第21卷 第4期 海 洋 与 湖 沼 Vol. 21, No. 4
1990 年 7 月 OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA July, 1990

正压海洋地形拦截波的不稳定*

刘秦玉 秦曾灏
（青岛海洋大学） （上海气象局）

提要 从描述 f 平面上的正压地形拦截波的非线性动力方程出发，利用常微分方程定性理论研究了海底地形坡度和海底摩擦对线性和非线性地形拦截波的动力不稳定性的影响，分析了不稳定的性质，找出了不稳定的判据。还在特定的海底地形坡度和海底摩擦条件下，建立了线性和非线性波的频散关系，并比较了两者的差别。

地形拦截波（陆架波、边缘波）对于陆架环流、上升流和风暴潮有着重要的影响，近二十年来一直受到海洋界的重视[15]。对其进行的一系列研究增进了对其动力性质的了解。但以前的大部分工作都局限于正压的或斜压的线性地形拦截波的研究。对地形拦截波稳定性的研究都是在侧向或垂向基本流动切变以及特定的基本流动和底形廓线前提下进行的，有一定局限性[10,11]。

为了揭示海底地形坡度和底摩擦对正压地形拦截波动力不稳定的影响[1-3,14]，本文暂且排除基本流的切变，利用常微分方程定性理论中关于平衡点和相图分析的概念，就线性和非线性两种情况分别讨论波的不稳定性态。在底坡和线性底摩擦满足特定的限制条件下，给出了线性和非线性地形拦截波的频散关系，同时证实了在此条件下的非线性地形拦截波具有椭圆余弦波的特性。用常微分方程定性理论研究地球流体中的非线性波动，国内已有学者进行过尝试[4,5]。

一、模 式 方 程

选取右手直角坐标系 $oxyz$，使 y 轴和直线海岸相重合，x 轴和岸线相垂直，指向离岸方向。z 轴指向局地天顶，oxy 平面和未扰动的海平面相重合，$\eta(x,y,t)$ 为海面扰动高度。考虑海深 h 只在离岸方向呈单调变化，即 $h=h(x)$，底摩擦作用被认为是线性的。于是

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)u-fv=-g\frac{\partial \eta}{\partial x}-ru \tag{1}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)v+fu=-g\frac{\partial \eta}{\partial y}-rv \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)\eta+\bar{h}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+u\frac{dh}{dx}=0 \tag{3}$$

* 国家自然科学基金资助项目。
收稿日期：1988年5月23日。

其中，u, v 分别是对深度的平均流速分量，底摩擦系数 r 和科氏力参数 f 取作常数。为了既考虑到非线性因子对波动特性的影响，又保证在数学处理上不会遇到难以解决的困难，(3)式中取近似 $h+\eta\approx\bar{h}$ ($\bar{h}$ 为平均海深)。这样方程(3)中忽略了一个重要的非线性因子，仅考虑了另一个重要的非线性因子。

由于我们研究的对象是波动，根据冯士筰[9]、Whithan[12] 和 Grimshaw[13] 对线性、非线性拦截波在各种特定条件下研究所得到的解析解，以及其它学者[10,11] 对拦截波的研究，拦截波振幅应随离岸距离的增加而减小，且受底摩擦的影响。在一般特定条件下解析解的形式是 $\eta=A(x)e^{i(ly-\omega t)}$，其中 $A(x)$ 的形式又依底形不同，波动性质（高频或低频）的不同而有所区别。但常见的形式为 $A(x)=Be^{(-\alpha x)}$，其中 $\alpha>0$，B 为常数或是 x 的三角函数。非线性地形拦截波的解析解是很难得到的，为了讨论方便又能使结论有较普遍意义，故我们令

$$u=U(\theta),\ v=V(\theta),\ \eta=H(\theta) \tag{4}$$

其中 $\theta=kx+ly-\omega t$。k, l 分别是 x, y 方向上的复波数，ω 表示频率。对于空间某一定点考虑拦截波的稳定性时，则可以用变量随 θ 的变化情况来讨论。把(4)代入方程(1)—(3)可得:

