

渤海潮波运动的三维数值计算*

于克俊 张法高

(中国科学院海洋研究所, 青岛)

提要 本文采用 Leendertse(1973) 的三维非线性潮波微分方程的有限差分格式, 计算了渤海全日潮、半日潮。计算结果与实测符合良好。本文着重研究了 M₂ 分潮合成潮流的垂直变化及垂直潮流。

渤海的潮波运动是该海域的主要运动形式之一, 为了解其规律, 我国许多学者^[2,3]进行了渤海二维潮波运动的数值计算。本文为研究渤海污染问题, 考虑到有机污染物垂直分布不均匀, 在 Leendertse(1973)^[4] 三维模式的基础上, 结合渤海的具体情况作了一些修改, 计算了全日潮、半日潮以及潮流和垂直潮流。这样可以看出潮流的垂直变化, 其计算结果与实际情况更加符合。

一、计算方法

1. 基本方程

流体运动虽然水平方向起主导作用, 然而垂直方向速度对于垂直环流也是重要的。由于垂直加速度与重力加速度相比极小, 可以忽略, 因此潮波运动三维基本方程化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

上述方程在笛卡尔直角坐标系中, 取 xoy 平面为平均海平面; x 轴向东为正; y 轴向北为正; z 轴以平均海面为零, 铅直向上为正。

为了求解方程, 在垂直方向上把海区分为 B 层。 h_k 为第 k 层厚度, 并引入如下符

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 1295 号。本文承方国洪研究员修改, 杜渭山同志绘图, 特此致谢。
收稿日期: 1986 年 1 月 8 日。

号^[5]:

$$\langle \quad \rangle_k = \int_{k+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} (\quad) dz$$

根据上面符号对于方程(1)和(2)在第 k 层上进行垂直积分(下标略去)方程化为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle uu \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle uv \rangle}{\partial y} + (uw)_{k-\frac{1}{2}} - (uw)_{k+\frac{1}{2}} - f \langle v \rangle + \frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle \\ - \frac{1}{\rho} \left[(\tau_{k-\frac{1}{2}}^{xz} - \tau_{k+\frac{1}{2}}^{xz}) + \left\langle \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle vu \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle vv \rangle}{\partial y} + (vw)_{k-\frac{1}{2}} - (vw)_{k+\frac{1}{2}} + f \langle u \rangle + \frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle \\ - \frac{1}{\rho} \left[(\tau_{k-\frac{1}{2}}^{yz} - \tau_{k+\frac{1}{2}}^{yz}) + \left\langle \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

令 $\frac{1}{h_k} \int_{k+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} (\quad) dz$ 与被积函数的符号相同,即为被积函数在 k 层上的平均值,故

方程(5)和(6)化为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (hu)}{\partial t} + \frac{\partial (huu)}{\partial x} + \frac{\partial (huv)}{\partial y} + (uw)_{k-\frac{1}{2}} - (uw)_{k+\frac{1}{2}} - fhv + \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ - \frac{1}{\rho} [(\tau^{xz})_{k-\frac{1}{2}} - (\tau^{xz})_{k+\frac{1}{2}}] - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial (hA_x \frac{\partial u}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial (hA_y \frac{\partial u}{\partial y})}{\partial y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (hv)}{\partial t} + \frac{\partial (hvu)}{\partial x} + \frac{\partial (hvv)}{\partial y} + (vw)_{k-\frac{1}{2}} - (vw)_{k+\frac{1}{2}} + fhu + \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ - \frac{1}{\rho} [(\tau^{yz})_{k-\frac{1}{2}} - (\tau^{yz})_{k+\frac{1}{2}}] - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial (hA_x \frac{\partial v}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial (hA_y \frac{\partial v}{\partial y})}{\partial y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

连续方程为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \sum_{i=1}^B \left\{ \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} \right\} = 0 \quad (9)$$

$$w_{k-\frac{1}{2}} = - \sum_{i=k}^B \left\{ \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} \right\}_i = 0 \quad (10)$$

若考虑等密度情况下有:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g\rho \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = g\rho \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (12)$$

