

# 均匀浅海中的平均声强与距离的关系

唐应吾

(中国科学院声学研究所)

均匀浅海中的平均声强,首先由布列霍夫斯基赫研究过<sup>[3]</sup>,继后又有一些文献对这个问题进行了较深入的研究<sup>[4]</sup>。由于过去的理论在对简正波求和时一直扩展到  $l = \infty$  ( $l$  为简正波的序号数),这就使其结果难于同声源邻近的球面自由场相衔接。当要考虑到近场的一些特性时,必须顾及到声源在浅海中所激发的简正波数目的有限性。

海底对海水中声场的影响是通过平面声波在其上的反射系数来表现的。通常由于海底具有复杂的分层结构,平面声波在其上的反射系数过分繁复,不便使用。为简化问题,人们对海底提出各种参数模型并通过其上的反射损耗来描述海底。目前,用得较多的是所谓“三参数模型”<sup>[1,4]</sup>:

$$-\ln |V| = \begin{cases} Q\alpha, & \alpha \leq \alpha^* \\ -\ln |V_b|, & \alpha > \alpha^*, \end{cases} \quad (1)$$

以上  $|V|$  为平面声波在海底上的反射系数的模,  $Q = \frac{\partial}{\partial \alpha} [-\ln |V(\alpha)|]_{\alpha=\alpha^*}$ ,  $\alpha^*$  为显著反射区与弱反射区之间的临界角,  $|V_b|$  为大掠射角区的常值反射系数的模,  $\alpha$  为掠射角。

本文采用“三参数模型”来描述海底,并考虑到声源在海水中所激发简正波数目的有限性,来研究均匀浅海中的平均声强随距离的下降规律。

## 一、平均声强

按照布列霍夫斯基赫的作法<sup>[3]</sup>,可写出等深度均匀浅海中平均声强  $I(r)$  的表达式:

$$I(r) = \frac{2\pi I_0}{kH^2 r} \sum_{l=1}^N e^{-2\beta_l r}, \quad (2)$$

这里  $I_0$  为离声源单位距离处的平均声强,  $k$  为海水中的波数;  $H$  为海深;  $r$  为声源至接收点的水平距离;  $N \approx kH/\pi$  为水层中简正波的数目;  $\beta_l$  为第  $l$  号简正波的衰减系数:

$$\beta_l = \begin{cases} \frac{Q}{2} \left( \frac{l\pi}{kH} \right)^2 \frac{1}{H}, & l \leq l_1, \\ -\frac{l\pi \ln |V_b|}{2kH^2}, & l > l_1, \end{cases} \quad (3)$$

$l_1 \doteq kH \sin \alpha^*/\pi$ 。把 (3) 式代入 (2) 式中,利用欧拉求和公式<sup>[2]</sup>,得

$$I(r) = I_1(r) + I_2(r)。 \quad (4)$$

式中

$$I_1(r) = \left(\frac{\pi}{QHr^3}\right)^{1/2} I_0 \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{Qr}{H}} \sin \alpha^*\right), \quad (5)$$

$$I_2(r) = \frac{-2I_0}{r^2 \ln |V_b|} \left[ \exp\left(\frac{r \sin \alpha^* \ln |V_b|}{H}\right) - \exp\left(\frac{r}{H} \ln |V_b|\right) \right]. \quad (6)$$

这儿  $\operatorname{erf}(x)$  为  $x$  的误差函数。

下面来看两种特殊情况。

1. 当  $\sin \alpha^* = 1$  时, (6) 式变为零, 而 (4) 式化为 (5) 式。

2. 当条件

$$Qr \sin^2 \alpha^* < H \quad (7)$$

和

$$-r \ln |V_b| < H \quad (8)$$

成立时, (5) 式和 (6) 式可简化为

$$I_1(r) = \frac{2I_0}{Hr} \sin \alpha^*, \quad (9)$$

$$I_2(r) = \frac{2I_0}{Hr} (1 - \sin \alpha^*), \quad (10)$$

而 (4) 式变为

$$I(r) = \frac{2I_0}{Hr}. \quad (11)$$

这些结果表明, 当  $\alpha^* < 30^\circ$  时, 在离声源不远的地方, 有  $I_2(r) > I_1(r)$ , 这个不等式随着  $\alpha^*$  减小而加强; 当  $\alpha^* > 30^\circ$  时, 在离声源不远的地方, 有  $I_1(r) > I_2(r)$ 。

## 二、 $I(r)$ 随 $r$ 的下降规律

由于在离声源不远的地方,  $I_1(r)$  和  $I_2(r)$  对  $I(r)$  的贡献大小, 有赖于  $\alpha^*$ 。因此, 下面分两种情况来讨论。