$$(kU+lV-\omega)U'-fV+rU=-gkH' \tag{5}$$

$$(kU+lV-\omega)V'+fU+rV=-glH' \tag{6}$$

$$(kU+lV-\omega)H'+\bar{h}(kU'+lV')=-U\frac{dh}{dx} \tag{7}$$

其中，$(\ )'\equiv\frac{d}{d\theta}(\ )$，经数学处理后可得:

$$U'=\frac{1}{\Delta}\Big\{gkU\frac{dh}{dx}(kU+lV-\omega)+(fV-rU)[(kU+lV-\omega)^2-g\bar{h}l^2]$$
$$-gk\bar{h}l(fU+rV)\Big\}\equiv F(U,V) \tag{8}$$

$$V'=\frac{1}{\Delta}\Big\{glU\frac{dh}{dx}(kU+lV-\omega)-(fU+rV)[(kU+lV-\omega)^2$$
$$-g\bar{h}k^2]+gk\bar{h}l(fV-rU)\Big\}\equiv G(U,V) \tag{9}$$

其中，$\Delta=(kU+lV-\omega)[(kU+lV-\omega)^2-g\bar{h}(k^2+l^2)]$

方程(8)，(9)为二维非线性自治系统，其平衡点为 $(U,V)=(0,0)$。下面利用非线性常微分方程定性理论研究平衡点的稳定性。

二、常系数线性系统平衡点的稳定性

若波动频率和波数同时满足以下条件：(i) $\omega\neq kU+lV$；(ii) $(\omega-lV-kU)^2\neq g\bar{h}(k^2+l^2)$；(iii) $\frac{dh}{dx}$ 为常数。则方程 (8)，(9) 右端 $F(U,V)$ 与 $G(U,V)$ 可以在平衡点附近作 Taylor 展开，忽略二次以上的诸项，得下列常系数线性系统

$$U' = aU + bV \tag{10}$$

$$V' = cU + dV \tag{11}$$

其中，

$$a = \frac{r(\omega^2 - g\bar{h}l^2) + gk\left(f\bar{h}l + \omega\dfrac{dh}{dx}\right)}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}$$

$$b = \frac{rg\bar{h}kl - f(\omega^2 - g\bar{h}l^2)}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}$$

$$c = \frac{f(\omega^2 - g\bar{h}k^2) + gl\left[rk\bar{h} + \omega\dfrac{dh}{dx}\right]}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}$$

$$d = \frac{r(\omega^2 - g\bar{h}k^2) - fg\bar{h}kl}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}$$

相应于(10),(11)的特征方程为 $\lambda^2 - A\lambda + B = 0$ (12)

特征根

$$\lambda_{1,2} = A\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4B}{A^2}}\right)$$

其中:

$$A = \frac{r[2\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)] + gk\omega\dfrac{dh}{dx}}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}$$

$$B = \frac{f^2 + r^2 + \dfrac{g}{\omega}\dfrac{dh}{dx}(kr + fl)}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}$$

现对低频陆架波和高频边缘波两种情况，根据特征根 $\lambda_{1,2}$ 的性质确定常系数线性系统(10),(11)的平衡点的稳定性。

1. 低频陆架波 ($\omega < f$) 情形

据对黄、东、南海沿岸陆架波的研究[6]，冬季陆架波相速度为 6—16.8m/s，夏季相速度远小于冬季，故对于平均水深为百米，波长数千公里的陆架波相速度 $c < \sqrt{g\bar{h}}$，故 $\omega^2 \ll g\bar{h}(k^2 + l^2)$ 成立。于是:

$$A \approx \frac{r}{\omega} - \frac{k\dfrac{dh}{dx}}{\bar{h}(k^2 + l^2)} \tag{13}$$

$$B \approx -\frac{1}{\bar{h}(k^2 + l^2)}\left[\frac{f^2 + r^2}{g} + \frac{(kr + fl)\dfrac{dh}{dx}}{\omega}\right] \tag{14}$$

