LC)e + E\xi_1 \quad (39)$$

假设作用于此系统的扰动有界, 定义式(39)的状态转移为<sup>[22]</sup>:

$$\begin{cases} e_1 = \omega_0^{-2} \eta_1 \\ e_2 = \omega_0^{-1} \eta_2 \\ e_3 = \eta_3 \end{cases} \quad (40)$$

式(40)亦可写作:

$$e = A \cdot \eta \quad (41)$$

其中,  $e = [e_1, e_2, e_3]^T, \eta = [\eta_1, \eta_2, \eta_3]^T, A = \text{diag}[\omega_0^{-2}, \omega_0^{-1}, 1]^T$ 。

将(41)代入(39)可得:

$$\frac{1}{\omega_0} \dot{\eta} = A_0 \eta + \frac{1}{\omega_0} E \xi_1 \quad (42)$$

其中:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

通过 2.1 节的配置已使得  $A_0$  的特征值均具有负实部:

$$\lambda_i \{A_0\} = -1 < 0, i = 1, 2, 3 \quad (44)$$

因此由式(42)不难得出当  $\omega_{10}$  增大时总扰动项  $\xi_1$  的影响会随之减小, 且 LESO 的跟踪误差逐渐减小。

## 2.3 子系统的滑模变结构控制器

**引理 1**<sup>[23]</sup> 对于  $V: [0, \infty) \in R$  不等式:

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) + \gamma(t), \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (45)$$

的解为:

$$V(t) \leq e^{-\alpha(t-t_0)} V(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-\tau)} \gamma(\tau) d\tau \quad (46)$$

同样以 UVMS 的第一个子系统为例, 并基于上节所述的总扰动项有:

$$\ddot{y}_1 = b_1 u + \xi_1 \quad (47)$$

定义系统期望输出为  $y_{1d}$ , 且假设  $y_{1d}$  有界。

LESO 估计误差为:  $\hat{e} = \hat{y}_1 - y_{1d}$ , 定义滑模面为:

$$s = c\hat{e} + \dot{\hat{e}} \quad (48)$$

式中  $c > 0$ 。

基于 LESO(31)可建立如下滑模控制器:

$$u = \frac{-ks + \ddot{y}_{1d} - c\dot{\hat{e}} - \hat{\xi}_1}{b_1} \quad (49)$$

式中  $\hat{\xi}_1$  为 LESO 对总扰动的估计。

针对系统(47), 选择自抗扰滑模控制器(48)、(49)中的参数  $k > 1/2$ , 则其闭环系统的跟踪误差将收敛至某邻域, 且其收敛速度与 LESO 的参数  $\omega_0$  和  $k$  有关。

**证明:**

引入 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (50)$$

由已知可得:

$$\dot{s} = c\dot{\hat{e}} + \ddot{\hat{e}} = c\dot{\hat{e}} + \ddot{y}_1 - \ddot{y}_{1d} = c\dot{\hat{e}} + b_1 u + \xi_1 - \ddot{y}_{1d} + \hat{e}_2 \quad (51)$$

式中  $\hat{e}_2 = \hat{y}_1 - y_1$  为 LESO 对输出  $y_1$  的估计误差。

则有:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(c\dot{\hat{e}} + b_1 u + \xi_1 - \ddot{y}_{1d} + \hat{e}_2) \quad (52)$$

将式(49)代入(52)有:

$$\dot{V} = s(c\dot{\hat{e}} + \ddot{y}_{1d} - \ddot{y}_{1d} - k\hat{s} - c\dot{\hat{e}} + \xi_1 - \hat{\xi}_1 + \hat{e}_2) \quad (53)$$

