

常底坡有限宽陆架诱导阻尼波的一种模型*

冯士筭

(山东海洋学院)

在文献[1]中,作者曾给出了 f -平面上陆架诱导阻尼波的无因次方程组及相应的诸无因次参数,就一个底坡均匀的有限宽陆架上自由波模型给出了它的解,并仅对非弥散陆架波和半无限宽陆架上的零阶边缘波这两种特殊情形下的弥散关系作了分析。作为推广,本文就上述陆架几何模型上的边缘波和陆架波的一般情形,对其弥散关系式进行了讨论。

依据文献[1],并在形式上稍加改变后,其弥散关系式为

$$\sigma_j = \bar{\sigma}_j + i \frac{2}{3} \mu; \quad (j = 1, 2, 3)$$

式中:

$$\bar{\sigma}_1 = \lambda \sigma_+ + \bar{\lambda} \sigma_-, \quad \bar{\sigma}_2 = \sigma_+ + \sigma_-, \quad \bar{\sigma}_3 = \bar{\lambda} \sigma_+ + \lambda \sigma_-;$$

$$\sigma_{\pm} = \left[-\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right]^{1/3}, \quad \lambda = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\bar{\lambda} = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad p = 1 + (2\nu_n + 1) \frac{\kappa}{\delta} - \frac{1}{3} \mu^2,$$

$$q = \frac{\kappa}{\delta} + i\mu \left[\frac{1}{3} (2\nu_n + 1) \frac{\kappa}{\delta} - \frac{2}{3} - \frac{2}{27} \mu^2 \right]; \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\sigma_j = \omega_j/f, \quad \kappa = kl, \quad \mu = \beta/f, \quad \delta = f^2 l^2/(gd);$$

其中, k 和 ω_j 分别为波数 ($k > 0$) 和复圆频率(称其实部 $Re[\omega_j]$ 为圆频率), d 和 l 分别为陆架外缘水深和陆架宽度, f 和 g 分别为 Coriolis 参数和重力加速度, β 为湍阻尼系数, $\nu_n = \nu_n(\kappa)$ 满足方程 $L_{\nu_n}(2\kappa) = 0$ (L 为 Laguerre 函数), $i = \sqrt{-1}$ 。

引入下列数据: $g = 981$ 厘米/秒², $f = 0.73 \times 10^{-4}$ 秒⁻¹ (相应于纬度 $\varphi = 30^\circ N$), $\beta = 10^{-4}$ 秒⁻¹, $d = 200$ 米, 以及 $\delta = 0.027$ (相应于 $l = 100$ 公里或陆架底坡 $\alpha = 2 \times 10^{-3}$)——记作 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 和 $\delta = 0.679$ (相应于 $l = 500$ 公里或陆架底坡 $\alpha = 4 \times 10^{-4}$)——记作 $\mathcal{O}(\delta) = 1$; 依据弥散关系式, 并利用 $\nu_n = \nu_n(\kappa)$ ($n = 0, 1, 2$) 函数表^[3], 作了计算, 绘制成诸曲线图(见图1—图13), 并讨论如下。

边缘波 ($|Re[\sigma_j]| > 1, j = 1, 2$)

1. 对比图1和图2, 或图4a和图5a, 或图7a和图8a可知: 当 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 时, 有 $\mathcal{O}(Re[\sigma]) > 1$, 而当 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 时, 有 $\mathcal{O}(Re[\sigma]) = 1$ 。这是由边缘波乃惯性重力波的性质所决定的, 故有一般性意义; 事实上, 对于边缘波, 有 $\mathcal{O}(\delta Re[\sigma]^2/\kappa^2) = 1^{[1]}$, 故有