在北半球，陆架波沿负方向传播，在传播方向右侧为岸，即 $\omega < 0$。依定义 $r > 0$，若 $\dfrac{dh}{dx} > 0$，A 恒为负值。记海底坡度的临界值为[1)]

1) 此处应取 $k = 0$，但若考虑了 β 效应，则 $k \neq 0$。

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c = -\frac{\omega(f^2 + r^2)}{g(kr + fl)} > 0 \tag{15}$$

平衡点的稳定性态如表 1 所示[7]。若 $\frac{dh}{dx} = \left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 则线性方程组(10),(11)是退化的线性系统[8]。 因为 A 恒为负值，故该系统在相平面上的轨线是一族随 $\theta\to\infty$ 而趋于奇线 $aU + bV = 0$ 的平行线[8]。从稳定性的性态来考虑此解是属于稳定的。

表 1 线性低频陆架波平衡点的稳定性态

Tab. 1 Stability of the equilibrium point of the linear lower frequency shelf waves

海底坡度	B	特 征 根	平衡点的稳定性态
$\frac{dh}{dx}<\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$	$B<0$	必有一个正实根	不稳定鞍点
$\frac{dh}{dx}>\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$	$0<B<\frac{A^2}{4}$	相异负实根	稳定结点
	$B=\frac{A^2}{4}$	负实重根	稳定退化结点(或临界结点)
	$B>\frac{A^2}{4}$	负实根的共轭复根	稳定焦点

由表 1 可见，当底摩擦一定时，陆架波的稳定性会因海底坡度的不同而相异。海底坡度的临界值为 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$，此值为稳定性的分岔值。 即在二个海底坡度与临界值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 相差很小的陆架上，陆架波的稳定性可能完全相反。此临界值的大小与波数、频率、纬度和底摩擦有关。

2. 高频边缘波 ($|\omega| > f$) 的情形

边缘波沿着陆架海岸线的正负两个方向传播，这两列波的 ω 符号恒相反。对于平均水深为百米、底坡等于或大于 10^{-3}，波长小于几百公里的边缘波，不等式 $\omega^2 \gg g\bar{h}(k^2+l^2)$ 成立。于是

$$A \approx \frac{1}{\omega}\left(2r + \frac{gk\frac{dh}{dx}}{\omega}\right) \tag{16}$$

$$B \approx \frac{1}{\omega^2}\left[f^2 + r^2 + \frac{g}{\omega}(kr + fl)\frac{dh}{dx}\right] \tag{17}$$

现对两列沿岸反向传播的边缘波的稳定性分别进行讨论。并令

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_d = -\frac{2r\omega}{gk} \tag{18}$$

平衡点的稳定性态如表 2 所示。同样，$\omega < 0$ 时，若 $\frac{dh}{dx} = \left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，线性系统 (10) 和

(11)的轨线则是一族平行线。若 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c < \left(\frac{dh}{dx}\right)_d$ 时，解属于稳定的；反之解呈不稳定性。$\left(\frac{dh}{dx}\right) = \left(\frac{dh}{dx}\right)_c = \left(\frac{dh}{dx}\right)_d$ 时，整个波解为定常的。表 2 表明，正向传播的高频边缘波总是稳定的 $\left(\frac{dh}{dx} > 0\right)$，对于反向传播的高频边缘波，也存在海底坡度的一个确定分岔值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$。

表 2 线性高频边缘波平衡点的稳定性态

Tab. 2 Stability of the equilibrium point of the linear higher frequency edge waves