其中, t 为时间; u, v, w 分别为第 k 层平均流速在 x, y, z 方向上的分量; p 为第 k 层的平均压力; ζ 为瞬时海面高度; h 为第 k 层水深的厚度; g 为重力加速度; $f = 2\Omega \sin \phi$, Ω 为地球自转角速度, ϕ 为地理纬度; A 为侧向涡动粘性系数; τ^{xz}, τ^{yz} 分别为 x, y 方向上切应力在

z 方向上的分量。

2. 差分方程

求方程(7)–(12)的数值解,取正方形交错差分网格,差分网格和变量定义见图 1。

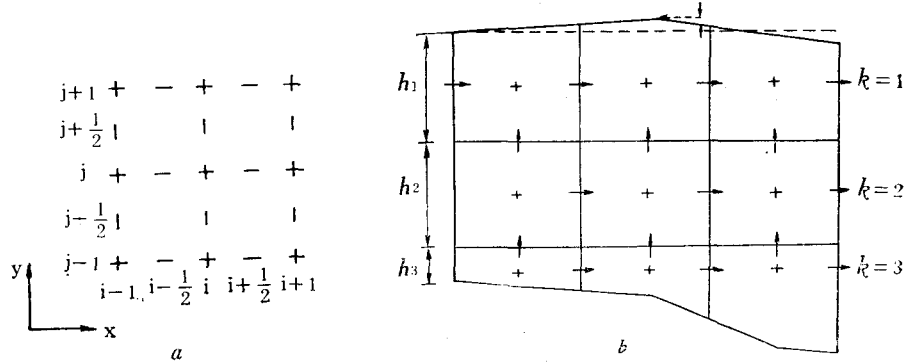


图 1 差分网格和变量定义

- a. 水平方向变量定义 +: ζ, h ; —: x 方向流速; |: y 方向流速。
- b. 垂直方向变量定义 →: x 方向流速; ↑: 垂直方向流速。

令 $F \equiv F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)$ 定义如下:

$$\bar{F}^x = \frac{1}{2} \left\{ F \left[\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t \right] + F \left[\left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t \right] \right\}$$

$$\delta_x F = \frac{1}{\Delta x} \left\{ F \left[\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t \right] - F \left[\left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t \right] \right\}$$

$$F_- = F[i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, (n-1)\Delta t]$$

根据以上符号差分方程为

$$\overline{\delta_i \zeta^t} = \sum_{i=1}^B \{ \delta_x(\bar{h}^x u) - \delta_y(\bar{h}^y v) \}_i \quad (i, j, n) \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \overline{\delta_i(\bar{h}^x u)^t} = & -\delta_x(\bar{h}^x u^x \bar{u}^x) - \delta_y(\bar{h}^y v^x \bar{u}^y) - \bar{h}^x \delta_z(\bar{u}^x \bar{w}^x) + f \bar{h}^x \bar{v}^x y \\ & - g \bar{h}^x \delta_x \zeta + \delta_x(h A_x \delta_x u)_- + \delta_y(\bar{h}^x \bar{A}_y^x \delta_y u)_- \\ & + (\tau^{xz})_{k-\frac{1}{2}} - (\tau^{xz})_{k+\frac{1}{2}} \quad \left(i + \frac{1}{2}, j, k, n \right) \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} \overline{\delta_i(\bar{h}^y v)^t} = & -\delta_x(\bar{h}^x u^y \bar{v}^y) - \delta_y(\bar{h}^y v^y \bar{v}^y) - \bar{h}^y \delta_z(\bar{v}^y \bar{w}^y) - f \bar{h}^y \bar{u}^y x \\ & - g \bar{h}^y \delta_y \zeta + \delta_x(\bar{h}^y \bar{A}_x^y \delta_x v)_- + \delta_y(h A_y \delta_y v)_- \\ & + (\tau^{yz})_{k-\frac{1}{2}} - (\tau^{yz})_{k+\frac{1}{2}} \quad \left(i, j + \frac{1}{2}, k, n \right) \end{aligned} \tag{15}$$

各层界面处的垂直流速和切应力由下式确定:

$$w_{k-\frac{1}{2}} = - \sum_{l=k}^B [\delta_x(\bar{h}^x u) + \delta_y(\bar{h}^y v)]_l \quad (i, j, k, n+1) \quad (16)$$

$$(\tau_{xz}^x)_{k+\frac{1}{2}} = \nu [(\delta_x \bar{u}_-)^2 + (\delta_x \bar{v}_-^{xy})^2]^{1/2} (\delta_x \bar{u}_-) \quad \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}, n\right) \quad (17)$$

$$(\tau_{yz}^y)_{k+\frac{1}{2}} = \nu [(\delta_x \bar{u}_-^{xy})^2 + (\delta_x \bar{v}_-)^2]^{1/2} (\delta_x \bar{v}_-) \quad \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}, n\right) \quad (18)$$