* 本文承文圣常教授的关怀和审阅; 陈时俊同志在计算上予以大力帮助; 张增辉同志为本文绘图, 在此一并致谢。
本刊编辑部收到稿件日期: 1980年3月15日。

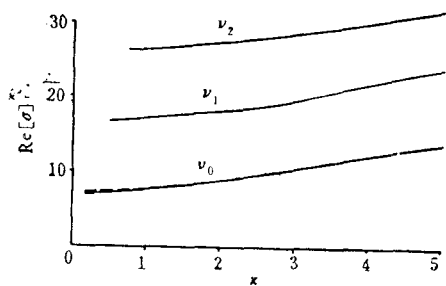


图1 $Re[\sigma]-\kappa$ 曲线

$f=0, \delta=0.027$ — $\beta>0$ --- $\beta=0$

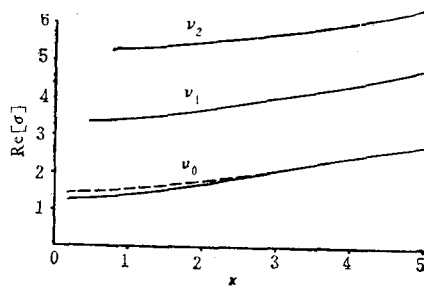


图2 $Re[\sigma]-\kappa$ 曲线

$f=0, \delta=0.679$ — $\beta>0$ --- $\beta=0$

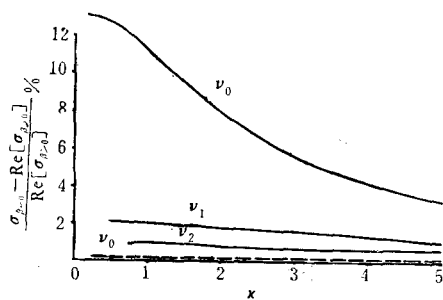


图3 阻尼波和无阻尼波的相对差异

$f=0$ — $\delta=0.679$ --- $\delta=0.027$

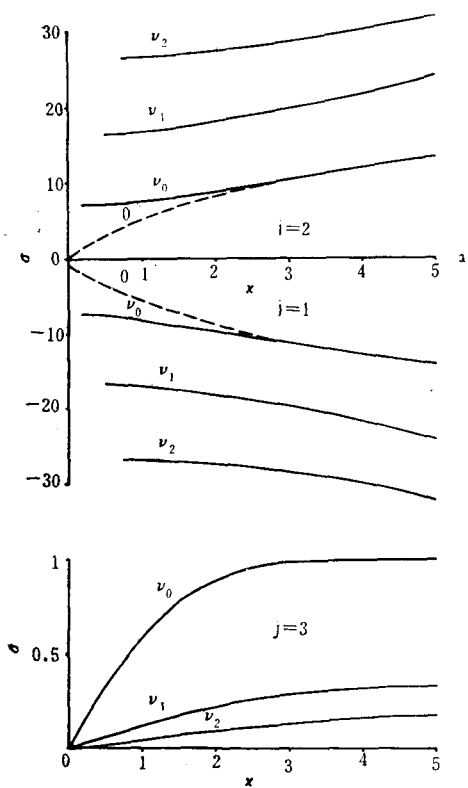


图5 $\sigma-\kappa$ 曲线

$f=0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ $\delta=0.679$ $\beta=0$
--- 半无限宽陆架模型