ω	海底坡度	B	特 征 根	平衡点的稳定性态
$\omega<0$	$\frac{dh}{dx}<\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 且 $\frac{dh}{dx}<\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$	$B>\frac{A^2}{4}$	负实部的共轭复根	稳定焦点
		$B=\frac{A^2}{4}$	负实重根	稳定退化结点
		$0<B<\frac{A^2}{4}$	相异负实根	稳定结点
	$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c>\frac{dh}{dx}>\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$	$B>\frac{A^2}{4}$	正实部的共轭复根	不稳定焦点
		$B=\frac{A^2}{4}$	正实重根	不稳定退化结点
		$0<B<\frac{A^2}{4}$	相异正实根	不稳定结点
	$\frac{dh}{dx}=\left(\frac{dh}{dx}\right)_d<\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$	$B>0$	纯 虚 根	中 心
	$\frac{dh}{dx}>\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$	$B<0$	异号实根	不稳定鞍点
$\omega>0$	$\frac{dh}{dx}>0$	$B>\frac{A^2}{4}$	正实部的共轭复根	稳定焦点
		$B=\frac{A^2}{4}$	正实重根	稳定退化结点
		$0<B<\frac{A^2}{4}$	相异正实根	稳定结点

三、非线性系统平衡点的稳定性

将方程(8),(9)的右端项 $F(U,V)$ 和 $G(U,V)$ 在平衡点(0,0)附近展开成 *Taylor* 级数，忽略三次以上的诸项，则得下列非线性常微分方程组

$$U' = aU + bV + \frac{1}{2}(a_1U^2 + a_2V^2) + a_3UV \tag{19}$$

$$V' = cU + dV + \frac{1}{2}(b_1U^2 + b_2V^2) + b_3UV \tag{20}$$

其中，

$$a_1 = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial U^2}\right)_{0,0} = -\frac{2k\left(gk\frac{dh}{dx} + 2r\omega\right)}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]} + 2a\left[\frac{k}{\omega} + \frac{2k\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

$$a_2 = \left(\frac{\partial^2 F^2}{\partial V^2}\right)_{0,0} = \frac{4fl\omega}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]} + 2b\left[\frac{l}{\omega} + \frac{2l\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

$$a_3 = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial U \partial V}\right)_{0,0} = -\frac{1}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]}\left[gkl\frac{dh}{dx} - 2fk\omega + 2rl\omega\right]$$

$$+ b\left[\frac{k}{\omega} + \frac{2k\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right] + a\left[\frac{2l\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)} + \frac{l}{\omega}\right]$$

$$b_1 = \left(\frac{\partial^2 G}{\partial U^2}\right)_{0,0} = -\frac{2k\left(2f\omega + gl\frac{dh}{dx}\right)}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]} + 2c\left[\frac{k}{\omega} + \frac{2k\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

$$b_2 = \left(\frac{\partial^2 G}{\partial V^2}\right)_{0,0} = -\frac{4rl\omega}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]} + 2d\left[\frac{l}{\omega} + \frac{2l\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

$$b_3 = \left(\frac{\partial^2 G}{\partial U \partial V}\right)_{0,0} = -\frac{2\omega(kr + fl) + gl^2\frac{dh}{dx}}{\omega[\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)]} + c\left[\frac{l}{\omega} + \frac{2l\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

$$+ d\left[\frac{k}{\omega} + \frac{2k\omega}{\omega^2 - g\bar{h}(k^2 + l^2)}\right]$$

(19),(20)是非线性地形拦截波的控制方程。根据常微分方程定性理论[7,8]可知，若非线性方程(19),(20)的线性近似方程(10)，(11)为非退化线性方程，($ad - bc \neq 0$)，且其特征方程没有零根或零实部的根，即其平衡点不是中心时，非线性方程组(19),(20)零解的稳定性态与其线性近似方程组(10)，(11)零解的稳定性态一致。因此除去线性高频边缘波出现平衡点为中心以及出现退化线性系统的情况下，非线性拦截波的稳定性态与线性拦截波一致，在此不再重复讨论。