化简可得:

$$\dot{V} = -k \cdot s^2 + s(\xi_1 - \hat{\xi}_1 + \hat{e}_2) \quad (54)$$

可知(54)中  $\xi_1 - \hat{\xi}_1 + \hat{e}_2$  由 LESO 的跟踪误差决定,

取  $\Delta_{\max} \geq |\xi_1 - \hat{\xi}_1 + \hat{e}_2|$ , 由不等式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  可得:

$$\dot{V} \leq -k \cdot s^2 + \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \Delta_{\max}^2 = -(2k-1)V + \frac{1}{2} \Delta_{\max}^2 \quad (55)$$

由引理 1 可解得:

$$\begin{aligned} V(t) &\leq e^{-\alpha(t-t_0)} V(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-\tau)} \gamma(\tau) d\tau = \\ &e^{-(2k-1)(t-t_0)} V(t_0) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t e^{-(2k-1)(t-\tau)} d\tau = \\ &e^{-(2k-1)(t-t_0)} V(t_0) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t e^{-(2k-1)(t-\tau)} d[-(2k-1)(t-\tau)] = \\ &e^{-(2k-1)(t-t_0)} V(t_0) + \frac{1}{2(2k-1)} \zeta_1^2 (1 - e^{-(2k-1)(t-t_0)}) \end{aligned} \quad (56)$$

取  $k > 1/2$ , 则有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{1}{2(2k-1)} \Delta_{\max}^2 \quad (57)$$

由于  $V(t) = s^2 > 0$ , 所以当  $t \rightarrow \infty$  有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{1}{2(2k-1)} \Delta_{\max}^2 \quad (58)$$

可以看到当 LESO 对扰动的跟踪误差逼近于 0,  $k$  足够大时:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = 0 \quad (59)$$

因此当  $k > 1/2$  时跟踪误差  $\hat{e}$  逐渐收敛到邻域  $D = \{e | |s| \leq \varphi\}$  且其收敛速度取决于 LESO 增益  $\omega_0$  和滑模控制器增益  $k$ 。

由以上可知系统的稳定性与收敛速度由滑模参数  $k$  和观测器参数  $\omega_0$  决定。其余子系统的控制器及其稳定性可由同样的方法建立与验证。

### 2.4 微分跟踪器设计

考虑当输入信号为非光滑信号时, 避免出现数

字计算中的高频振荡, 和为状态变量的提取安排过渡过程, 采用积分链式微分器提取输入信号的微分, 通过每层的积分环节对扰动进行抑制。该有限时间收敛二阶微分器(TD)为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r \operatorname{sgn} \left( x_1 - v_0(t) + \frac{x_2 |x_2|}{2r} \right) \end{cases} \quad (60)$$

式中  $v_0(t)$  为输入信号, 状态量  $x_1$  在加速度的限制  $|\ddot{x}| \leq r$  之下, 能快速的跟踪输入信号  $v_0(t)$ , 且  $r$  越大, 其跟踪速度越快, 同样当  $x_1$  充分的接近  $v_0(t)$  时, 另一状态量  $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$  可作为输入信号的近似微分。

### 2.5 UVMS 的 SM-ADRC 设计

综上, 完整的滑模自抗扰控制结构图由图 2 给出, 图中  $y_{d1}$  与  $y_{d2}$  分别为参考输入的跟踪信号与其微分信号。其他 8 个子系统可以以同样的方法建立控制器, 针对 AUVMS 的完整 SM-ADRC 的结构图如图 3 所示。