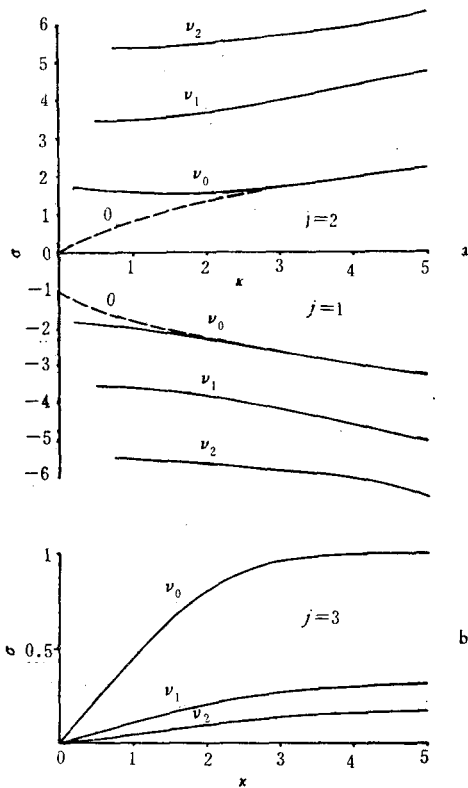
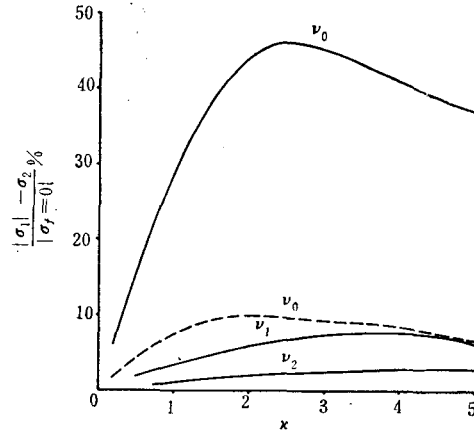
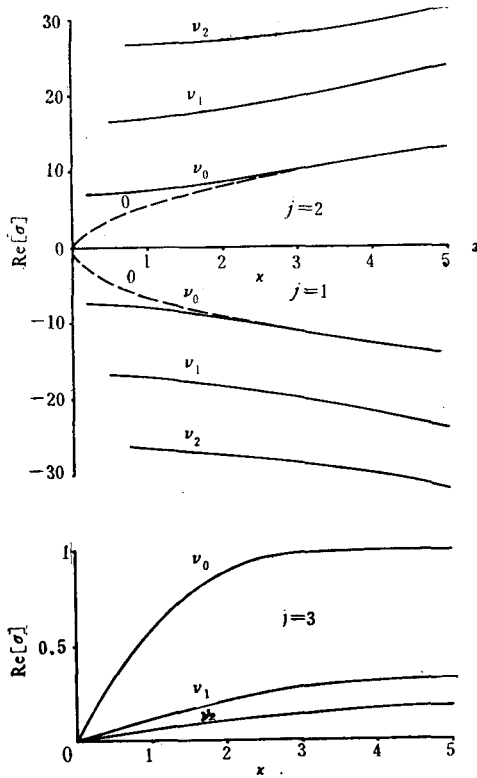
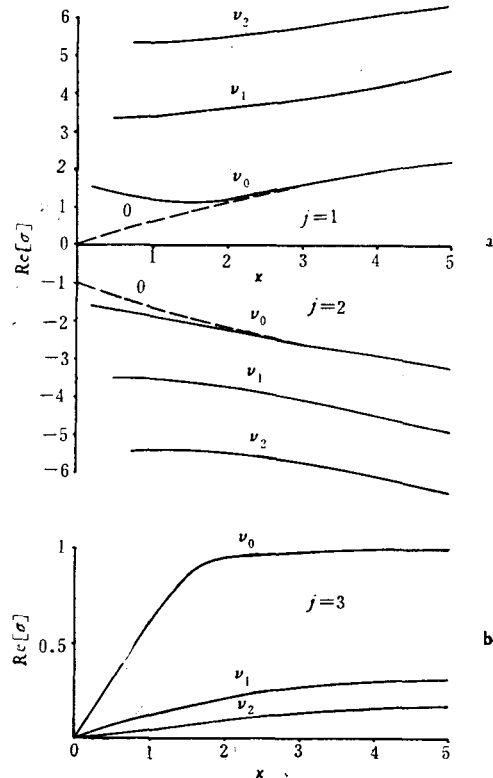


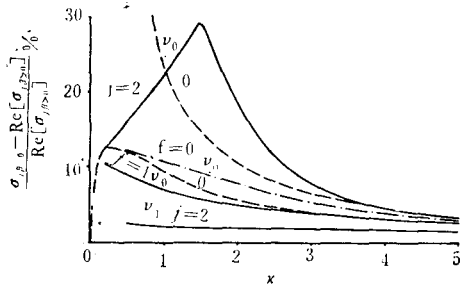
图4 $\sigma-\kappa$ 曲线

$f=0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ $\delta=0.027$ $\beta=0$
--- 半无限宽陆架模型