计算顶层和底层时分别考虑风应力和底摩擦力, 所以有

$$(\tau_{xz}^x)_{\frac{1}{2}} = \tau_{zx} \quad (19)$$

$$(\tau_{yz}^y)_{\frac{1}{2}} = \tau_{zy} \quad (20)$$

$$(\tau_{xz}^x)_{B+\frac{1}{2}} = g u_- [u_-^2 + (\bar{v}_-^{xy})^2]^{1/2} / (\bar{C}^x)^2 \quad \text{点} \left(i + \frac{1}{2}, j, B, n\right) \quad (21)$$

$$(\tau_{yz}^y)_{B+\frac{1}{2}} = g v_- [(\bar{u}_-^{xy})^2 + v_-^2]^{1/2} / (\bar{C}^y)^2 \quad \text{点} \left(i, j + \frac{1}{2}, B, n\right) \quad (22)$$

其中, ν 为垂直涡动粘性系数; C 为 Chezy 系数; τ_{zx}, τ_{zy} 为风应力在 x, y 方向上的分量, 计算潮流时 $\tau_i = 0$ 。

3. 初始条件和边界条件

初始条件取 $u = v = w = \zeta = 0$, 固体边界条件取垂直于边界的速度为零。开边界条件是认为水位是已知时间函数, 即:

$$\zeta = \sum_i H_i \cos(\sigma_i t - g_i)$$

其中, H, g 和 σ 分别是分潮的振幅、迟角和角频率。

二、渤海潮流数值计算结果

取 xoy 平面上网格节点的距离 $\Delta x = \Delta y = 14.84 \text{ km}$ (图 2)。 $\Delta z_1 = 7 \text{ m}$; $\Delta z_2 = 8 \text{ m}$; $\Delta z_3 =$ 从平均海面算起余下的水深值。开边界上水位考虑了 K_1 与 O_1 分潮的平均作为全日分潮的代表 (记为 m_1) 和半日分潮 M_2 。在开边界上调和常数选取与文献[2]相同。

经过试算定出侧向涡动粘性系数 $A = 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$, 垂直涡动粘性系数 $\nu = 70 \text{ cm}^2/\text{s}$ 。Chezy 系数 $C = 200 H^{1/6}$, 这里 H 为平均水深。根据稳定条件选定 $\Delta t = 207.01002 \text{ s}$ 。

1. 潮汐特征

根据计算结果绘成 m_1, M_2 同潮图。图 3 清楚表明, 潮波通过海峡, 由于柯氏力和地形等因素的影响, m_1 分潮在渤海海峡偏南处有一个无潮点, 潮波按逆时针方向绕此点旋转。辽东湾和渤海湾顶端振幅最大, 约为 39 cm 和 34 cm。莱州湾顶端振幅约为 20 cm。从图 4 看出, M_2 分潮在渤海有两个无潮点: 一个在秦皇岛附近, 另一个在黄河口附近。本文计算与文献[2]结果作了比较, 差别仅仅是: 本文计算的 M_2 分潮在秦皇岛附近的无潮点离岸稍远一些, 这是由于这里所取的 Chezy 系数稍大所造成的。

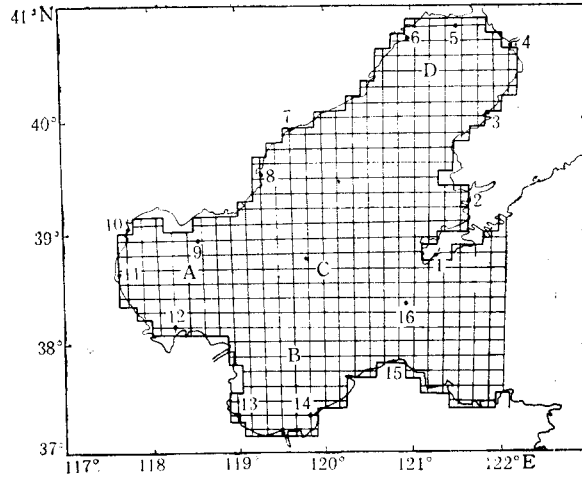
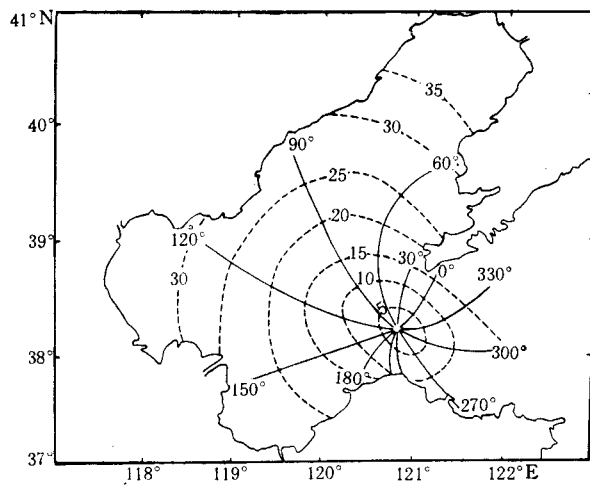


