

浅海地转流速的计算*

缪经榜 顾玉荷

(中国科学院海洋研究所)

地转流是海洋中的一种基本流动。准确地计算和预报海洋中的地转流速,对于国防军事、航海运输以及渔业生产等方面都具有极其重要的实践意义。因此,各国海洋科学工作者,历来对地转流速的计算极为重视。本世纪初, Sandström 及 Helland-Hansen^[1] 根据 Bjerknes^[6] 的环流理论,于 1903 年首次发表了应用温、盐度资料计算地转流速的著名的“Helland-Hansen 公式”,即海流的“动力计算方法”。这是海流计算上的重要贡献之一。对深海大洋来说,通过选取“动力零面”的办法,可以得到地转流的绝对流速。如果“动力零面”选取得当,应用“动力计算方法”得到的绝对流速与实测流速极为接近。但在浅海中广泛应用这种“动力计算方法”,显然遇到了不少困难。其中关于浅海“动力零面”的恰当选取以及如何处理由于海底深度不等所引起的影响,是最为重要的两个问题。为了解决这些问题,国外的海洋科学工作者,如 Helland-Hansen (1934, 转引自 Фомин, 1964)^[7], Сомов (1937, 转引自 Зубов 及 Мамаев, 1956, 下称 Забов 方法)^[13], 斯费德鲁普等 (1946)^[1] 和 Groen (1948)^[8] 等,都对此进行了研究,并提出过各自的“浅海动力计算方法”。总起来看,这些方法,都假定海底以下的泥土岩石层中(以下通称“假想水体”)某一水平面(一般取通过海底最深点)为“动力零面”,作为地转流速计算的起点。对于海底及海底以下的“假想水体”中的海水比容分布,却有着几种不同的设想和处理方法,大体可分为两类:第一类(如 Helland-Hansen, Зубов 等)是假定海底及其“假想水体”中流速和水平压强梯度同时消失,即那里的等比容线呈水平分布,从而采用线性内插的处理方法去确定其比容分布;第二类(如 Sverdrup, Groen 等)则假定海底及其“假想水体”中水平压强梯度并未消失,即那里的等比容线不呈水平分布,从而采用灵活性和随机性较大的非线性内插的处理方法去确定其比容分布。

但迄今为止,这些研究尚未能得出令人满意的结果。我国近海是广阔的大陆架浅海,并且陆架和陆坡毗连区域的海底坡度变化很大,因此研究“动力计算方法”在浅海应用中所存在的这些问题,一直是我国近海海流研究工作中一项迫切的任务^[2]。

无产阶级文化大革命前,我们曾经分别采用过“Зубов 方法”和“Groen 方法”,计算了我国近海的地转流速。实践证明,这两种“浅海动力计算方法”,还存在着不少问题;特别对海底地形变化剧烈的海区,尤为突出,其计算结果和客观实际相差甚远。针对这些问题,我们初步进行了一些探讨,提出了本文所要介绍的“浅海地转流速的计算”方法。

国外现有的“浅海动力计算方法”中的一个主要问题,是把海底以下的泥土或岩石当

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 367 号。

作水体(即“假想水体”)来处理,从而引进所谓浅海动力计算中的“订正项”(通过“假想水体”对“真实水体”予以订正)。我们认为计算浅海海水质点的运动速度,不是把基点放在真实的海水中,而是人为地放在海底以下的泥土或岩石中;这种处理方法,可能有一定的主观性。由此而确定的“订正项”也就缺乏足够的客观依据。本文将摒弃国外在“浅海动力计算方法”中迄今所采用的所谓“假想水体”,直接通过真实海水中海水密度水平梯度的差分近似计算;在不引进任何人为的“订正项”的情况下,去确定浅海地转流速。实例计算结果表明,应用本文所提出的通过密度水平梯度去计算浅海地转流速的计算方法,比国外现有的“浅海动力计算方法”有较高的精度。

一、计算公式的推导

取地转方程的形式为:

$$\begin{cases} \rho f v = \frac{\partial p}{\partial x} \\ -\rho f u = \frac{\partial p}{\partial y} \end{cases} \quad (1)$$