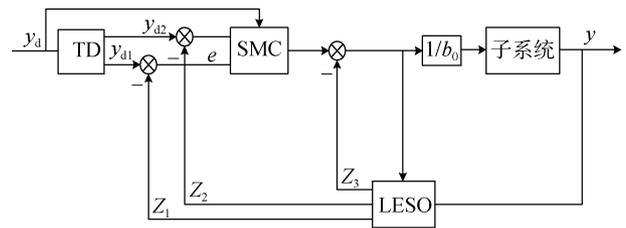


图 2 SM-ADRC 结构图  
Fig. 2 Structure of SM-ADRC

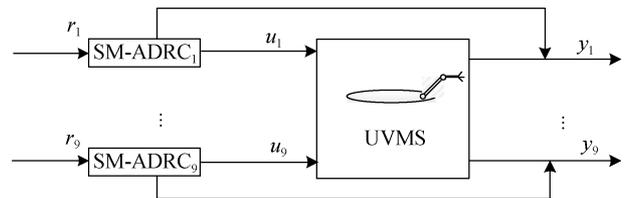


图 3 UVMS 的 SM-ADRC 结构图  
Fig. 3 Frame of SM-ADRC for UVMS

## 3 仿真结果与分析

基于 UVMS 的工作特点, 在本节对带有两连杆 (连接关节  $n=3$ ) 的 UVMS 的航行轨迹, 机械臂旋转轨迹进行跟踪实验, 测验控制器对 UVMS 的航向角切换频率要求。并且将实验结果与传统滑模控制, 自抗扰控制进行对比。

在仿真实验中, 9 个子系统的 LESO 的参数分别为  $\omega_0 = [150, 80, 135, 420, 556, 894, 240, 779, 368]$ 。微

分跟踪器参数  $r$  均在集合 [20, 30] 取值，滑模控制器中参数  $c$  在集合 [2, 3] 中取值，参数  $k=[45, 36, 22, 44, 59, 71, 46, 59, 88]$  对应每个子系统。定义 UVMS 的初始位置为原点，即  $[X, Y, Z]=[0, 0, 0]$ 。为了验证控制器对位置的快速变化的跟踪能力，将 UVMS 的机械臂关节角度在 0 到 5 秒内期望角度变化轨迹设定为：

$$\begin{cases} X = (t^2 - 4.87t + 1)\sin(3t) \\ Y = (t^2 - 4.87t + 1)\sin(4t) \\ Z = (t^2 - 4.87t + 1)\sin(7t) \end{cases} \quad (61)$$

并同时考虑 UVMS 的位置快速变化时的跟踪效果和航向角变化状态。为了使仿真效果尽可能的接近水下环境，作者将外部干扰设计为一阶高斯-马尔科夫模型来模拟洋流的运动学特征。其表达式如下：

$$\begin{cases} \dot{v}_c = -\varepsilon_v v_c + \omega_v \\ \dot{\alpha}_c = -\varepsilon_\alpha \alpha_c + \omega_\alpha \\ \dot{\beta}_c = -\varepsilon_\beta \beta_c + \omega_\beta \end{cases} \quad (62)$$

式中  $v_c$  为设定的洋流速度， $\alpha_c$  和  $\beta_c$  为洋流的运动方向， $\varepsilon_c$ 、 $\varepsilon_\alpha$  和  $\varepsilon_\beta$  为较小的正实数， $\omega_v$ 、 $\omega_\alpha$  和  $\omega_\beta$  分别为不同频率的高斯白噪声。

在图 4 和图 5 中可以看到，滑模自抗扰控制器可以很好地避免传统滑模控制的抖振现象，实现更精确的跟踪轨迹，并且在位置陡然变化时能较传统线性自抗扰控制器和滑模控制器更快的跟踪位置变化，有更平稳快速的响应过程，图 5 中  $[E_x, E_y, E_z]$  分别指代对 UVMS 的位置  $[X, Y, Z]$  的跟踪误差。在图 6 中可以看到 3 个控制器都能跟踪机械臂的摆动角度轨迹进行但在图 7 中， $[E_{\theta_1}, E_{\theta_2}, E_{\theta_3}]$  分别对应在各个控制器的控制下关节角的跟踪误差，从中可以看出，机械臂关节角度轨迹跟踪结果显示滑模自抗扰控制器能更快更精准地跟踪机械臂摆动的轨迹，在不同工况(机械臂不同的摆动频率)下均能达到非常好的轨迹跟踪效果，跟踪误差小于 LADRC 与 SMC，显示了 SM-ADRC 优良的鲁棒性。为了公平地验证所设计的控制的控制效果，在仿真中 3 个控制器的所产生的控制输入在图 8 给出，控制输入的消耗在一定程度上可以反映控制对能量的消耗，如电机的耗电量。在图 8 中可以看到与传统滑模控制与 LADRC 相比，要达到图 4~图 7 的控制效果，文中所设计的 SM-ADRC 所许需的控制输入量是最少的，这说明了 SM-ADRC 可以依靠更小的能量消耗而达到更好的控制效果，具有更高的工业化的能力。

