



波高频率计算的探讨*

高文达

(广东省航运规划设计院)

本文指出了皮尔逊三型分布用于波高频率分析计算所存在的缺点; 论述了应用极值一型分布原理计算沿海港湾工程设计的波高频率; 提出了新的特大值处理方法。

用皮尔逊三型分布计算港湾工程的波高频率分布有下列主要缺点:

第一, 皮尔逊三型分布有均值、 C_v 和 C_s 三个参数。我国大多数测站只有十几年波高连续观测资料, 每年选取一个最大波高, 则系列内只有十几个数据。用这样短的系列计算波高的均值及 C_v 的误差还不至于很大, 但 C_s 的误差则很大, 必须具有一百项以上的资料才能较准确地算出 C_s 。在 C_s 不能准确算出的情况下, 就根据实测波高的经验频率分布假定一个 C_s 值, 然后推求“理论”频率分布。不仅 C_s 可以人为地假定, 而且当使用各个假定的 C_s 值所推算出的“理论”分布与经验分布拟合不好时, 还可以改动 C_v 值。因此, 用皮尔逊三型分布受主观因素影响颇大。

第二, 当 $C_s \geq 6C_v$ 时, 一般来说, 小频率部分的“理论”值与经验值配合还可以, 但从整体来说, “理论”分布与经验分布拟合较差。在实际应用时, 宁可取较大的 C_s 值。这是因为在工程上主要是用小频率部分的波高, 而不是从波高所服从的分布考虑。显然, 这是不合理的。

第三, 对皮尔逊三型分布的分析表明: 当 $C_s < 2C_v$ 时, 波高会出现负值, 这与波高的性质不符合⁽¹⁾。

由此看来, 以皮尔逊三型分布来推算波高频率分布是不适宜的。不同的海区, 产生较大波浪的主要天气系统不同, 波高的频率分布就不同。我们对连续观测在16年以上、质量较好的东海、南海9个站的测波资料分析发现, 把年最大波高经过对数转换后所组成的系列, 比较接近极值一型分布。

1. 极值一型分布在波高频率分布的应用

当随机变量的原始分布属指数型时, 极值一型分布如下式^(1,2):

$$G(x) = 1 - \exp(-e^{-y}), \quad -\infty < y < \infty, \quad (1)$$
$$Y = \alpha(x - u)$$

变量 x 在 $(-\infty, \infty)$ 变化, 而实际的波高是有上限的, 对于某一个指定地点不会超过极限波高 H_k , 波高的最低值不可能低于零, 即实际波高只在 $(0, H_k)$ 内变化。所以 (1) 式不能直接用于计算波高的频率分布。令

$$x = \ln \frac{H}{H_k - H} \quad (2)$$

* 本文所述的波高是指波列累积率为 1% 的波高, 以“米”为计算单位。波高频率分布是指某一特定波列累积率波高的长期 (以年计) 统计分布规律。

式中, H表示波高; 当H在(0, H_k)内变化时, x便在(-∞, ∞)内变化。经过(2)式转换后实际上是用极值一型分布计算x的频率分布。某一地点的极限波高是可以确定的^[3]。我国沿海港口的水深, 极大部分不超过20米, 用文献[3]的方法很容易求出极限波高, 因此引入极限波高是适宜的。对极个别水深很大的港口, 要从水文、物理、气象、地理各方面因素分析, 以求出极限波高。

对于波浪, 可以使一年为一个样本, 每日取一个波高, 共有365个。根据实测资料分析, 每日的波浪大多数是互相独立的。并且一年内的波高经过(2)式转换为x后, 所构成的原始分布是服从指数分布的。每年取一个最大的x值, 便构成极值系列。

(1)式的α, u用实测资料确定, 将α, u表示为x, y的矩的函数, 可得:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sigma_n}{S_x} \quad (3)$$

$$\hat{u} = \bar{x} - \frac{\bar{Y}_n}{\hat{\alpha}} \quad (4)$$

$$Y = \hat{\alpha} (x - \hat{u}) \quad (5)$$

(1)式的α, u是从总体计算得到的。实际上, 只能从样本计算, 因此得到的是近似值, 所以, 将α, u记为 $\hat{\alpha}$, \hat{u} 。 \bar{x} 是样本均值, S_x是样本均方差。 \bar{Y}_n , σ_n是项数n的函数^[2]。

