

# 胶州湾假潮现象的初步分析\*

刘凤树

(中国科学院海洋研究所, 青岛)

**提要** 本文分析了青岛大港验潮站 1956 至 1960 年的自记验潮记录上的副振动基本特性, 并从理论上探讨了该湾假潮的纵振和横振动力机制。确认这种振幅只有几毫米到几十毫米计的副振动是胶州湾的假潮现象。理论周期与实测值很相一致。这种现象 4 月份出现最多, 10 月份最少, 其产生原因与气团活动有关。

胶州湾大致呈漏斗形, 北部(湾顶)水浅, 南部(湾口)与外海相通, 湾口狭小, 水深流急, 平均深度约 8m, 最大深度达 50m 以上(见图 1)。

对青岛观象台大港验潮站 1956 至 1960 年 5 年自记验潮记录的分析结果表明, 各年的验潮曲线上, 均有振幅几毫米到几十毫米的微小副振动现象存在。从 5 年的副振动资料来看(见图 2), 各年 3—4 月份副振动出现的频率最多, 9—10 月份最少。从 5 年的平均情况看, 4 月份为最多, 10 月份最少, 似具有年周期变化。从验潮曲线上还可看出, 这种副振动现象在波峰和波谷处最显著。

## 一、假潮周期和振幅的统计分析

用统计方法, 将 1956 年全年的副振动资料求出逐月和全年各种周期和振幅的频率。统计结果表明, 假潮的周期频率曲线, 无论全年还是各月份(甚至出现次数较少的 7—12 月份)均有两个明显的高峰。以全年周期频率分布为例(见图 3): (1) 位于 7—12min 间, 出现率最多的为 9—12min, 占 25%; (2) 位于 25—30min 间, 出现率最多的为 24—27min, 占 13%。两峰的平均周期分别为:  $T_1 = 26\text{min}$ ;  $T_2 = 11\text{min}$ 。

在假潮的振幅频率曲线上, 仅有一个峰(见图 4), 其均值等于 23.7mm。

## 二、假潮周期和振幅的理论计算

本文分别从封闭及半封闭海湾的假潮理论来进行探讨。

### (一) 封闭海湾的假潮理论

假定所考察的水域是等深的、呈封闭卵形的海域, 且流体是不可压缩和无粘滞性的, 将自由振动方程用极坐标  $(r, \theta)$  表示, 并假定垂直位移  $\zeta$  作如下的周期变化:

\* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 1265 号。本文于 1963 年完成。承王凤华同志协助工作, 在此深致谢意。

收稿日期: 1983 年 5 月 3 日。

$$\zeta = \zeta(r, \theta) \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (1)$$

则运动方程式可写成如下的形式:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \theta^2} + k^2 \zeta = 0 \quad (2)$$

边界条件则为<sup>[2]</sup>:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial r} - \frac{f'(\theta)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \right\} \zeta = 0 \quad (3)$$