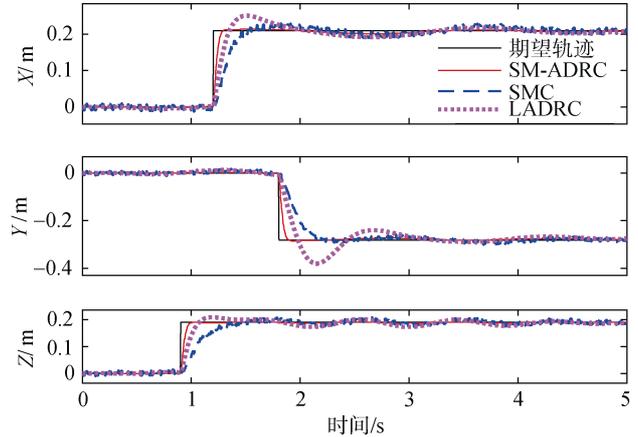


图 4 UVMS 位置变化轨迹

Fig. 4 Trajectory of UVMS's position

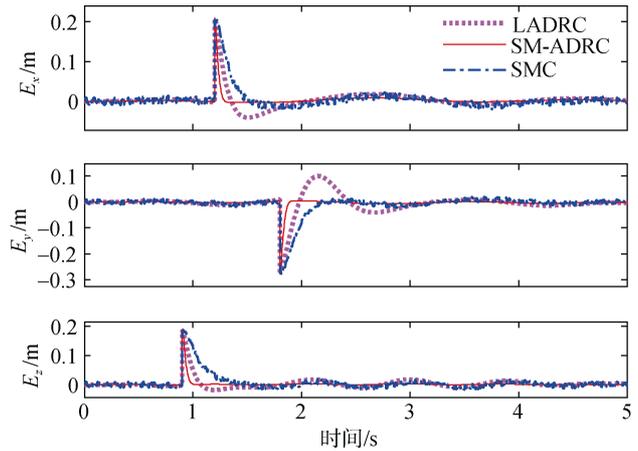


图 5 UVMS 位置跟踪误差

Fig. 5 Error in the UVMS's position tracking

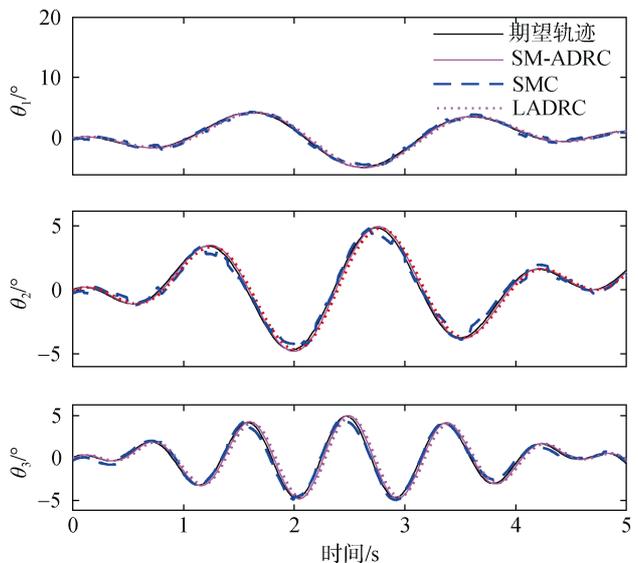


图 6 机械臂关节角度轨迹跟踪结果

Fig. 6 Angular trajectory tracking of manipulators

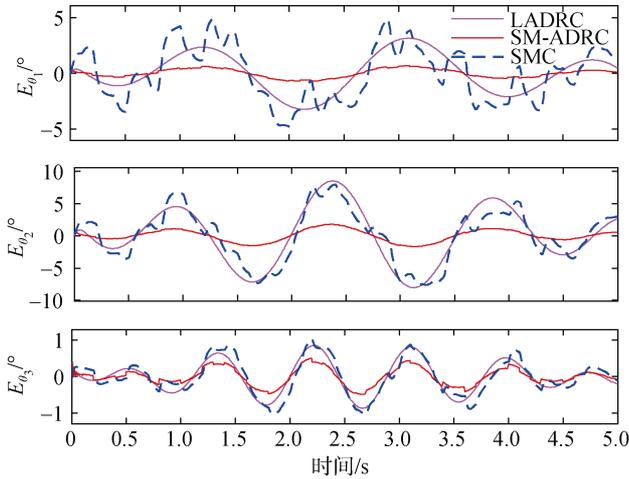


图 7 UVMS 机械臂期望关节角轨迹的跟踪误差

Fig. 7 Error in tracking the UVMS manipulator angular Trajectory

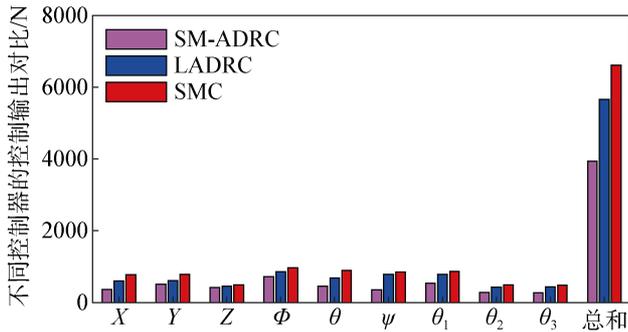


图 8 不同控制器的控制输出对比

Fig. 8 Comparison of the control outputs of three controllers

## 4 结论

作者提出的滑模自抗扰控制器具有良好的响应过程，并通过线性扩张观测器对扰动的实时估计，很大程度上消除了传统滑模控制器的抖振现象。通过滑模控制器代替传统线性自抗扰控制器中的 PD 控制器，在系统输入信号快速切换时能保持整个系统的稳定，并且控制过程中的超调现象大幅度减小，此外，作者所设计的控制器与传统滑模控制器和线性自抗扰控制器相比能用更少的控制量达到更好的控制效果，这在一定程度上保证了所设计的控制器的可进行实际工业化。最后通过仿真实验验证了提出的控制器有效性。

### 参考文献:

[1] Li X G, Wang H D, Li M, et al. Linear active disturbance rejection controller design for underwater vehicle manipulators with 2-links[C]//Proceedings of 2018 Chinese Automation Congress (CAC). Xi'an: IEEE, 2018: 875-880.

[2] Fossen T I. Guidance and control of ocean vehicles[J]. Automatica, 1996, 32(8): 1235.

[3] Tarn T J, Shoults G A, Yang S P. Underwater robots[M]. US: Springer, 1996: 36-54.

[4] Mahesh H, Yuh J, Lakshmi R. A coordinated control of an underwater vehicle and robotic manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 1991, 8(3): 339-370.

[5] Lee M, Choi H S. A robust neural controller for underwater robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2000, 11(6): 1465.

[6] Huang H, Zhang G C, Li J Y, et al. Model based adaptive control and disturbance compensation for underwater vehicles[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 31(1): 19.

[7] Dai Y, Yu S. Design of an indirect adaptive controller for the trajectory tracking of UVMS[J]. Ocean Engineering, 2018, 151: 234-245.

[8] Londhe P S, Santhakumar M, Patre B M, et al. Task space control of an autonomous underwater vehicle manipulator system by robust single-input fuzzy logic control scheme[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2017, 42(1): 13-28.