图6 f -平面上边缘波圆频率的不对称性 $f=0 \quad \beta=0$ — $\delta=0.679$ --- $\delta=0.027$ 图7 $Re[\sigma]-\kappa$ 曲线 $f=0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \delta=0.027 \quad \beta>0$
--- 半无限宽陆架模型图8 $Re[\sigma]-\kappa$ 曲线 $f=0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \delta=0.679 \quad \beta>0$
--- 半无限宽陆架模型

$\mathcal{O}(Re[\sigma]) = \mathcal{O}(\kappa/\sqrt{\delta})$ 。特别,当 $f=0, \beta=0$ 时,相对圆频率 σ 精确地反比于 δ 的平方根,因为此时 $\sigma_j = (-1)^j [(2\nu_n + 1)\kappa/\delta]^{1/2}$, ($j=1, 2$)。

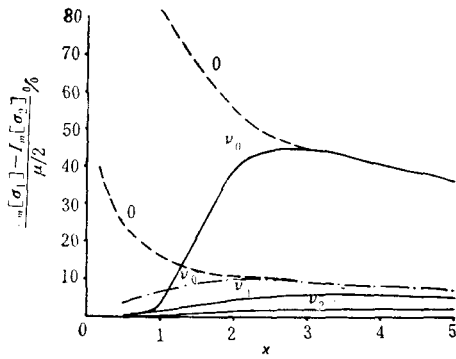
2. 由图6可见,随着相对波数 κ 的增大,互为反向传播的两列边缘波之间由于

图9 f -平面上滞阻尼影响的不对称性

$$f = 0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \delta = 0.679$$

--- 半无限宽陆架模型

注: 当 $\delta = 0.027$ 时这一不对称性 $\leq 1\%$

图10 f -平面上滞阻尼衰亡因子的不对称性

$$f = 0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \beta > 0$$

— $\delta = 0.679$ --- $\delta = 0.027$

--- 半无限宽陆架模型

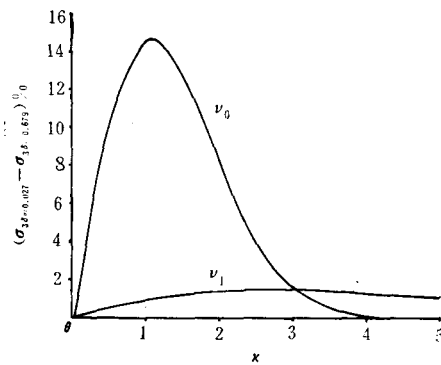


图11 陆架波的陆架宽度效应

$$f = 0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \beta = 0 \quad \mathcal{O}(\nu_2) \leq 1\%$$

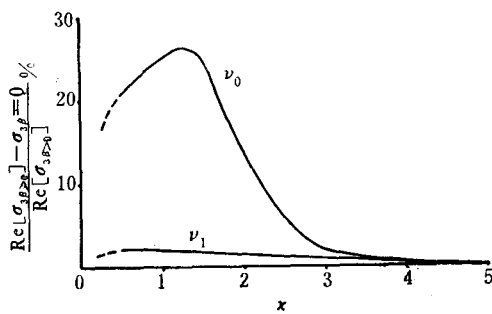


图12 陆架波的滞阻尼效应

$$f = 0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \delta = 0.679$$

注: 当 $\delta = 0.027$ 时这一效应 $\leq 1\%$

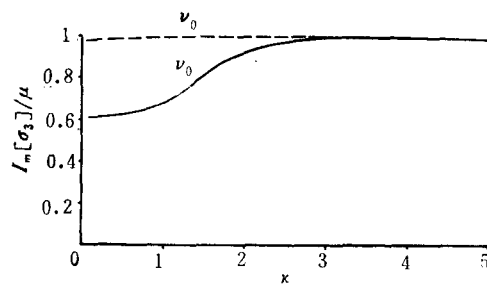


图13 陆架波的滞阻尼衰亡因子

$$f = 0.73 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1} \quad \beta > 0$$

— $\delta = 0.679$ --- $\delta = 0.027$

Coriolis 力的影响所产生的非对称性是先增而后减, 它揭示了必然存在一个对 Coriolis 力效应最敏感的波数区间, 在该区间中上述的非对称性表现得最严重; 顺便指出, 它也统一了 Mysak 模型^[3]和 Reid 模型^[4]在这一点上的矛盾。