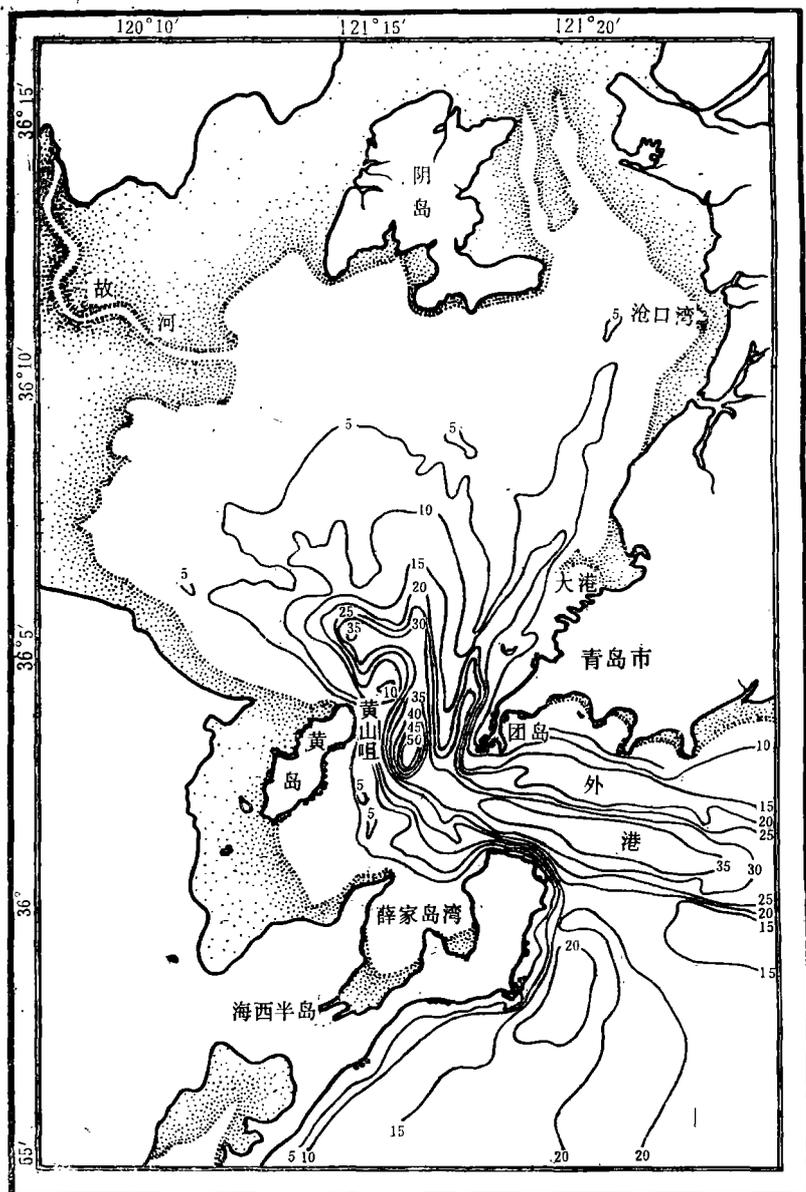


图1 胶州湾的地形(等深线单位: m)

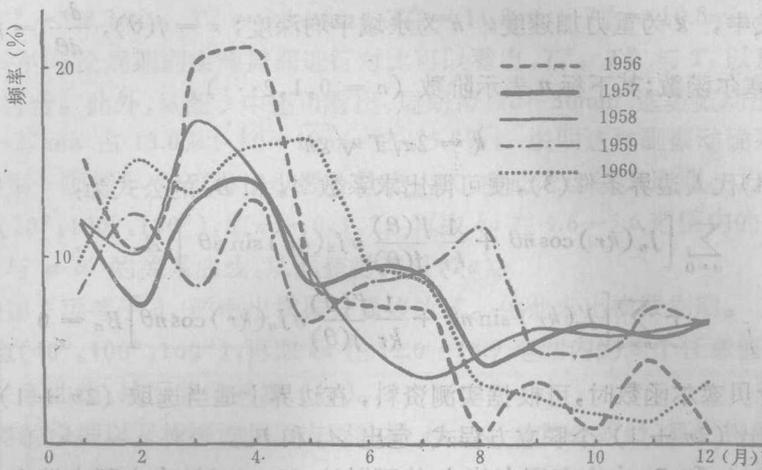


图2 1956—1960年期间假潮出现频率分布

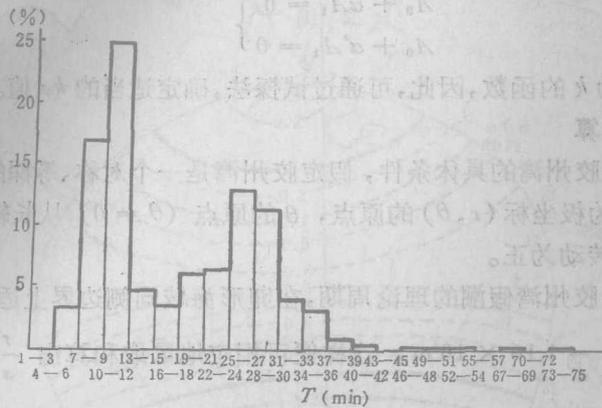


图3 全年周期频率分布

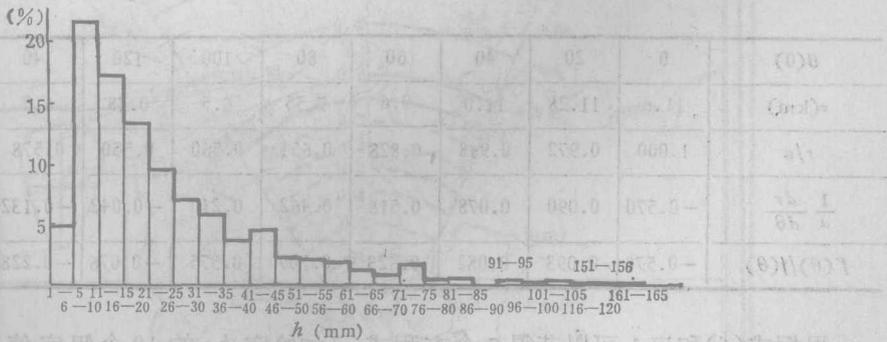


图4 全年振幅频率分布

方程(1)的通解为:

$$\zeta = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(kr) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_n(kr) \sin n\theta \quad (4)$$

上述各式中,  $g$  为重力加速度;  $h$  为水域平均深度;  $r = f(\theta)$ ,  $\frac{dr}{d\theta} = f'(\theta)$ ;