[9] Wang Y, Jiang S, Chen B, et al. Trajectory tracking control of underwater vehicle-manipulator system using discrete time delay estimation[J]. IEEE Access, 2017, 5: 7435-7443.

[10] Huang H, Tang Q, Li H, et al. Vehicle-manipulator system dynamic modeling and control for underwater autonomous manipulation[J]. Multibody System Dynamics, 2016, 41: 125-147.

[11] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19-23.  
Han Jingqing. Auto disturbances rejection controller and it's applications[J]. Control and Descision, 1998, 13(1): 19-23.

[12] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88.  
Han Jingqing. The "extended state observer" of a class of uncertain systems[J]. Control and Descision, 1995, 10(1): 85-88.

[13] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪——微分器[J]. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177-183.  
Han Jingqing, Wang Wei. Nonlinear tracking-differentiator. System Science and Mathematics[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 1994, 14(2): 177-183.

[14] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.

[15] Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning[C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference, Denver, CO, USA: IEEE, 2003: 4989-4996.

- [16] Huang Y, Xue W. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis[J]. *Isa Transactions*, 2014, 53(4): 963-976.
- [17] Kim D, Choi H S, Kim J Y, et al. Trajectory generation and sliding mode controller design of an underwater vehicle manipulator system with redundancy[J]. *International Journal of Precision Engineering & Manufacturing*, 2015, 16(7): 1561-1570.
- [18] Simetti E, Casalino G. Manipulation and transportation with cooperative underwater vehicle manipulator systems[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2016, 99: 1-18.
- [19] Esfahani H N, Azimirad V, Danesh M. A time delay controller included terminal sliding mode and fuzzy gain tuning for underwater vehicle-manipulator systems[J]. *Ocean Engineering*, 2015, 107: 97-107.
- [20] Indiveri G. Modelling and identification of underwater robotic systems[M]. Genova: PComput Sci, 1998.
- [21] Newman J N. Marine hydrodynamics[M]. Cambridge: PMIT Press, 1977.
- [22] Shao S, Gao Z. On the conditions of exponential stability in active disturbance rejection control based on singular perturbation analysis[J]. *International Journal of Control*, 2016, 90(10): 2085-2097.
- [23] Ioannous P A, Sun J. Robust adaptive control[M]. Englewood: Prentice-Hal 1, Inc. 1995.

## Sliding mode active disturbance rejection control of underwater vehicle-manipulator system

LI Xiao-gang<sup>1</sup>, WANG Hong-du<sup>1</sup>, LI Ming<sup>1</sup>, LIU Xin<sup>2</sup>

(1. Ocean University of China, College of Engineering, Qingdao 266100, China; 2. Sichuan Police College, Department of Investigation, Luzhou, Sichuan 646000, China)

**Received:** Aug. 21, 2019

**Key words:** underwater vehicle manipulator system; active disturbance rejection control; linear extended state observer; sliding mode control

**Abstract:** To improve the control performance of underwater vehicle-manipulator systems (UVMSs), a sliding mode active disturbance rejection controller (SM-ADRC) is proposed wfor dealing with issues of the strong coupling, nonlinearity, and complex multi-source marine environment interference of UVMSs. The internal parameter uncertainties, measurement error, modeling error, and ocean current disturbance are regarded as the total disturbances, and the linear extended state observer is designed to estimate and attenuate this disturbance. Moreover, in this case, the complex system model is transformed into a simple integrated series system. Considering that the sliding mode controller (SMC) is insensitive to parameter perturbation, the SMC is incorporated into the control system to enhance the anti-disturbance performance of the whole system, and the stability of the control system is analyzed using the Lyapunov theory. The simulation results show that compared with the conventional SMC and linear active disturbance rejection controller, the UVMS with SMADRC schemes can achieve better trajectory tracking and anti-disturbance ability.

(本文编辑: 谭雪静)