图2 计算网格

黑点表示沿岸潮汐站(地名见表1)

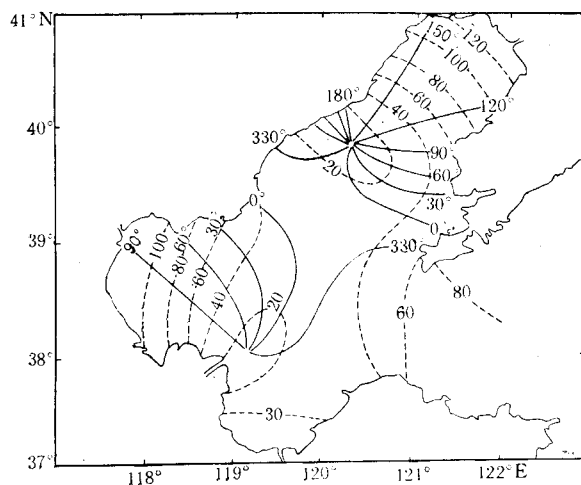
图3 m_1 分潮同潮图

另外,本文还对图2中的各验潮站 m_1 和 M_2 分潮的计算和实测结果作了比较,振幅和迟角偏差绝对值 ΔH 和 $\Delta\theta$ 如表1所示。由表1可以看出,符合程度良好。

2. 潮流的分布

为了表示潮流垂直分布结构,我们绘出图2中A、D'点的潮流分量的垂直分布图。图中 H 表示以平均海面起算的水深; h 表示每层中点位置; t 为太阴时。从图中明显看出,潮流速度的大小和方向随着水深的增加均有所变化。例如图5中,1太阴小时 v 分量在第一层指向北,而在第三层指向南。图6中,4太阴小时 u 分量在第一层指向东,而第三层指向西。

本文计算的潮流水平分布与文献[2]相近,限于篇幅只研究 M_2 分潮情况。一个分潮流椭圆长半轴的长度及对应的时间,可称为该分潮合成潮流的振幅和潮时。

图4 M_2 分潮同潮图表1 m_1 和 M_2 分潮计算和实测值的比较结果

No	地名	m_1		M_2	
		$\Delta H(\text{cm})$	$\Delta\theta(^{\circ})$	$\Delta H(\text{cm})$	$\Delta\theta(^{\circ})$
1	旅顺	0	3	5	1
2	葫芦岛	2	1	5	1
3	太平角	5	7	2	5
4	营口	6	1	1	5
5	大陵河口	8	7	7	1
6	葫芦岛	4	3	4	0
7	秦皇岛	3	2	11	10
8	湾河口	1	2	4	12
9	曹妃甸	2	2	3	9
10	塘沽	2	9	3	7
11	岐河口	11	16	9	4
12	洼拉沟	3	2	0	12
13	小清河	3	7	8	9
14	太平湾	0	1	16	8
15	蓬莱	2	2	1	5
16	北隍城岛	1	1	1	1

从图7a可以看出,渤海 M_2 潮流在第一层上有4个最大流区:长兴岛附近,老铁山水道,黄河口,渤海湾中部偏北。其流速值均可达到0.75 m/s以上。同时明显可以看出,渤海半日潮流有两个圆流点,半日潮流等潮时线,是绕圆流点作逆时针方向旋转的。从图7b中可以看出, M_2 合成潮流在第三层的速度明显地减小,并且时间超前。为了更清楚看出 M_2 潮流的垂直变化,以图2中的A,B,C,D点为例列表2。将表2中第三层与第一层相比较得到:A点的流速减小22 cm/s,时间提前18 min;B点减小7 cm/s,时间提前12 min;C点减小8 cm/s,时间提前18 min;D点减小11 cm/s,时间提前24 min。这些结果与方国