$J_n(kr)$  为贝塞尔函数; 其下标  $n$  表示阶数 ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )。

$$k = 2\pi/T \sqrt{gh} \quad (5)$$

将公式(4)代入边界条件(3), 便可得出求系数  $A_n$  和  $B_n$  的公式为:

$$\sum_{n=0} \left[ J'_n(kr) \cos n\theta + \frac{1}{kr} \frac{f'(\theta)}{f(\theta)} n J_n(kr) \sin n\theta \right] A_n + \sum_{n=0} \left[ J'_n(kr) \sin n\theta + \frac{1}{kr} \frac{f'(\theta)}{f(\theta)} n J_n(kr) \cos n\theta \right] B_n = 0 \quad (6)$$

当取  $n$  阶贝塞尔函数时, 可根据实测资料, 在边界上适当选取  $(2n+1)$  个点, 这样可由式(6)得出  $(2n+1)$  个联立方程式, 定出  $A_n$  和  $B_n$ 。

由于系数  $A_n$  和  $B_n$  中含有固有值  $k$ , 故可以从  $(2n+1)$  个方程中消去  $A, B$ , 导出周期方程:

$$\left. \begin{aligned} A_0 + \alpha A_1 &= 0 \\ A_0 + \alpha' A_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因为式中  $\alpha$  和  $\alpha'$  均为  $k$  的函数, 因此, 可通过试探法, 确定适当的  $ka$  值。

### 1. 理论周期的计算

基于上述理论和胶州湾的具体条件, 假定胶州湾是一个对称、等深的卵形海区, 并以其长轴 ( $2a$ ) 的中点为极坐标  $(r, \theta)$  的原点,  $\theta$  的原点 ( $\theta = 0$ ) 从长轴的北端(湾顶)起算, 并以顺时针方向转动为正。

为了近似地算出胶州湾假潮的理论周期, 在卵形海域同侧边界上适当地选取 5 个点, 并取  $n = 0, 1, 2$ 。  $a = 1.16 \times 10^3 \text{m}$ 。 这样便可相应地量取和算出  $\frac{r}{a}$ ,  $\frac{f'(\theta)}{a}$ ,  $\frac{f'(\theta)}{f(\theta)}$  等值(如表 1 所示)。

表 1 不同方向角的  $r, \frac{r}{a}, \frac{f'(\theta)}{f(\theta)}$  值

$\theta(0)$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$r(\text{km})$	11.6	11.28	11.0	9.6	7.55	6.5	0.38	6.7	8.45	11.6
$r/a$	1.000	0.972	0.948	0.828	0.651	0.560	0.550	0.578	0.728	1.00
$\frac{1}{a} \frac{dr}{d\theta}$	-0.570	0.090	0.078	0.516	0.462	0.210	-0.042	-0.132	-0.540	-0.570
$f'(\theta)/f(\theta)$	-0.570	0.093	0.082	0.623	0.709	0.375	-0.076	-0.228	-0.741	-0.570

根据式(6)和表 1 可以获得 5 个方程式。如给定  $ka$  的 10 个假定值在 4.6—12.8 这个范围内, 再应用式(7)求出  $\alpha-\alpha'$  的相应值, 则可绘出  $ka$  与  $\alpha-\alpha'$  的关系曲线, 从曲线上大致可以确定出周期方程的根:

$$ka = 4.84, 5.19, 12.30, 12.49.$$

将这 4 个值分别代入公式 5 中, 则得出相应的理论周期为:

$$T_1^* = 28.3\text{min}; T_2^* = 26.4\text{min}; T_3^* = 11.2\text{min}; T_4^* = 10.8\text{min}。$$

将所求得理论周期同实测周期进行对比可以看出,  $T_1^*$ ,  $T_2^*$  与  $T_1$  以及  $T_3^*$ ,  $T_4^*$  与  $T_2$  有较好的符合。此外, 从图 3 中还可看出, 周期为 28—30min 这类振动出现的频率占 11.5%; 25—27min 占 13.0%; 10—12min 占 25.0%, 说明这种副振动确系假潮现象。

令式(6)第一项等于 0, 可得出纵振分量表达式, 由此求出纵振周期。方法是, 在边界上取 3 个点 ( $20^\circ, 100^\circ, 180^\circ$ ), 取  $n = 0, 1, 2$ 。再取  $ka$  在 4.6—5.6 范围内的 6 个任意值, 便可得出  $ka$  与  $\alpha - \alpha'$  的关系曲线, 从而获得其根 ( $ka$ )。

令式(6)第 2 项等于 0, 便得出横振分量表达式。由此求出横振周期。方法是, 在边界上取 3 个点 ( $40^\circ, 100^\circ, 160^\circ$ ), 再取  $ka$  在 12.0—13.9 范围内的 8 个任意值, 同样可求出  $ka$  与  $\alpha - \alpha'$  关系曲线, 从而获得其根 ( $ka$ )。