由静压方程

$$p = \int_z^{\zeta} \rho g dz + p_a \quad (2)$$

可得水平压强梯度的表达式

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = g \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = g \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{cases} \quad (3)$$

将(3)式代入(1)式

$$\begin{cases} \rho f v - g \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\ -\rho f u - g \int_z^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, x 轴向东, y 轴向北, z 轴垂直向上, 坐标原点选在平均海平面上; ζ 为实际海面相对于平均海平面的升高, ρ 为海水密度, ρ_{ζ} 为海面海水密度, g 为重力加速度, f 为柯氏参量, p 为压强, p_a 为海面大气压力并假定在水平方向上分布均匀; u 和 v 为流速在 x 轴和 y 轴上的分量。

设: u_1 和 v_1 为深度 z_1 处海水质点流速的东分量和北分量;

u_2 和 v_2 为深度 z_2 处海水质点流速的东分量和北分量,

由公式(4)可得深度 z_1 处海水质点和深度 z_2 处海水质点的运动方程分别为:

$$\begin{cases} \rho_1 f v_1 - g \int_{z_1}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\ -\rho_1 f u_1 - g \int_{z_1}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

和

$$\begin{cases} \rho_2 f v_2 - g \int_{z_2}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\ -\rho_2 f u_2 - g \int_{z_2}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

若用在垂直方向上海水密度的平均值 $\bar{\rho}$ 代替 ρ_1 和 ρ_2 , 并将(5)式减去(6)式可得:

$$\begin{cases} u_1 - u_2 = \frac{g}{\bar{\rho} f} \int_{z_2}^{z_1} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \\ v_1 - v_2 = -\frac{g}{\bar{\rho} f} \int_{z_2}^{z_1} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \end{cases} \quad (7)$$

公式(7)是利用海水密度水平梯度去计算地转流相对流速的表达式。

为了计算地转流的绝对流速,必须首先给出地转流速计算的起点,即地转流速为零的深度。对于浅海,经典意义的“动力零面”存在与否,一直是尚未解决的问题;本文不拟对浅海“动力零面”的选取,提出新的设想,仍旧保留 Helland-Hansen, Зыбов 等人在其所提出的“浅海动力计算方法”中所采用过的假定:认为海底处地转流速和水平压力梯度同时消失。我们认为这一假定在理论上是需要探讨的,但从计算浅海地转流速的实用性角度出发,在没有提出更好的理论假定之前,我们将继续使用上述假定。

设海底处的深度为 $z = -H$, 由式(4)可得 $z = -H$ 处流体质点的运动方程为:

$$\begin{cases} \rho_{-H} f v_{-H} - g \int_{-H}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\ -\rho_{-H} f u_{-H} - g \int_{-H}^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \rho_{\zeta} g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

根据 Helland-Hansen, Зыбов 等人的假定:

$$u_{-H} = v_{-H} = 0 \quad (9)$$

将式(4)减去式(8)可得:

$$\begin{cases} u = \frac{g}{\rho f} \int_{-H}^z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \\ v = -\frac{g}{\rho f} \int_{-H}^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \end{cases} \quad (10)$$

从理想流体动力学地转方程出发,本文继续采用 Helland-Hansen, Зыбов 等人关于海底处地转流速及其水平压强梯度同时消失的人为假定,在理论上是不完备的;为此,我们把公式(10)看作为浅海地转流速计算的实用性近似公式。在公式(10)中,我们将利用中心差分 and 向前(向后)差分的近似计算来确定海水密度水平梯度,以计算浅海地转流速;这一方法,我们称为浅海地转流速计算的实用性方法。近年来,有些作者,如 Бурков (1972)^[12] 在地转流绝对流速的计算中,没有采用海底处流速消失的假定,而把海底摩擦边界层的上边界作为地转流速计算的起点。由于海底摩擦边界层的厚度及其边界层内流速廓线的研究,已经超出本文的范围;这里我们就不拟详细讨论了。