洪给出的基本特征相一致^[1]。

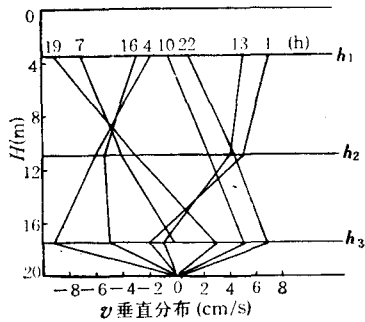


图5 A点分量v垂直分布(正值方向指北,负值方向指南)
H. 水深; h_i : i 层中点。

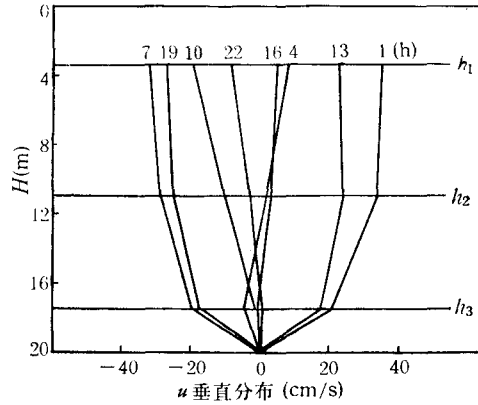


图6 D点分量u垂直分布(正值方向指东,负值方向指西)

表2 M₂合成潮流的垂直变化

计算点 \ k	1		2		3	
	\bar{w}	τ	\bar{w}	τ	\bar{w}	τ
A	67.2	0.6	60.8	0.4	44.7	0.3
B	28.8	0.6	26.7	0.5	22.1	0.4
C	40.6	6.1	38.8	6.0	32.2	5.8
D	57.8	1.9	53.8	1.8	46.9	1.5

k 表示层数; \bar{w} 为流速 (cm/s); τ 为时间 (h)。

从图8明显看出,半日潮流在第一层时,在渤海湾及辽东湾大部分地区为左旋,而其余大部分为右旋;而在第三层上,可以看出半日潮流左旋的范围扩大,这与理论结果也是一致的^[1]。

3. 垂直潮流

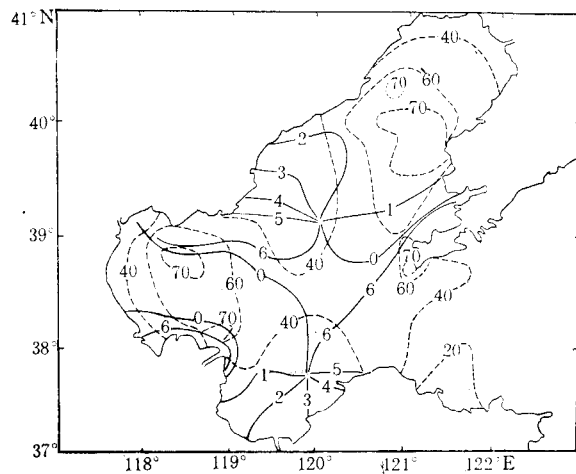
按照一般的长波理论,等深海区中,质点的垂直运动速度近似等于

$$w = \frac{h_b + z}{h_b} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (23)$$

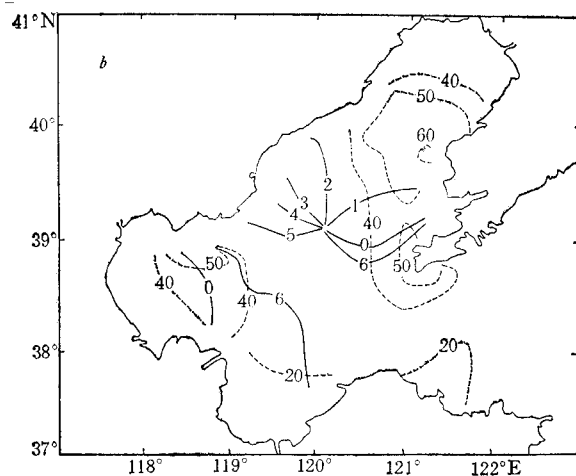
w 中角频率为 σ 的分量的振幅可表示为

$$\|W\| = \frac{h_b + z}{h_b} \sigma H \quad (24)$$

其中, h_b 为海底至平均海面的深度; z 为由平均海面到计算点的距离(本文所取的坐标是 $z < 0$); H 为角频率等于 σ 的分潮的潮汐振幅。为了检验由三维模型计算所得结果与简单理论结果之间的差异,我们分别绘出第二层(由平均海面起算 11 m 处),本文计算和理