从所求得的纵振以及横振的周期方程的根 ( $ka$ ), 并用公式(5)算出相应的周期分别为:

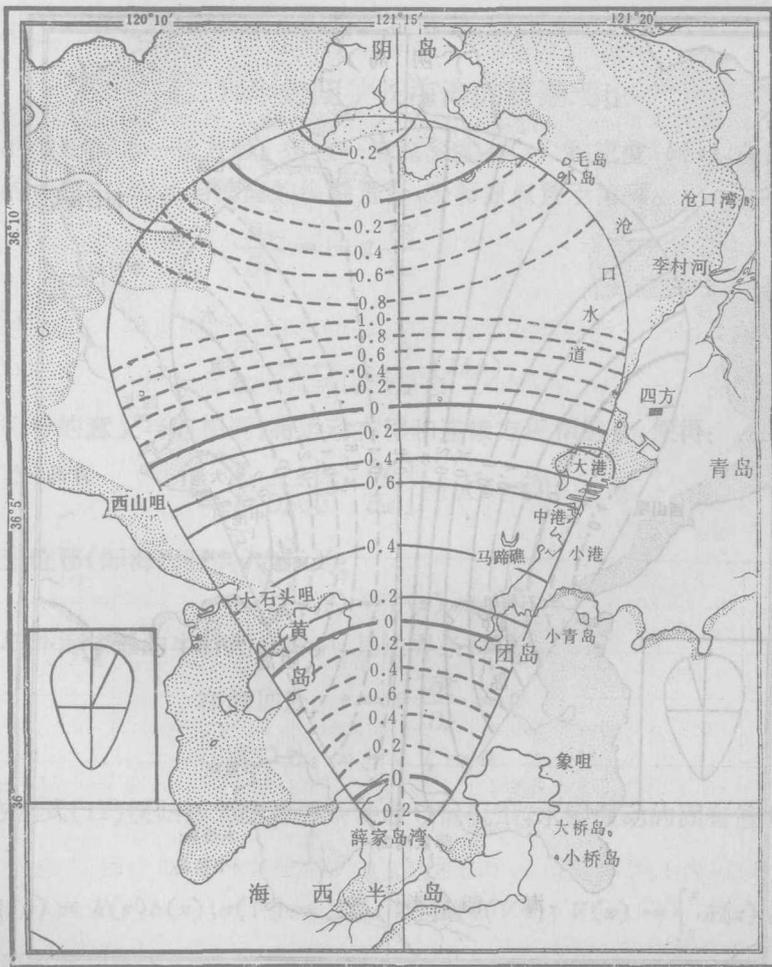


图 5 封闭(卵形)海湾假潮纵振相对振幅 ( $\frac{\xi}{H}$ ) 的分布

$$ka = 13.1, T'_2 = 10.5\text{min}; ka = 5.35, T'_1 = 25.6\text{min}.$$

计算结果表明,理论周期  $T'_1, T'_2$  分别与实测周期  $T_1, T_2$  相符。因此,可以认为: 实测周期  $T_1$  和  $T_2$  即分别为胶州湾的纵振周期和横振周期。

## 2. 相对振幅理论模式的计算

(1) 纵振相对振幅的理论分布: 为便于计算,在边界上取 5 个点( $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ, 140^\circ, 180^\circ$ ), 并取  $n = 0, 1, 2, 3, 4$ , 根据实测周期  $T_1$  和公式(5)得知  $k = 4.8 \times 10^{-4}/\text{m}$ 。将表 1 中的相应各值代入式(6)第一项纵振分量, 即得系数  $A_n$  的值如下:

$$A_0 = 0.637A_1, A_2 = -1.185A_1, A_3 = 1.665A_1, A_4 = 0.559A_1.$$

将这些数值代入式(4)的第一项, 便得:

$$\zeta = [0.637J_0(kr) + J_1(kr) \cos \theta - 1.185J_2(kr) \cos 2\theta + 1.665J_3(kr) \cos 3\theta + 0.559J_4(kr) \cos 4\theta] A_1 \quad (8)$$