2. 适合度检验

将上述九个站的波高通过(2)式转换后, 用柯尔莫哥洛夫适合度检验法作了检验^[4,5], 结果如表1。

表1 柯尔莫哥洛夫检验结果

站号	n	D _n	λ = D _n √n	P(λ)	1 - P(λ)
1	12	0.081	0.28	0.00000	0.99999
2	18	0.064	0.27	0.00000	0.99999
3	16	0.110	0.44	0.00973	0.99027
4	19	0.082	0.36	0.00051	0.99949
5	16	0.082	0.33	0.00009	0.99991
6	17	0.083	0.34	0.00017	0.99983
7	17	0.139	0.57	0.09865	0.90135
8	17	0.054	0.22	0.00000	0.99999
9	16	0.083	0.33	0.00009	0.99991

检验结果表明, 通过(2)式转换后得到的x系列比较符合极值一型分布。图1, 图2亦可说明这点。可见, 各站的x在包维尔机率格纸上的分布接近直线^[1]。

图1为1—5站, 图2为6—9站, 不同的线段表示不同的站, 横坐标为X; 纵坐标为频率P, 以百分比表示。

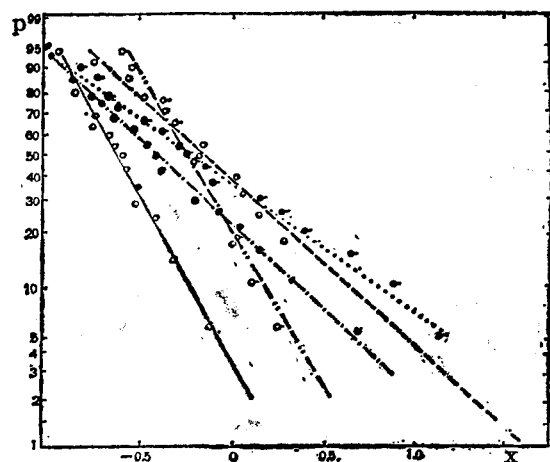


图1 1—○, 2—●, 3—○, 4—●, 5—○

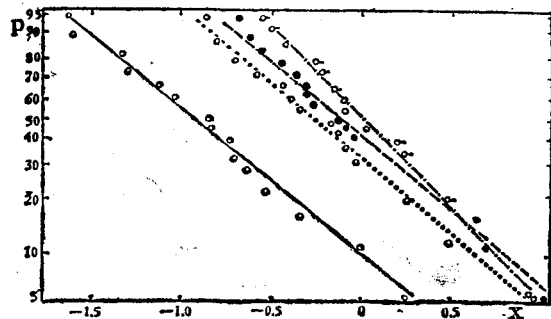


图2 6—○, 7—●, 8—○, 9—○

3. 用相关分析法计算 \hat{a} , \hat{u}

可用(3), (4)式计算 \hat{a} , \hat{u} , 也可以用相关分析的方法计算。年最大波高系列按大小顺序排列并用(2)式转换为x系列后, 第i个x记为 x_i , 其经验频率为

$$P_i = \frac{i}{n+1}$$

因为x系列服从极值一型分布, 可令

$$P_i = \frac{i}{n+1} = 1 - \exp(-e^{-Y_i}), \quad i=1, 2 \dots n$$

n是系列的项数, Y_i 是与 P_i 相应的, 可由 P_i 查极值分布的反函数表^[7]得到, 或由下式求得:

$$Y_i = -\ln \left[-\ln \left(1 - \frac{i}{n+1} \right) \right], \quad i=1, 2 \dots n \quad (6)$$

这样, 每一 P_i 值与一对 X_i, Y_i 相对应, 令

$$Y = ax + b^* \quad (7)$$

用相关分析方法, 求出系数a, b。比较(5), (7)式, 可得:

$$a = \hat{a} \quad (8)$$

$$b = -\hat{a} \hat{u} \quad (9)$$

计算(5)式的 \hat{a} , \hat{u} 与计算(7)式的a, b, 实质上是一样的。但是作特大值处理或有缺项的计算时, 就只能用相关分析方法。

三

过去中外学者所提出的特大值处理方法, 一般是根据特大值及其重现期修正 C_v 及均值或均方差^[1,6]。本文提出如下的新的特大值处理方法:

第一, 在n年的年最大波高之内, 包括一个特大值 H_N , 其重现期确定为N年, 特大值的经验频率为:

$$P_N = \frac{1}{N+1}$$

非特大项的经验频率仍按

$$P_i = \frac{i}{n+1} \quad (i=2, 3 \dots n)$$

原来排第二项的经验频率仍为:

$$P_2 = \frac{2}{n+1}$$

其余各项类推。

第二, 在n年的年最大波高之内, 包括两个特大值 H_{N_1}, H_{N_2} , 其重现期确定为 N_1, N_2 年。特大项的经验频率为:

$$P_{N_1} = \frac{1}{N_1+1}$$

* 为使符号不致混淆起见, 规定在变数右下角附以足标i的表示观测值, 或从观测值通过(2), (6)式算出的值, 如 H_i, x_i, Y_i 。要不附足标i的变数, 则为回归线上的坐标值及其通过(2)式反算出来的值, 或指定的值。

$$P_{N_2} = \frac{1}{N_2 + 1}$$

非特大项的经验频率按

$$P_i = \frac{i}{n+1} \quad (i=3, 4 \dots n)$$

原来排第三项的经验频率仍为:

$$P_3 = \frac{3}{n+1}$$

其余各项类推。

如在n年的年最大波高之内, 包括三个以上特大值, 处理方法可类推。

第三, 在n年的年最大波高之外, 调查到一个历史上出现过的特大值 H_N (两个以上类推), 其重现期确定为N年, 特大值的经验频率为:

$$P_N = \frac{1}{N+1}$$

n个非特大项的经验频率仍按

$$P_i = \frac{i}{n+1} \quad (i=1, 2 \dots n)$$

在系列内的特大值或在系列外调查到的特大值, 仍按(2)式计算x, 并记为 x_N , 令

$$P_N = \frac{1}{N+1} = 1 - \exp(-e^{-Y_N})$$

得:

$$Y_N = \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{N+1} \right) \right] \quad (10)$$

可按文献(7)或(10)式求得 Y_N 。求得相对应的 x_N, Y_N 后, 可将之加入到确定(7)式的系数a, b的相关计算中。

当特大值为两个以上时, 则对应的 $x_{N_1}, Y_{N_1}; x_{N_2}, Y_{N_2}; \dots$ 的求法完全类似。

这种特大值处理方法的特点是不必作任何假定^[1], 而只是根据一个水文量是与一定的频率相联系这样的事实。这种方法是使特大值与它的频率相适应。这样能使理论上求得的频率分布更切合实际。

特大值处理实例: 第一测波站1967—1978年的年最大波高共12项, 按大小顺序排列。在系列之内有一项波高值为6.0米, 与其他波高值明显脱节。经调查分析, 确定该值是百年一遇的特大值, 用本节1所述的方法处理。

$$N=100, \quad n=12, \quad H_k=7.0$$

按(10)式计算特大值的 Y_N , 其余各项 Y_i 按(6)计算; x_N, x_i 均按(2)式计算。计算过程见表2:

下列的 $\sum x_i, \sum Y_i, \sum x_i Y_i$ 均分别包括 $x_N, Y_N, x_N Y_N$ 的值。

$$\begin{array}{lll} \sum x_i = -0.6706 & \sum Y_i = 8.123 & (\sum x_i)(\sum Y_i) = -0.454 \\ \sum x_i^2 = 4.7113 & \sum Y_i^2 = 29.5036 & \sum x_i Y_i = 10.038 \\ \bar{x}_i = 0.0559 & \bar{Y}_i = 0.6769 & \end{array}$$

表2 特大值处理相关计算 (第一站)

i	H _i	$x_i = \ln \frac{H_i}{H_k - H_i}$	$P_i = 1 - \frac{i}{n+1}$	$Y_i = -\ln \left[-\ln \left(1 - \frac{i}{n+1} \right) \right]$	$x_i \quad Y_i$
2	3.9	0.230	0.8462	1.7900	0.411
3	3.7	0.114	0.7692	1.3380	0.153
4	3.6	0.057	0.6923	1.0040	0.057
5	3.5	0	0.6154	0.7226	0
6	3.2	-0.172	0.5385	0.4797	-0.082
7	3.2	-0.172	0.4615	0.2571	-0.044
8	2.9	-0.346	0.3846	0.0455	-0.016
9	2.9	-0.346	0.3077	-0.1643	0.057
10	2.6	-0.526	0.2308	-0.3827	0.201
11	2.5	-0.588	0.1538	-0.6271	0.368
12	2.3	-0.714	0.0769	-0.9420	0.672
特	6.0	$x_N = 1.792$	$P_N = 0.9901$	$Y_N = 4.6101$	$x_N Y_N = 8.261$

$$(\sum x_i)^2 / 12 = 0.0374$$

$$(\sum Y_i)^2 / 12 = 5.498$$

$$l_{xx} = 4.6739$$

$$l_{yy} = 24.006$$

$$l_{xy} = 10.492$$

$$r = 0.99 \text{ (相关系数)}$$

$$a = l_{xy} / l_{xx} = 2.245$$

$$b = \bar{Y}_i - a \bar{x}_i = 0.8023$$

四

本文第二部分论证了波高通过(2)式转换后得到的x是比较符合极值一型分布的,所以,当频率P指定后,令P与(1)式相等,即:

$$P = G(x) = 1 - \exp(-e^{-y})$$

由此式及(2),(7)式,可得:

$$H = \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{a} \ln[-\ln(1-p)] - \frac{b}{a} \right\} \cdot H_k}{\exp \left\{ -\frac{1}{a} \ln[-\ln(1-p)] - \frac{b}{a} \right\} + 1} \quad (11)$$