公式(10)表明,通过某一水文测站各观测深度上海水密度水平梯度的近似值的确定,

表 1 三 种 方 法 计

观测日期 流速 (厘米/秒) 计算 方法 z (米)	1957. 1. 27.				1958. 6. 24.			
	Зубов	Groen	本 文	“GEK”	Зубов	Groen	本 文	“GEK”
			公式(10)	观测资料			公式(10)	观测资料
0	6	87	46	47	2	54	43	31
10	4	85	45		3	55	43	
20	3	84	43		3	56	44	
30	1	82	42		4	56	44	
50	-2	79	39		4	56	45	
75	-6	75	35		4	56	44	
100			31				42	
150			22				40	
200			17				37	
300							19	
H			0				0	
水 深 (米)	$H = 300$				$H = 380$			

表 2. G_6 站 (G_{1-7}) 地 转

站 号 z (米)	G_7				G_6			
	$t^{\circ}\text{C}$	$s_{\text{‰}}$	$v_{s.t.p}$	$\sigma_{s.t.p}$	$t^{\circ}\text{C}$	$s_{\text{‰}}$	$v_{s.t.p}$	$\sigma_{s.t.p}$
0	18.2	34.79	75.54	25.08				
10	18.15	34.79	75.53	25.09				
20	18.10	34.78	75.54	25.08				
30	18.10	34.76	75.55	25.07				
50	17.95	34.72	75.56	25.06				
75	17.85	34.70	75.54	25.08				
100	17.75	34.76	75.49	25.13				
150					19.15	34.83	75.76	24.84
200					18.20	34.83	75.58	25.03
$H = 300$					11.60	34.42	74.52	26.15

可以计算地转流速的“近似”值。由于我们采用了向前或向后差分的近似计算，去确定公式(10)中关于不等深海底附近各观测层次上海水密度的水平梯度值，使得在整个计算过程中，抛开了所谓的“假想水体”，从而不会出现前人提出的“浅海动力计算方法”中，由于海底深度不等所引入的“动力高度”订正项。

有关深海大洋地转流计算的研究，Линейкин^[14]，Фельзенбаум 等^[15]，Фомин^[7] 等人，在假定无限深处或“动力零面”处流速消失的前提下，也分别提到过和公式(10)相类似的计算公式。但二者在具体计算方法上是不相同的。

公式(10)在具体计算时，可采用下列近似形式，这里仅给出流速在 y 轴上的分量的表达式：(i 为观测层数)

算 结 果 的 比 较

1957. 9. 2.				1958. 2. 3.				1959. 1. 31.			
Зыбоб	Groen	本 文	“GEK”	Зыбоб	Groen	本 文	“GEK”	Зыбоб	Groen	本 文	“GEK”
		公式(10)	观测资料			公式(10)	观测资料			公式(10)	观测资料
-24	23	26	52	15	75	54	48	32	68	77	62
-22	24	27		14	73	53		31	67	77	
-22	24	28		12	73	52		31	67	77	
-21	25	28		11	70	50		30	66	76	
-21	26	29		7	66	46		28	65	74	
-19	27	30		3	62	42		24	61	70	
		28				38				65	
		17				31				54	
		5				24				45	
										19	
		0				0				0	
H = 237				H = 280				H = 361			

流 速 计 算 结 果

观测日期 1957.1.27.

G_s				$G_{s-\tau} (G_s)$						
$t^{\circ}\text{C}$	$s\%$	$v_{s,t,p}$	$\sigma_{s,t,p}$	$\Delta\sigma_{s,t,p}$	M_j	Δq	$\overline{\Delta q}$	$\overline{\Delta q} \cdot \Delta z$	$\Sigma \overline{\Delta q} \Delta z$	v
21.4	34.87	76.28	24.30	-0.78	0.20	-0.156	-0.158	-1.58	-47.49	46.4
21.40	34.85	76.29	24.29	-0.80	”	-0.160	-0.160	-1.60	-45.91	44.8
21.40	34.85	76.30	24.28	-0.80	”	-0.160	-0.159	-1.59	-44.31	43.3
21.40	34.85	76.30	24.28	-0.79	”	-0.158	-0.157	-3.14	-42.72	41.7
21.40	34.85	76.30	24.28	-0.78	”	-0.156	-0.159	-4.00	-39.58	38.6
21.40	34.87	76.31	24.27	-0.81	”	-0.162	-0.166	-4.15	-35.58	34.7
21.30	34.87	76.30	24.28	-0.85	”	-0.170	-0.169	-8.45	-31.43	30.7
20.70	34.85	76.18	24.41	-0.43	0.39	-0.168	-0.115	-5.78	-22.98	22.4
18.90	34.85	75.74	24.87	-0.16	”	-0.062	-0.172	-17.20	-17.20	16.8
16.10	34.70	75.20	25.43	-0.72	”	-0.281				0

$$v_i = -\frac{g}{\rho} \sum_{j=0}^i (\overline{\Delta q})_j (\Delta z)_j \quad (\text{在 } j=0 \text{ 处, } z = -H) \quad (10')$$