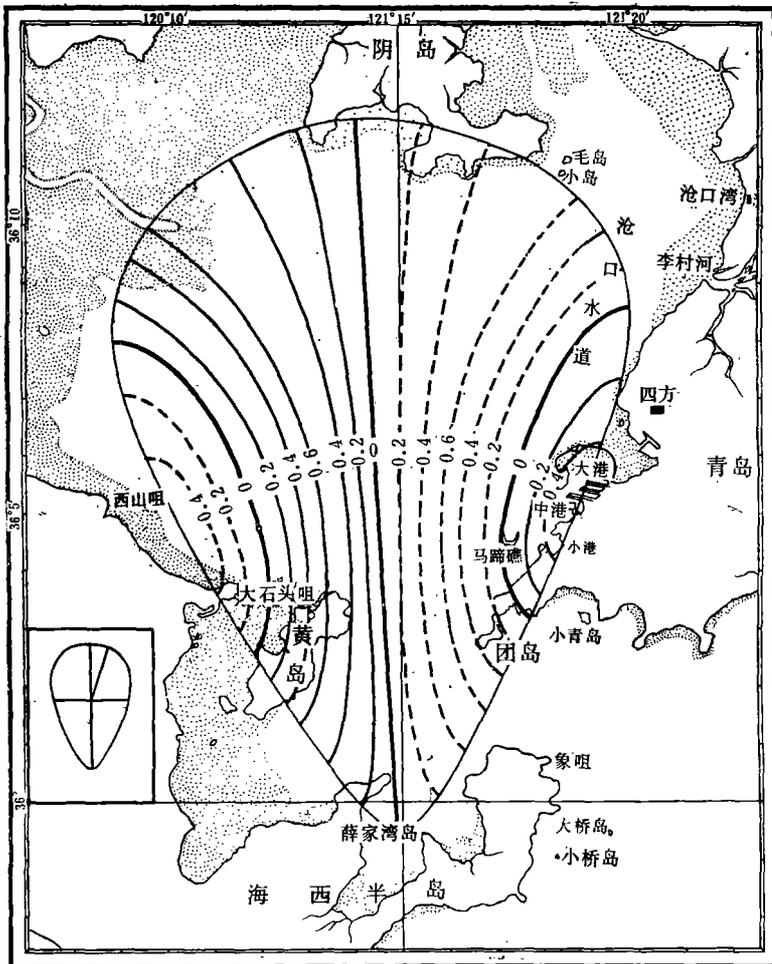


图 6 封闭(卵形)海湾假潮横振相对振幅  $\left(\frac{\zeta}{H}\right)$  的分布

根据公式(8)和表1中相对应的  $kr$  值,可求出  $\frac{\zeta}{H}$  值(见图5)。

图5表明,胶州湾的纵振是4节假潮,从南到北的节线分布是:第一条节线处在薛家岛附近,第二条在团岛至黄山咀附近,第三条在大港稍北,最后一条在毛岛稍北。

(2) 横振相对振幅的理论分布: 计算方法与前相同,为方便起见,仅在边界上取3个点( $40^\circ, 100^\circ, 160^\circ$ )并取  $n = 1, 2, 3$ 。据实测周期  $T_2$  算得  $k = 1.2 \times 10^{-3}/\text{m}$ , 将表1中的相应各值代入公式(6)第二项横振分量,便得系数  $B_n$  的关系式为:

$$B_2 = 2845B_1, \quad B_3 = 0.582B_1$$

将  $B_2$  和  $B_3$  代入式(4)中第二项,便得到描述横振幅分布的公式为:

$$\zeta = B_1[J_1(kr) \sin \theta + 2.845J_2(kr) \sin 2\theta + 0.582J_3(kr) \sin 3\theta] \quad (9)$$

根据公式(9)和表1中相应的  $kr$  值,求出  $\frac{\zeta}{H}$  值(如图6所示)。

图6表明: 胶州湾的横振动是3节假潮,其中一条节线与卵形海长轴相重合,其它两条节线则分别与前者对称,分布于东西两侧。

## (二) 半封闭狭长海湾的假潮理论

设海湾的横断面为一长方形,但这一海湾深度  $h(x)$  和宽度  $b(x)$  在纵向上是可变的。在以下的计算中,取  $x$  与海湾的纵轴重合,坐标原点置于湾顶。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (10)$$

连续方程为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (hbu) \quad (11)$$

方程中符号的意义与前相同,将运动方程和连续方程相组合,便得:

$$\frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left[ hb \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right] + k^2 \zeta = 0 \quad (12)$$

式中  $\zeta$  为垂直位移(即海面升高)表示为:

$$\zeta(x, t) = \zeta(x) \cos kt \quad (13)$$

在一端与外海相通的半封闭海湾中,其边界条件是:

$$\text{在湾顶处: } x = 0 \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0$$

$$\text{在湾口处: } x = c \quad \zeta = 0 \quad (14)$$

这样,方程式(12)便归结为在边界条件(14)情况下,求解振动的固有值和固有函数问题了。

$$\text{令: } A(x) = h(x)b(x); \sigma(V) = A[x(V)]b[x(V)]; V(x) = \int_0^x b(x) dx$$

则方程(12)可改写成如下的形式,即:

$$\frac{d}{dV} \left[ \sigma(V) \frac{d\zeta}{dV} \right] + \frac{k^2}{g} \zeta = 0 \quad (15)$$