3. 由图 6 还可看出, 当 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 时, 上述的 Coriolis 力对相对圆频率非对称性的影响小于 10%, 而当 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 时, 这一影响能高达 50%。其实这一性质也存在于更一般情形下的边缘波; 事实上, Coriolis 力对边缘波的贡献为 $\mathcal{O}(\kappa/Re[\sigma]) = \mathcal{O}(\sqrt{\delta})^{[1]}$ 。

4. 由图 5a 和图 8a 可见, 当 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 时, 对于一个在北半球上背陆面海的观查者而言, 向右传播的零阶边缘波, 由于 Coriolis 力的影响, 其相对圆频率于 $\kappa = 1.5-1.75$ 附近呈现出一个极小值; 因而, 可以期望在这个相对波数区间中该零阶波存在零群速点。与半无限宽陆架上的零阶波不同^[4], 事实上, 两列互为反向传播的零阶边缘波的群速确是不对称的。特别, 当 $\beta = 0$ 时, 依据其相对群速的表达式 $C_{gj} = -d\sigma_j/d\kappa = [(2\kappa d\nu_n/d\kappa + 2\nu_n + 1)\sigma_j - 1]/[(2\nu_n + 1)\kappa + (1 - 3\sigma_j^2)\delta]$, 其群速为零的点应满足关系式 $2\kappa d\nu_n/d\kappa + 2\nu_n + 1 = \sigma_j^{-1}$, 依其计算, 即可找到上述的这个零群速点 $\kappa \approx 1.75$ 。

5. 由图 3 和图 9 可见, 湍阻尼效应减小边缘波的圆频率之大小, 即使其周期增加; 但, 湍阻尼对边缘波的这种修正, 在 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 的情形, 近似 1‰ 或小于 1‰, 而在 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 的情形, 对零阶波为 10% 和对高阶波至多为 1% 的量阶。事实上, 对于边缘波的一般情形, 衡量湍阻尼效应大小的无因次参数为 $\beta/|Re[\omega]|^{[1]}$, 故有 $\mathcal{O}(\beta/Re[\omega]) = \mathcal{O}(\sqrt{\delta} \mu/\kappa)$ ——表明了底坡小、多浅水域的宽陆架上传播的边缘波最易感受到湍阻尼的影响。

6. 由图 9 可见, 在 f -平面上, 湍阻尼对于向相反方向传播的两列边缘波圆频率的影响是不对称的, 特别, 对于 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 的情形, 其影响显著不对称。对于向左传播的边缘波, 湍阻尼对圆频率的影响相对的小, 且随着相对波数的增加, 这一影响单调递减; 而对于向右传播的边缘波, 湍阻尼对圆频率的影响相对的大, 特别在零群速点附近, 湍阻尼对零阶波的影响特别显著, 但当远离这一点时, 湍阻尼影响显著下降。图 9 也顺便指出, 对于小波数波段, 半无限宽陆架模型将夸大了这种不对称性^[4]。

7. 当 $f = 0$ 时, 湍阻尼衰亡因子 $I_m[\sigma_j] = \mu/2 (j = 1, 2)$ 。但, 在 f -平面上, 湍阻尼衰亡因子如相对圆频率一样是不对称的; 由图 10 可见, 其不对称性随着相对波数 κ 的变化曲线类同于图 6 上所绘曲线, 故其讨论同于 2 和 3, 只要以湍阻尼衰亡因子代替相对圆频率即可。

必须指出, 边缘波存在的最低波数点, 即长波截断点, 对于零阶、一阶和二阶波型分别近似取为 0.2, 0.5 和 0.75^[3], 这是因为我们假设了陆架外缘总是相接一个在 f -平面上、充满运动着的无粘性海水的 5000 米深平底大洋的缘故。

陆架波 ($|Re[\sigma_j]| < 1$)