其中

$$(\overline{\Delta q})_j = (\Delta\sigma_{s,t,p})_j \cdot M_j$$

$$M_j = \frac{3.7}{L_j \sin \varphi} \quad [13]$$

 流速在 x 轴上的分量 u , 也可得类似的近似形式, 这里不再列出。

二、海水密度水平梯度的近似确定

对于某一水文观测站来说,各层次上海水密度水平梯度的确定,当具备有相邻两站相应层次上的温、盐度资料时,应采用中心差分的近似计算;当只具备某一单侧观测站相应层次的温、盐度资料时,则应采用向前或向后差分的近似计算。

特别地,当相邻两站水深不等时,浅水站海底以上各层次按中心差分近似计算,浅水站海底以下各层次按向前或向后差分近似计算。

对于某一水文断面来说,每一测站相应层次上海水密度水平梯度的确定,可分别利用相邻多站相应层次上的温、盐度资料,通过一元多项式或样条函数等近似方法来进行。

对于水文观测站分布较密的海区,每一测站相应层次上海水密度水平梯度的确定,可通过二元多项式内插,最小二乘法以及绘等值线分布图等近似方法;以利用尽量多的周围相邻测站各层次上的温、盐度资料,求得较为符合实际的密度水平梯度值。

海水密度水平梯度确定后,根据公式(10)就可以计算出各测站相应层次上的地转流速的“近似”值,以便绘成相对于海底的各层海流图。

三、实例及计算结果的比较

我们取流经东海的黑潮 G 断面上水文测站为例。温、盐度资料及电磁海流计(GEK)表面流观测资料均取自日本气象厅:海洋气象观测资料(No. 21—25)^[3-5,9,10]。

对 G 断面上潮流较小但海底坡度最大的 G_6 站,分别采用“Зыбов 方法”和“Groen 方法”以及本文公式(10),进行了五个例子的流速计算。表1给出了三种方法的计算结果及其和电磁海流计表面流观测资料的比较。表2则给出了其中一例(1957. 1. 27.)的具体计算过程。 G_5 、 G_6 和 G_7 三站的水深,分别约为1000, 300及100米。在 G_6 站流速的计算中,对于100米以上的水层,密度梯度按中心差分法取得,100—300米的水层,则采用向前差分法。

从上述计算结果的比较中,可以看出:利用本文公式(10)所得的计算结果,就表层流速而言,大部分是与实测资料相当符合的。考虑到实测资料所代表的是综合性流速而非单纯的地转流速,以及水文资料可能出现的观测误差,所以个别例子出现的差异较大,也是可以理解的。再从表层至75米层的流速值来看,本文方法的计算结果也与根据“Groen 方法”得出的较为接近。至于由“Зыбов 方法”所得出的流速值,一般均偏小,甚至出现反向的情况,可能是由于在相对于“动力零面”进行动力高度订正时所引起的。

本文方法的计算结果与实测资料的比较表明:就本文所举的一些例子来看,在公式(10)的计算中,当浅水一侧遇到海底时,在相应层次上采用向前或向后差分法,从真实海水中来求密度水平梯度的近似值,是具有一定实用意义的。为了采用向前或向后差分的近似计算,本文要求予以计算地转流速的水文站,必须具备温、盐度观测资料。

但应指出,计算站的海底附近相应层次上,当其两侧密度水平分布悬殊较大时,应用向前或向后差分法所引入的计算误差,可能会有所增大。同时,对于海底坡度较大的测

站,海底附近处的密度垂直变化可能较为复杂,为了提高计算精度,建议适当增加海底附近温、盐度的观测层次。

表 2. G_{5-7} (G_6 站)断面上实测表面流平均值的计算

观测日期: 1957. 1. 27.