### 1. $\alpha^* > 30^\circ$ 的情况

把 (8) 式中的不等号换为等号, 从其中解出  $r$  来并记之为  $r'_1$ , 有

$$r'_1 = H / (-\ln |V_b|). \quad (12)$$

显然, 当  $r < r'_1$  时, (4) 式可简化为

$$I(r) = \frac{2I_0}{Hr}. \quad (11)$$

公式 (11) 中的  $r$  只受限于上<sup>1)</sup>, 故可将它与声源邻近的球面自由场

$$I(r) = \frac{I_0}{r^2}$$

相衔接, 得第一过渡距离  $r_1$ :

$$r_1 = \frac{H}{2}. \quad (13)$$

1) 即 (11) 式中的  $r$  不能大于某一数值。

我们把  $r < r_1$  的区域称为“近场”。显然,在近场范围内  $I(r) = I_0/r^2$  为球面自由场,即  $I(r)$  随  $r$  呈球面规律衰减且与海洋的环境参数无关。

由于在所讨论的情况下 ( $\alpha^* > 30^\circ$ ),  $I_1(r) > I_2(r)$ , 故欲讨论  $I(r)$  随  $r$  的下降规律,只要讨论  $I_1(r)$  随  $r$  的下降规律就行了。

从 (7) 式中解出  $r$ , 并用等号 (=) 来代替不等号 (<), 以此  $r$  值作为第二过渡距离  $r_2$ :

$$r_2 = \frac{H}{Q \sin^2 \alpha^*} \quad (14)$$

我们把  $r_1 < r < r_2$  的区域称为“中场”。显然,在中场范围内,声强由公式 (9) 给出,即  $I(r)$  随  $r$  呈柱面规律衰减,且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H$  和  $\alpha^*$  所控制。

从 (5) 式中可以看出,当  $r > r_2$  时,有

$$I(r) = I_1(r) = \left(\frac{\pi}{QH}\right)^{1/2} \frac{I_0}{r^{3/2}} \quad (15)$$

在  $r > r_2$  的区域内,高号筒正波迅速地被淘汰掉,到  $2\beta_1 r = 1$  时,即

$$r = r_3 = \frac{k^2 H^3}{\pi^2 Q} \quad (16)$$

时,就仅残留第一号筒正波。我们取这个距离为第三过渡距离  $r_3$ 。并把  $r_2 < r < r_3$  的区域称为“远场”。显然,在远场范围内,声强由 (15) 式给出,即  $I(r)$  随  $r$  呈“二分之三次方规律”衰减,且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H, Q$  所控制。

我们把  $r > r_3$  的区域称为“超远场”。显然,在超远场范围内,声强由公式

$$I(r) = \frac{2\pi I_0}{H^2 k r} \exp\left(-\frac{Q\pi^2 r}{k^2 H^3}\right) \quad (17)$$

给出。这时,  $I(r)$  随  $r$  呈“柱面指数规律”衰减,且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H$  和  $Q$  所控制。

除了  $r_1$  的表示式外,本节中的一切结果皆与文献 [4] 相同。

## 2. $\alpha^* < 30^\circ$ 的情况

$\alpha^* < 30^\circ$  的情况较为普遍。当  $r < r'_1$  ( $r'_1$  由 (12) 式给出) 时,一方面有近似式 (11), 另一方面有不等式  $I_2 > I_1$ 。经过上面同样的讨论可得第一过渡距离  $r_1 = H/2$ 。当  $r > r'_1$  时,  $I_2(r)$  随  $r$  的下降速度大于  $I_1(r)$  的,因此,在某一距离上,等式

$$I_1(r) = I_2(r) \quad (18)$$

成立。由上式解出一个特定的距离  $r_0$  (通常用图解法解之)。如果  $r_0 < r_2$ , 我们把  $r_1 < r < r'_1$  的区域称为“近中场”,显然,在近中场内,声强由 (11) 式给出。我们把  $r'_1 < r < r_0$  的区域称为“中中场”,在中中场内声强的表达式为

$$I(r) = -\frac{2I_0}{r^2 \ln |V_b|} \exp\left(\frac{r \sin \alpha^* \ln |V_b|}{H}\right), \quad (19)$$

即这时声强随  $r$  呈“球面指数规律”衰减,且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H, \alpha^*$  和  $|V_b|$  所控制。我们把  $r_0 < r < r_2$  的区域称为“远中场”。显然,在远中场范围内声强由表式 (9) 给出,即这时  $I(r)$  随  $r$  呈“柱面规律”衰减,且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H$  和  $\alpha^*$  所控制。

以上是  $r_2 > r_0$  的情况。

当  $r_2 < r_0$  时,远中场不存在,因此,第二过渡距离就不能用 (14) 式中的  $r_2$ , 而应该

用  $r_0$  作为第二过渡距离。为了区别于 (14) 式中的  $r_2$ , 我们以  $f_2$  来表示由  $r_0$  给出的第二过渡距离。由 (18) 式可解出  $f_2$  的近似值为

$$f_2 = \frac{4QH}{\pi} \left[ \ln |V_b| \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{Qf_2}{H}} \sin \alpha^* \right) \right]^{-2} \exp \left( \frac{2f_2 \sin \alpha^* \ln |V_b|}{H} \right). \quad (20)$$