1. 由图 11 可见, 陆架波不同于边缘波, $\mathcal{O}(\delta)$ 的不同给预圆频率的影响不会产生量阶上的差异, 对于零阶波也不过 10%, 对于 1 阶波约为 1%, 对于 2 阶波约为 1‰; 并且二者相对圆频率的差异, 特别是零阶波, 主要显现于波数的某一区间之内。

2. 由图 12 可知, 陆架波与边缘波相反, 湍阻尼效应致使圆频率增加, 这类似于惯性波 ($\sigma = 1$); 不过湍阻尼对相对圆频率的显著影响, 特别对于 $\mathcal{O}(\delta) = 1$ 情况下的零阶波, 仅局限于某一波数区段之内, 这又类似于在 f -平面上向右传播的零阶边缘波; 对于 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 的情形, 陆架波与边缘波一样, 湍阻尼对其影响也不过 1‰ 的量阶。

3. 由图 13 可见, 零阶陆架波的湍阻尼衰亡因子与湍阻尼系数的比值随着波数的增加而接近于 1; 特别, 对于 $\mathcal{O}(\delta) < 1$ 的情形, 上述比值与 1 比较最大也不过 1‰ 的量阶,

理论周期和观测周期比较表

Atlantic City

 $\alpha = 5.0 \times 10^{-4}$, $d = 54.9\text{m}$, ($l = 109.8\text{km}$), $\varphi = 40^\circ\text{N}$, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 2, 3, 4) \times 10^{-4}\text{sec}^{-1}$

观测周期 T_∞ hr	飓风移行 速度 ω m/sec	相对波数 κ	波长 λ km	无阻尼波 周期 T hr	$\frac{T - T_0}{T_0} \%$	β_1 阻尼波 周期 T_{β_1} hr	$\frac{T_{\beta_1} - T_0}{T_0} \%$	β_2 阻尼波 周期 T_{β_2} hr	$\frac{T_{\beta_2} - T_0}{T_0} \%$	f -平面上 β_3 阻尼波周期 T_{β_3} hr	$\frac{T_{\beta_3} - T_0}{T_0} \%$	Stokes 波 周期 T_∞ hr	$\frac{T_\infty - T_0}{T_0} \%$
5.5	16.5—17.5	2.16—1.97	319.4—350.2	5.4—5.6	0	5.5—5.7	2	5.7—5.9	5	5.5—5.7	2	5.8—6.1	8
6.0	16.5	2.16	319.4	5.4	-10	5.5	-8	5.7	5	5.5	-8	5.8	-3
5.6	17.0	2.06	334.9	5.5	-2	5.6	0	5.8	4	5.6	0	6.0	7
?	20.6	1.57	439.4	5.9	? 平均 4	6.0	? 平均 3	6.3	? 平均 5	6.2	? 平均 3	7.3	? 平均 6

Sandy Hook

 $\alpha = 4.2 \times 10^{-4}$, $d = 54.9\text{m}$, ($l = 139.7\text{km}$), $\varphi = 40^\circ\text{N}$, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 2, 3, 4) \times 10^{-4}\text{sec}^{-1}$

观测周期 T_∞ hr	飓风移行 速度 ω m/sec	相对波数 κ	波长 λ km	无阻尼波 周期 T hr	$\frac{T - T_0}{T_0} \%$	β_1 阻尼波 周期 T_{β_1} hr	$\frac{T_{\beta_1} - T_0}{T_0} \%$	β_2 阻尼波 周期 T_{β_2} hr	$\frac{T_{\beta_2} - T_0}{T_0} \%$	f -平面上 β_3 阻尼波周期 T_{β_3} hr	$\frac{T_{\beta_3} - T_0}{T_0} \%$	Stokes 波 周期 T_∞ hr	$\frac{T_\infty - T_0}{T_0} \%$
7.0	16.5—17.5	2.16—1.97	380.2—416.9	6.4—6.6	-7	6.5—6.7	-6	6.9—7.1	0	6.9—7.2	1	6.9—7.2	1
7.0	16.5	2.16	380.2	6.4	-9	6.5	-7	6.9	-1	6.9	-1	6.9	-1
7.2	17.0	2.06	398.6	6.5	-10	6.6	-8	7.0	-3	7.1	-1	7.1	-1
8.0	20.6	1.57	523.1	7.1	-11 平均 9	7.2	-10 平均 8	7.8	-3 平均 2	8.3	3 平均 2	8.6	8 平均 3