站 号	G_5	G_A	G_B	G_C	G_6	G_D	G_e	G_f	G_7
站 位 N.	28°12'	28°15'	28°18'	28°21'	28°24'	28°27'	28°30'	28°33'	28°35'
E.	127°15'	127°11'	127°06'	127°02'	126°58'	126°52'	126°48'	126°43'	126°40'
观 测 时 刻	0745	1010	1045	1130	1200	1802	1845	1930	2016
流 向 (°)	20°	60°	10°	50°	50°	40°	30°	30°	40°
流 速 (厘米/秒)	36	26	26	41	46	98	57	41	57
$\bar{w}$	38°								
流 向 (°)	47								
流 速 (厘米/秒)									
$\bar{v}$	36°								
流 向 (°)	47								
流 速 (厘米/秒)									

$\bar{w}$: G_{5-7} 断面上实测表面流 (GEK) 的矢量平均值

$\bar{v}$: $\bar{w}$ 在断面垂直方向上的投影

参 考 文 献

- [1] 斯费德鲁普 H. U., 约翰逊 M. W., 佛莱明 R. H., 1946. 海洋. (毛汉礼, 1958 年译, 科学出版社) 第 2 卷, 389—402 页。
- [2] 管秉贤, 1962. 有关我国近海海流研究的若干问题. 海洋与湖沼 4(3—4):121—141.
- [3] 日本气象厅, 1959a. 气象厅海洋气象观测资料, No. 23, 共 240 页。
- [4] 日本气象厅, 1959b. 气象厅海洋气象观测资料, No. 24, 共 289 页。
- [5] 日本气象厅, 1960a. 气象厅海洋气象观测资料, No. 25, 共 258 页。
- [6] Bjerknes, V., 1898. Über einen hydrodynamischen Fundamentalsatz und seine Anwendung besonders auf die Mechanik der Atmosphäre und der Weltmeers. K. Svenska Vet. Akad. Handl. N. F. (4th ser.), Bd. 31, No. 4.
- [7] Fomin, L. M., 1964. The Dynamic Method in Oceanography, Elsevier Publishing Company, p. 47, 76, 149—156.
- [8] Groen, P., 1948. Methods for estimating dynamic slopes and currents in shallow water. J. Marine Res. 7(3):313—316.
- [9] Japan Meteorological Agency, 1958a. The results of marine meteorological and oceanographical observations. 21:168.
- [10] Japan Meteorological Agency, 1958b. The results of marine meteorological and oceanographical observations 22:183.
- [11] Sandström, J. W. and Helland-Hansen, B., 1903. Über die Berechnungen von Meersströmungen. Reports on Norwegian Fishery and Marine Investigations, 2(4):43.
- [12] Бурков, В. А., 1972. Общая Циркуляция Вод Тихого Океана, стр. 10—16, 30—34, 83—90.
- [13] Зубов Н. Н. и Мамаев, О. И. 1956. Динамический метод вычисления элементов морских течений, Гидрометеоздат, Л. стр. 37—38, 41—46.
- [14] Линейкин, П. С., 1957. Основные Вопросы Динамической Теории Бароклинного слоя Моря. Гидрометеоздат, Л. стр. 61—63.
- [15] Фельзенбаум, А. И., Фомин, Л. М. и Штокман, В. Б., 1957. Метод расчета глубинных морских течений по поверхностному течению и градиенту атмосферного давления, Труды Ин-та Океанологии, 25:153—170.

COMPUTATION OF THE VELOCITY OF GEOSTROPHIC FLOW IN SHALLOW WATER*

Miao Jingbang and Gu Yuhe

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Based on the geostrophic equation and the assumption that the bottom velocity is to be vanished, a practical method is proposed for computing the velocity of the geostrophic flow in shallow water of varying depth.

In this method, instead of the usual consideration of the distribution of the specific volume in imaginary water mass as the former authors did, the velocity is computed approximately by the horizontal density gradients in real water mass.

Examples show that the computation results are rather satisfactorily agreeable with observations.

* Contribution No. 367 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.