(11)式就是计算某一频率的波高的公式。

表3列出了上述9个站按(11)式及用皮尔逊三型分布计算的各频率的波高值,并列出了实测波高的经验频率,以便于比较。由表3可知,按(11)式计算的结果比较接近实测值。

综上所述,(2)式引入了极限波高,通过(2)式转换得到的x基本上满足极值一型分布所要求的条件,从而可推求波高频率;极值一型分布有严格的理论根据,这是比皮尔逊三型分布优异之点。引入极限波高还可避免不合理的结果。中国沿海港口水深较浅,过去不论用何种分布,推算百年一遇以上的波高时,往往超过当地的极限波高,甚至推算五十年一遇时,亦有超过极限波高的。用(11)式则可避免这个缺点。

表3 各站波高频率计算值与经验频率值*

站号	波高分布	频率 (%)											实测波高		备注				
		1	2	5	10	20	50	80	90	95	98	99	项数	最大值					
1	经验	6.0				3.8	3.2	2.5	2.3								12	6.0	$C_s=6C_v$
	(11)式	5.9	5.6	5.0	4.6	4.0	3.2	2.5	2.3	2.1	1.9	1.8							
	皮三	5.1	4.7	4.3	3.9	3.6	3.0	2.7	2.5	2.4	2.3	2.2							
	(11)式	7.1	6.7	5.9	5.2	4.5	3.4	2.7	2.5								18	6.0	$C_s=6C_v$
2	皮三	6.8	6.4	5.6	4.9	4.3	3.4	2.9	2.7	2.6	2.5	2.5							
	经验				4.8	4.6	4.0	3.6	3.2										
3	(11)式	6.3	5.9	5.4	5.0	4.6	3.9	3.5	3.3	3.2	3.0	2.9					16	5.0	$C_s=6C_v$
	皮三	5.6	5.3	5.1	4.8	4.6	4.1	3.6	3.3	3.1	2.9	2.7							
4	经验			7.6	7.0	5.9	4.2	3.3	3.0	2.5									
	(11)式	8.9	8.5	7.7	6.9	5.9	4.2	3.2	2.7	2.4	2.2	2.0					19	7.6	$C_s=5C_v$
	皮三	9.2	8.4	7.3	6.4	5.6	4.1	3.3	3.1	3.0	2.9	2.8							
	经验				6.5	6.0	5.1	4.4	3.8										
5	(11)式	8.7	8.0	7.2	6.6	6.0	5.0	4.4	4.2	4.0	3.8	3.7					16	6.8	$C_s=2C_v$
	皮三	7.2	7.0	6.6	6.4	5.9	5.2	4.6	4.2	3.9		3.5							
6	经验				6.2	5.5	4.3	3.5	3.2										
	(11)式	7.6	7.2	6.6	6.0	5.4	4.4	3.6	3.3	3.0	2.8	2.7					17	6.5	$C_s=6C_v$
	皮三	7.4	7.0	6.4	5.8	5.2	4.3	3.8	3.6	3.4	3.3	3.2							
	经验				9.8	9.1	6.5	5.1	4.7										
7	(11)式	12.3	11.7	10.7	9.7	8.5	6.5	5.0	4.4	4.0	3.7	3.5					17	10.6	$C_s=6C_v$
	皮三	12.4	11.5	10.1	9.1	8.0	6.4	5.2	5.1	4.9	4.7	4.6							
8	经验				8.8	6.8	5.0	3.5	2.8										
	(11)式	12.9	11.7	9.9	8.3	6.8	4.7	3.4	2.9	2.6	2.4	2.2					17	9.5	$C_s=6C_v$
	皮三	11.7	10.5	9.0	7.5	6.2	4.6	3.9	3.7	3.6	3.5	3.4							
	经验				10.2	8.3	6.6	4.7	4.5										
9	(11)式	12.8	12.1	10.9	9.8	8.5	6.3	4.9	4.3	3.9	3.6	3.3					16	11.0	$C_s=6C_v$
	皮三	12.7	11.7	10.3	9.0	7.9	6.4	5.5	5.1	4.8	4.7	4.5							