也就是说,其湍阻尼衰亡因子与 Robinson 波的湍阻尼衰亡因子相差无几^[1]。

模型与观测的比较

W. Munk, F. Snodgrass 和 G. Carrier^[2] 曾利用 Stokes 边缘波模型计算了沿美国东海岸传播的四次飓风潮所诱发的边缘波(余振)在 Atlantic City 和 Sandy Hook 两地所表现出来的振动周期;作者利用本文给出的弥散关系式,依据 Munk 等人的观点,也计算了上述的周期,并与实地观测值和依据 Stokes 波的计算结果作了比较,兹列于上页表。

表中的 T_0 为周期的观测值; T_∞ 代表依 Stokes 波计算的周期^[2]; T 为依本模型但不考虑 Coriolis 力的无阻尼零阶边缘波计算的周期, T_β 和 $'T_\beta$ 分别为经过湍阻尼修正后和又经过了 Coriolis 力修正后的零阶边缘波的计算周期。由表可见, f -平面上的阻尼边缘波模型构成了相对最优的方案。

最后应指出,本模型的湍阻尼效应是通过引进一个线化底摩擦表达式来实现的^[3];无疑,这在很大的程度上带有主观随意性,故这是本模型引入的物理假设中的一个最大的弱点。

参 考 文 献

- [1] 冯士筴, 1979. f -平面上的宽陆架诱导阻尼波. 海洋学报 1(2):177—192.
- [2] Munk, W., F. Snodgrass & G. Carrier, 1956. Edge Waves on the Continental Shelf. *Science*, 123: 127—132.
- [3] Mysak, L. A., 1968. Edgewaves on a Gently Sloping Continental Shelf of Finite Width. *J. Mar. Res.* 26(1): 24—33.
- [4] Reid, R. O., 1958. Effect of Coriolis Force on Edge Waves (I) Investigation of the Normal Modes. *J. Mar. Res.* 16(2): 109—144.

A MODEL OF DISSIPATIVE TRAPPED-WAVES ON A UNIFORMLY SLOPING SHELF OF FINITE WIDTH

Feng Shizuo (Feng Shih-zao)

(Shandong College of Oceanology)

Abstract

Numerical calculations of the dispersion relationship of dissipative trapped-waves on an uniformly sloping continental shelf of finite width are made to elucidate with emphasis the influences of bottom stress and/or width of continental shelf upon the waves on an f-plane. For edge waves the influences are: 1. The order of magnitude of relative frequencies for edge waves travelling on a continental shelf with "broad" width ($\mathcal{O}(\delta) = 1$) is less than with "narrow" width ($\mathcal{O}(\delta) < 1$). 2. The influence of Coriolis force on edge waves is measured by $\mathcal{O}(\sqrt{\delta})$; for $\mathcal{O}(\delta) = 1$, the fundamental edge wave travelling to the right (facing the sea from the shore) in the northern hemisphere can have a particular relative wave number point corresponding to a zero group velocity; there is a relative wave number region where the Coriolis force can have the dominant effect. 3. The effect of turbulence-damping on edge waves is measured by $\mathcal{O}(\sqrt{\delta} \mu/\kappa)$, where κ and μ denote the relative wave number and the relative turbulence-damping coefficient respectively; on an f-plane, the turbulence-damping can have different influences, particularly in the case where $\mathcal{O}(\delta) = 1$, upon the characteristics of two edge waves which travel along the shore in the opposite directions. For continental Shelf waves the influences are: 1. The difference between the influences of a "broad" shelf and a "narrow" shelf upon the relative frequencies of the continental shelf waves is only in magnitude but not in the order of magnitude. 2. The significant effect of turbulence-damping on the relative frequencies of continental shelf waves is found only in a narrow relative wave number region, particularly for the zero-order waves with $\mathcal{O}(\delta) = 1$.

Finally, a comparison between the models and some observations is made for edge waves.