而与这一方程相适应的边界条件则变为:

$$V = 0, \frac{d\zeta}{dV} = 0; \quad V = a = \int_0^c b(x) dx \quad \zeta = 0 \quad (16)$$

这里,  $a$  为海湾的表面面积。

令  $\frac{V}{a} = z$ , 则方程式(15)又可改写成

$$\frac{d}{dz} \left[ V(z) \frac{d\zeta}{dz} \right] + \lambda \zeta = 0 \quad (17)$$

边界条件(16)可改写为:

$$z = 0, \frac{d\zeta}{dz} = 0; \quad z = 1 \quad \zeta = 0 \quad (18)$$

这里,  $\sigma(z) = \beta \gamma(z) \beta$  的量纲为  $[L]^3$ 。  $\lambda = \frac{k^2 a^2}{g\beta}$

$$T = \frac{2\pi a}{\sqrt{\lambda g \beta}} \quad (19)$$

根据变分原理可以将方程(17)化为泛函数<sup>[1]</sup>

$$I(\zeta) = \int_0^1 \left[ \gamma(z) \left( \frac{d\zeta}{dz} \right)^2 - \lambda \zeta^2 \right] dz \quad (20)$$

设满足边界条件(18)的函数序列的线性组合为:

$$\zeta = \sum_{i=0}^m (z^2 - 1)^{i+2} A_i \quad (21)$$

其中容许函数则为  $\zeta = (z^2 - 1)^j$ 。在极值存在条件下,  $\frac{dI}{dA_i} = 0$

即得:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dA} = \sum_{i=0}^m \left[ \int_0^1 \gamma(z) \{2(i+2)(z^2-1)^{i+1} z\} \{2(j+2) \right. \\ \left. (z^2-1)^{j+1} z\} dz - \lambda \int_0^1 2(z^2-1)^{i+2} (z^2-1)^{j+2} dz \right] A_i = 0 \quad (22) \\ (j = 0, 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

令:

$$\begin{aligned} a_{ij} = \sum_{i=0}^m \int_0^1 2(i+2)(j+2)V(z)z^2(z^2-1)^{i+j+2} dz \\ I_{ij} = I_{i+j} = \sum_{i=0}^m \int_0^1 (z^2-1)^{i+j+2} dz \end{aligned}$$

则方程(22)可简化为:

$$\sum_{i=0}^m (a_{ij} - \lambda I_{i+j}) A_i = 0 \quad (23)$$

从方程式(23)可以确定系数  $A_i$  及周期, 若限于第二阶近似(即取  $m = 2$ ), 则方程(23)可写成:

$$\left. \begin{aligned} (a_{00} - \lambda I_0)A_0 + (a_{10} - \lambda I_1)A_1 + (a_{20} - \lambda I_2)A_2 &= 0 \\ (a_{01} - \lambda I_1)A_0 + (a_{11} - \lambda I_2)A_1 + (a_{21} - \lambda I_3)A_2 &= 0 \\ (a_{02} - \lambda I_2)A_0 + (a_{12} - \lambda I_3)A_1 + (a_{22} - \lambda I_4)A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

其周期方程的形式是:

$$\begin{vmatrix} (a_{00} - \lambda I_0) & (a_{10} - \lambda I_1) & (a_{20} - \lambda I_2) \\ (a_{01} - \lambda I_1) & (a_{11} - \lambda I_2) & (a_{21} - \lambda I_3) \\ (a_{02} - \lambda I_2) & (a_{12} - \lambda I_3) & (a_{22} - \lambda I_4) \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

从方程(25)中求出  $\lambda$  值, 代入公式(19)中即可获得周期值。

这里需指出, 由于  $a_i$  中含有  $r(x)$  的值比较难以确定, 一般方法是作一近似曲线, 使其与实测  $\sigma(x)$  曲线相符。另外, 由于  $\sigma(x) = \beta r(x)$ , 故  $\beta$  可用最小二乘方的方法来确定, 即:

$$\beta = \frac{\sum \sigma(x)r(x)}{\sum r(x)^2} \quad (26)$$

### 1. 理论周期的计算

假定团岛至黄山咀为本湾的湾口; 团岛至黄山咀以南是一个范围不大而带半独立性的小海湾。从而可以认为, 这个小海湾的水位变化与外海是一致的。如以湾北端为坐标原点, 则可得出  $\sigma(x)$  的标准曲线的表达式为:

$$\sigma(x) = \beta(x^2 + 0.005)(1 - 0.9x)^2 e^x \quad (27)$$

它与实测曲线符合得相当好(见图7)。

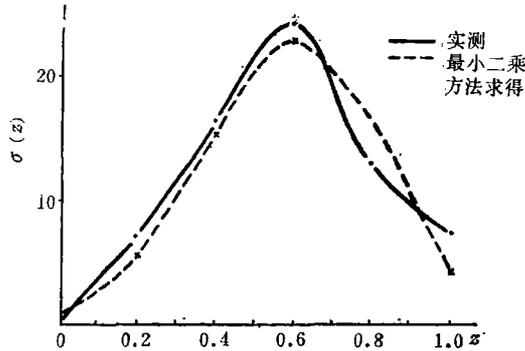


图7 半封闭(断面可变)型  $\sigma(x)$  的标准曲线

根据式(26)得到  $\beta = 152.3 \times 10^8 \text{m}^3$ , 而胶州湾的面积 ( $a$ ) 则为  $205.74 \times 10^6 \text{m}^2$ 。这样, 便可根据公式(25)求出周期方程为:

$$\lambda^3 - 3.5\lambda + 0.5\lambda = 0 \quad (28)$$

方程(28)的根为:

$$\lambda_1 = 3.36, \lambda_2 = 0.145, \lambda_3 = 0.$$

将它们代入公式(19)式中, 便得理论周期:

$$T_1'' = 30.3 \text{min}, T_2'' = 144.5 \text{min}.$$

根据梅立恩公式,在半封闭海湾中,基本振动周期

$$T = \frac{4l}{\sqrt{gh}} \cong 134.2 \text{min.}$$

因此,可以认为  $T_2'$  在胶州湾的振动中是可能存在的,但如前所指出,这类较长的振动在实测曲线上不显著。

## 2. 相对振幅理论模式的计算

将按式(24)获得的  $\frac{A_1}{A_0}$  之值(这里取  $m = 1$ ,  $\lambda_1 = 3.36$ ) 代入公式(21)中,则得到振幅分布的表达式为:

$$\zeta = A_0[(x^2 - 1)^2 + 1.107(x^2 - 1)^3] \quad (29)$$

图 8 指出了胶州湾相对振幅分布的计算结果。

计算结果表明,胶州湾的副振动是两节纵振假潮,一条位于湾口,另一条位于大港以

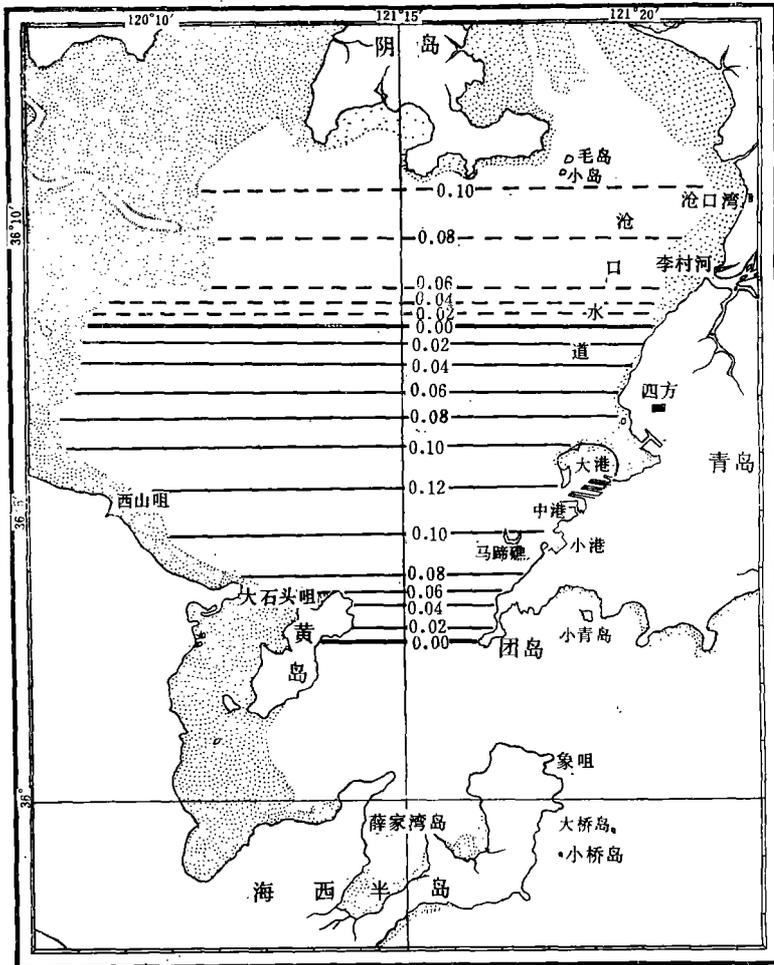


图 8 半封闭型假潮纵振相对振幅  $\left(\frac{\zeta}{H}\right)$  的分布

北。丑产警和意不利

五, 断潮生汽甜不利

高牙好, 出露演随成

### 三、假潮产生原因的讨论

表 2 列出了风向与假潮之间的统计关系。由表 2 可知: 这一海湾的假潮绝大多数出现在偏南风 and 偏北风的情况下, 而冬季各月(12—2 月)的假潮, 则几乎完全出现在偏北风情况下; 2—5 月份在偏南风情况下, 出现的假潮次数比偏北风情况下多; 夏季各月(6—9 月)份则几乎全出现在偏南风情况下。此外, 从全年增水风(S, SE, SW)频率分布和相应的平均风速以及减水风(N, NE, NW)频率分布和相应的平均风速同假潮出现次数对照来看(见图 9), 3—8 月份相关得比较好, 即: (1) 风速大、频率高时假潮出现次数比较多; (2) 在频率低、风速小, 或风速大、频率小以及风速小、频率高的三种情况下, 假潮出现次数均较少。1—2 月和 9—10 月份则比较紊乱。例如, 1956 年 9 月上旬的台风期间, 风向由偏南风(风速 8m/s 以上)转偏北风(风速 10m/s 以上), 但在此期间假潮出现次数很少, 我们初步推测产生这种现象的原因可能是由于周期较短的副振动被周期较长(增减水)的水位变化所掩盖, 乃使前者变化得不显著了。根据胶州湾(见图 1)南北长、东西狭的地形, 即可以南北方向为其长轴。因此可以认为, 与长轴方向近乎一致的偏南和偏北风最有利于胶州湾假潮的产生。此外, 从表 2 还可看出, 风的突然转向也是产生胶州湾假潮的一个可能原因。

表 2 1956 年各月不同风向情况下假潮的出现频率

风向 月份	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	转向	假潮出现次数	总计
1	86							38			124
2	14			6	50			18	S→N→W→E	3	91
3	68		12	15	54				S→N E→W	6 7	162
4	40		20	28	72			9			169
5	16			30	23						69
6	4			21	21				N→S W→E	3/7	56
7				4	52						56
8	2				2						4
9	14			1	10						25
10	4										4
11	24					4	4	4			36
12	6										6
总计	278		32	105	284	4	4	69		26	802

关于海湾的副振动大多数出现在波峰和波谷位置上这一问题, 我们认为可能是由于在停潮和平潮期间, 海水处在稳定状态中, 副振动易呈现出来, 而在其它部分, 海水处在不稳定状态中, 覆盖了这种微小副振动, 当然也有可能与验潮记录装置本身有关, 这个问题尚待进一步分析确定。

从分析假潮出现频率与气压变化频率的结果中, 似乎看不出两者有显著的关系, 但这

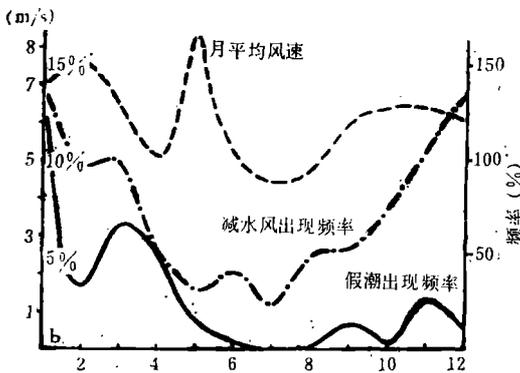
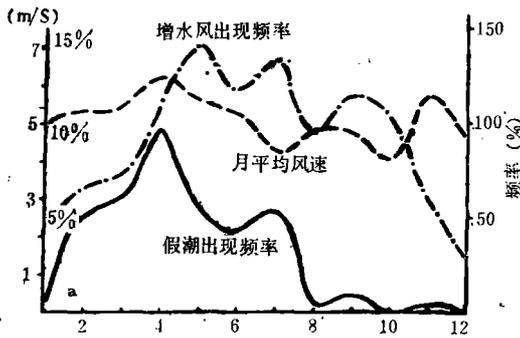


图9 增水风、减水风与相应出现的假潮次数

a. 增水风情况; b. 减水风情况

并不意味着气压的变化不能产生假潮,正如前所指出,较长周期(大于30min)的振动,在验潮曲线上不显著。

综合以上讨论,我们认为胶州湾的假潮,主要是由风所产生的,但两者的相关性,亦有待今后进一步探讨。

#### 参 考 文 献

- [1] 阎喜杰,1957。近似微积分学。科学出版社,142—144页。  
 [2] 日高孝次,1938。卵形湖海の自由振动。海と空18(11):383—386。

## A PRELIMINARY ANALYSIS OF SEICHE IN THE JIAOZHOU BAY\*

Liu Fengshu

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao)

#### ABSTRACT

An analysis of sea level during 1956—1960 shows that there existed weak sub-oscillation with amplitudes of several to tens mm and 7—30 minutes on the yearly tidal curves. The appearance frequency was high in March and April, and low in September and October. A great majority of the appearance frequency existed under the wind fields of by-south and by-north. The theoretical results are consistent with statistical.

\* Contribution No. 1265 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.