* 经验频率由实测波高项数计算，各站项数均在16—19项之间，所以只能确定实测波高的10%—90%的经验频率。第一站的特大波高已处理。表内的“皮三”即皮尔逊三型。

值得指出的是：极限波高的确定是关键之点。在目前的条件下，只有水深较浅的海域才能较准确地确定。(11)式对中国海港一般是适用的。

参 考 文 献

[1] 金光炎, 1964. 水文统计原理与方法. 中国工业出版社, 83—86页, 183—186页。

- [2] 林少官, 1963. 基础概率与数理统计. 高等教育出版社, 262—267页。
 [3] 大连工学院等, 1979. 工程水文学, 下册. 人民交通出版社, 64—65页。
 [4] 沈恒范, 1966. 概率论讲义. 人民教育出版社, 142—148页。
 [5] 华东水利学院, 1981. 水文学的概率统计基础. 水利出版社, 288—289页。
 [6] 中华人民共和国交通部, 1978. 港口工程技术规范, 第二篇水文, 第一册海港水文. 人民交通出版社, 5—6页。
 [7] Gumber, E. J., et al., 1953. *Probability Tables for the Analysis of Extreme Value Data*. pp. 19—25.

LONG TERM PREDICTION OF THE DISTRIBUTION OF WAVE HEIGHT

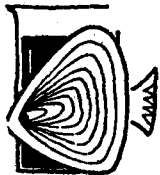
Gao Wenda

(Design & Project Bureau of Water Transportation of Guangdong Province)

Abstract

Applying the first asymptotic distribution of extreme value defined as $G(Y) = 1 - \exp(-e^{-Y})$, $[Y = a(x-u), -\infty < Y < \infty]$ to wave height frequency analysis, this paper provides a relation $X = \ln \frac{H}{H_k - H}$, where, $H_k =$ limiting wave height, $H =$ wave height. This paper also proposes a new method for treating historic peaks of wave height and high outliers with historic information. Thus a formula for calculating wave height of a given frequency is derived. The data are taken from nine wave observation stations. Results calculated are satisfactory.

来 稿 摘 登



测定鱼贝样品中微量金属浓度几个注意的问题

在测定鱼类、贝类等海生动物中的微量金属元素浓度时,其操作步骤必须处理得当方能获得可靠的数据,否则测定结果往往因人而异,所得的数据也难以相互比较。其操作步骤是:

1. 样品的保存:鱼贝等样品在采样(要有代表性)后,一般要进行冷冻保存。在保存过程中,如若使用方法不当,往往会发生水分变化。据报道,象贻贝等贝类动物,如果放置在封口的聚乙烯袋中,无论是整体保存还是只保存软体部分,在80天内重量没有什么变化。但若放在玻璃盘中,则整体保存的贻贝在60天后失重10%,而软体部分在40天后就只有原重的13%。

2. 样品的预处理:冷冻的样品通常在室温下解冻。可以将样品置于萨冉树脂网上,网下接一个烧杯,将解冻液滴收集于烧杯中,以备分析。不能弃

去。化冻后的样品如用蒸馏水洗涤,洗涤液同样须要合并到液滴中进行分析,因为样品中一些可溶性金属离子会进入洗涤水中。鱼肉样品,也可在真空冷冻干燥后研成粉末(粒度50目以下)。在样品的预处理中,还要防止其它杂质元素沾污样品。

3. 样品的干燥与灰化:用鱼贝的干燥重量或灰分量表示所含的微量金属浓度时,必须对样品进行干燥和灰化处理。

不同的干燥方法对样品的失重结果是有影响的。据报道,将贻贝真空冷冻干燥24小时,失重82.8%;而用电热炉在90,110,135℃恒温干燥24小时,则失重分别为84.1, 84.7, 85.2%。对于鲨鱼粉来说,真空冷冻干燥24小时,失重2.6%;用硅胶干燥器干燥10天,失重2.3%;在电热炉中,于60, 90, 110, 135℃恒温干燥24小时,则失重分别为2.8, 4.4, 9.3, 14.6%。对于要求挥发性物质(水除外)不能损失的样品,宜用真空冷冻干燥法或90℃以下的恒温干燥法。不同的生物样品,应该采用不同的干燥方法,美国国家标准局对许多生物样品提供了干燥方法。使用的灰化方法不同,所得的灰分量也有差异。一般说来,用电热炉高温灰化至灰量恒重所需的时间比较短,而用低温灰化炉可能要100小时以上。灰化后,若要测定某些挥发性元素,如Hg, As, Au等,就要在低温灰化炉中灰化,否则测定结果会大大偏低。

(李兆龙)