a. 第一层;



b. 第三层

图7 M_2 合成潮流的等振幅(虚线,单位: cm/s)和等潮时线(实线,单位: h)

论计算(公式 24)所得的 M_2 分潮的 $\|W\|$ 值如图 9 所示。由图 9 可以看出,两者有一定相似之处,但差异是明显的。这表明在研究垂直潮流时,采用三维模型是必要的。从图 9a 中可以看出,渤海垂直潮流最大值在 0.02 cm/s 左右,一般在 0.005 cm/s 以下。

4. 潮余流

渤海第一层的潮余流形成三大强余流区,最强的潮余流出现在老铁山水道西侧,达 12 cm/s ,方向西南(见图 10)。其次黄河口附近,其值达 5 cm/s ,长兴岛附近达 3 cm/s 。整个渤海大部分地区的余流流速在 1 cm/s 左右。从渤海内可以看出,有几个大的旋流。第三层(15 m 以下)的潮余流比较微弱(图略),除老铁山水道附近外,大部分地区的潮余流强度只在 0.4 cm/s 左右。

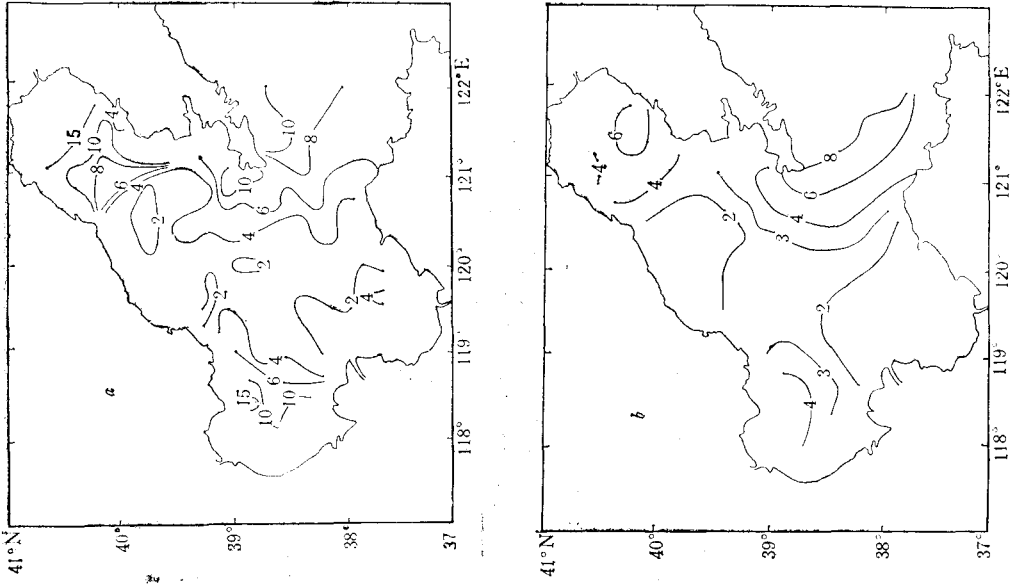


图 9 M_2 垂直潮流等振幅 (单位: 10^{-3} cm/s)
 a. 本文计算值; b. 理论计算值。

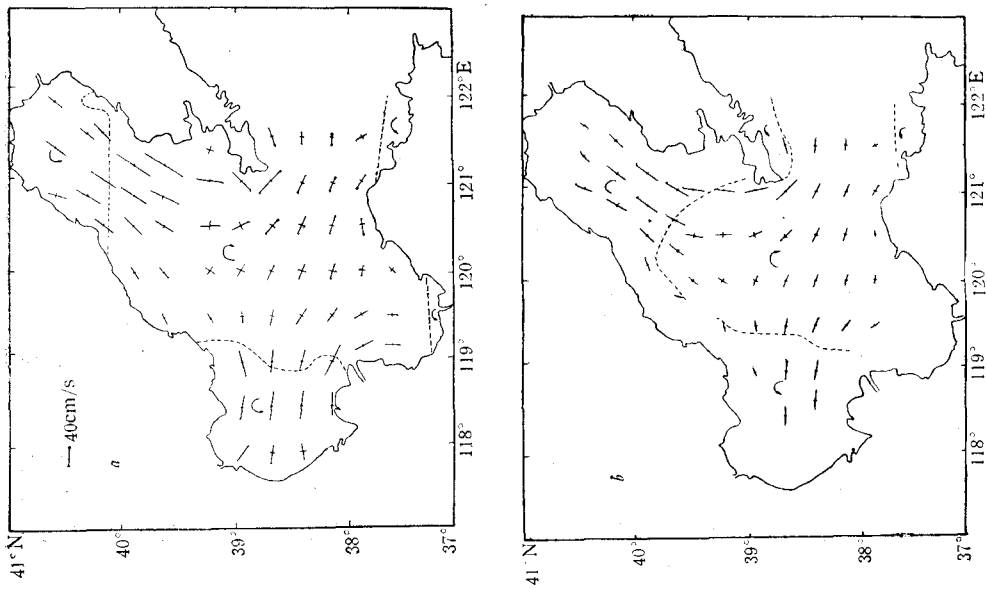


图 8 M_2 潮流椭圆轴
 箭头表示虚线所围区域内 M_2 潮流的旋转方向。
 a. 第一层; b. 第三层。

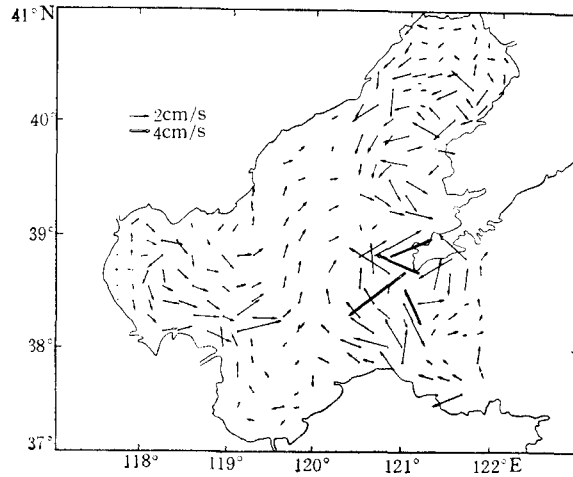


图 10 第一层潮余流(单位: cm/s)

参 考 文 献

- [1] 方国洪, 1984. 潮流垂直结构的基本特征——理论和观测的比较. 海洋科学 **3**: 1—11.
 [2] 方国洪、杨景飞, 1985. 渤海潮运动的一个二维数值模型. 海洋与湖沼 **16**(5): 337—346.
 [3] 窦振兴、罗远途、黄克辛等, 1981. 渤海潮流及潮余流的数值计算. 海洋学报 **3**(3): 355—369.
 [4] Leendertse, J. J., R. C. Alexander and S. K. Liu, 1973. A three-Dimensional Model for Estuaries and Coastal Seas Vol. I. Principles of Computation, R-1417-Owrr. Rand Corp., Santa Monica, California. 58pp.
 [5] Liu, S. K. and J. J. Leendertse, 1978. Multidimensional numerical modeling of estuaries and coastal seas. *Advances in Hydrosience* **11**: 95—164.

A THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL MODEL OF THE TIDAL MOTIONS IN THE BOHAI SEA*

Yu Kejun and Zhang Fagao

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao)

ABSTRACT

In this paper, the diurnal, semidiurnal tides and tidal currents in the Bohai Sea were computed, using the finite-difference method based on Leendertse's model (1973) of the three-dimensional nonlinear tidal wave equations, in which we made some revision, according to some specific conditions in the Bohai Sea. Then, we analysed the vertical distributions and variations of the semidiurnal tidal current in details. From our computation, good agreement of the computed results to the observed is achieved for diurnal and semidiurnal tides. Also, it is shown that the semidiurnal vertical tidal currents computed by the three-dimensional model are very different from those computed by the simple theoretical model. The maximum velocity of the vertical tidal current, from our results, is about 0.02 cm/s. The residual tidal currents are also computed.

* Contribution No. 1295 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.