我们把  $r_1 < r < f_2$  的区域称为“准中场”, 显然, 在准中场范围内, 声强由 (4) 式给出, 即这时  $I(r)$  随  $r$  近似地按球面规律衰减, 且  $I(r)$  由海洋环境参数  $H, Q, \alpha^*$  和  $|V_b|$  所控制。

在远场  $f_2 < r < r_3$  内, 声强由 (15) 式给出。

在超远场  $r > r_3$  内, 声强由 (17) 式给出。

从以上讨论可知, 当  $\alpha^* < 30^\circ$  时, 中场的情况较为复杂, 它具有难以用实验来观测到的精细结构, 且  $I(r)$  随  $r$  的下降规律是介于柱面规律与球面规律之间的, 其倾向性有赖于  $Q$  的大小,  $Q$  值小时, 柱面衰减规律占主导地位; 而当  $Q$  值大时, 球面衰减规律占主导地位。

综合以上的讨论, 得  $I(r)$  随  $r$  的下降规律为:

(1) 在近场  $r < r_1$  内 (Weston<sup>[5]</sup> A 区), 有

$$I(r) = \frac{I_0}{r^2};$$

(2) 在中场  $r_1 < r < r_2$  内或  $r_1 < r < f_2$  内 (准 Weston B 区), 有

$$I(r) = I_1(r) + I_2(r);$$

(3) 在远场  $r_2 < r < r_3$  内或  $f_2 < r < r_3$  内 (Weston C 区), 有

$$I(r) = \left( \frac{\pi}{QH} \right)^{1/2} \frac{I_0}{r^{3/2}},$$

(4) 在超远场  $r > r_3$  内 (Weston D 区), 有

$$I(r) = \frac{2\pi I_0}{kHr} \exp \left( -\frac{\pi^2 Qr}{k^2 H^3} \right).$$

### 三、第二过渡距离随频率的变化

因为在第二过渡距离的表达式中含有参量  $Q$  和  $\alpha^*$ , 而这两个量都是频率的函数, 所以第二过渡距离也是频率的函数。我们根据均匀浅海中的声传播资料<sup>1)</sup>, 总结出了第二过渡距离随频率的变化关系 (见图 1)。由于实验海区海底表层中的声速略低于海水中的声速 (这意味着当频率较高时,  $Q$  值较大), 所以要用公式 (14) 和 (20) 来计算第二过渡距离, 算得的结果示于图 1。图上的圆圈是按 (14) 式算出的, 黑点是按 (20) 式算出的, 虚线为实验值。在做数值计算时, 海洋的环境参数选为:

$$Q = 1.55f^2 + 0.202 \quad (f: kc),$$

$$|V_b| = 0.25, H = 30 \text{ 米}, \alpha^* \text{ 随频率的变化关系列于表 1。}$$

1) 肖金泉等, “均匀浅海中声强与距离的关系”。(声学所内部报告, 该文已在第三届全国声学会议上宣读)

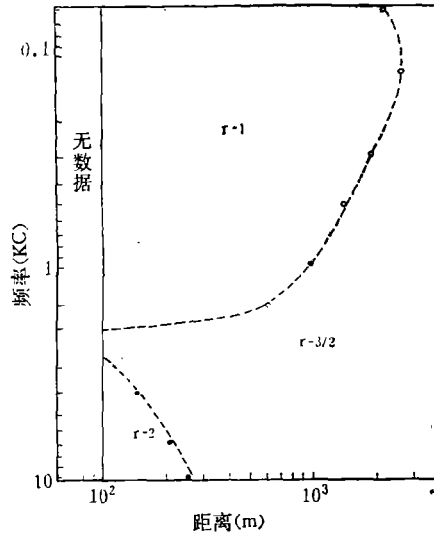


图 1 第二过渡距离对频率的依赖关系

表 1

$f(kc)$	0.06	0.12	0.3	0.5	1	1.5	2	4	7
$\alpha^*$	15°8'	13°38'	12°27'	11°1'	7°43'	7°2'	7°	7°	7°

从图 1 看出,本文理论结果较好地解释了实验数据。

## 参 考 文 献

- [1] 汪德昭、尚尔昌, 1981. 水声学. 科学出版社, 175—183 页。  
 [2] 华罗庚、王元, 1961. 积分的近似计算. 科学出版社, 1—4 页。  
 [3] 布列霍夫斯基赫, JI. M., 1960. 分层介质中的波. 科学出版社, 328—333 页。  
 [4] Shang E. C. (尚尔昌), 1976. Transition ranges of the average sound field in shallow Water. *Scientia Sinica* XIX (6): 784—804.  
 [5] Weston, D. E., 1971. Intensity-range relations in oceanographic acoustics, *J. Sound and Vib.* 18(2): 271—287.

## THE RELATION OF THE AVERAGE SOUND INTENSITY TO RANGE IN HOMOGENEOUS SHALLOW-WATER

Tang Yingwu

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

## ABSTRACT

Using a "three parameter" bottom model, the average sound intensity in homogeneous shallow-water with constant depth is found by a better expression to be finite for the normal mode number of water layer. The space structure of the sound field and some factors controlling the near, middle and far fields are discussed with this expression.