对于出现退化线性系统的情况，本文暂不讨论。下面着重讨论线性高频边缘波的平衡点为中心的情况下，非线性高频边缘波的稳定性态。根据线性高频边缘波平衡点为中心时对海底坡度的要求，认为所研究的仅沿负方向传播的高频边缘波，满足以下条件：

$$\text{(i)}\ \frac{dh}{dx} = \left(\frac{dh}{dx}\right)_d = \frac{-2r\omega}{gk};$$

$$\text{(ii)}\ \frac{dh}{dx} < \left(\frac{dh}{dx}\right)_c \quad \text{即} \quad \frac{2r}{k} < \frac{f^2 + r^2}{kr + fl};\ \text{(iii)}\ r = \frac{fg\bar{h}kl}{\omega^2}。$$

这三条件建立了海底摩擦和地形、波动频率之间的关系，意味着 $r \ll f$。对此特殊情况下的非线性边缘波进行讨论。此时方程组(19),(20)经简化后可得：

$$U' = -\frac{f}{\omega}V - \frac{fk}{\omega^2}UV - \frac{fl}{\omega^2}V^2 \tag{21}$$

$$V' = \frac{f}{\omega}U + \frac{fk}{\omega^2}U^2 + \frac{fl}{\omega^2}UV - 2\frac{l^2kfg\bar{h}}{\omega^4}V^2 \tag{22}$$

上述非线性方程组以 (0,0) 为唯一的平衡点。现用后继函数判别法[7] 研究此非线性方程组在平衡点的稳定性态。

经过一系列数学处理[7]，可以得到 (21)，(22) 对应的平衡点 (0, 0) 处的后继函数 $R(\varphi, \varepsilon)$，并可以推知其具备

$$R(2\pi, \varepsilon) - R(0, \varepsilon) = \frac{3\pi}{2}\frac{l^3\bar{h}gk}{\omega^4}\varepsilon^3 > 0$$

其中 ε 为充分小的正数。根据后继函数判别法可以判定非线性方程组 (21),(22) 平衡点为一重不稳定焦点。由此特殊情况下所得到结果表明，非线性波的稳定性态在某些条件下会与线性波动的稳定性态有所区别。

根据对本模式所对应的能量方程的讨论，可以得出在摩擦作用很小时，存在波动不稳定的可能性。

四、线性和非线性波的频散关系

在海底地形坡度和底摩擦满足三个强限制条件下的非线性高频边缘波，明显地具备惯性波的特点。现以此波为例，讨论线性、非线性边缘波在频散关系方面的差异。

1. 线性波

从系统(21),(22)中略去 U, V 的二次项得到线性波的相路方程为

$$\frac{dV}{dU} = -\frac{U}{V} \tag{23}$$

上式积分，得相路为绕平衡点(0,0)的圆:

$$U^2 + V^2 = 常数 \quad 及 \quad U'' + \frac{f^2}{\omega^2}U = 0 \tag{24}$$

并能得出 $\omega = \pm\sqrt{f}$，这是熟知的线性惯性波频率。

2. 非线性波

设沿岸传播的波长大于离岸传播的波长，即令 $l \ll k$，于是非线性系统(21),(22)被进一步简化为:

$$U' = -\frac{f}{\omega}V - \frac{fk}{\omega^2}UV \tag{25}$$

$$V' = \frac{f}{\omega}U + \frac{fk}{\omega^2}U^2 \tag{26}$$

经消元，并忽略 U、V 的二次项，得

$$U'' + \frac{f^2}{\omega}U + \frac{3f^2k}{\omega^3}U^2 = \frac{f^2k}{\omega^3}(U^2 + V^2) \tag{27}$$

用线性方程的周期解近似取代(25),(26)右端项，然后对 θ 求导一次，便得到有限振

幅的非线性波应满足的 KdV 方程:

$$U''' + \frac{6f^2k}{\omega^3}UU' + \frac{f^2}{\omega^2}U' = 0 \tag{28}$$

其解为椭圆余弦函数。为了保证方程 (28) 具有有界的周期函数解，则要求三次代数方程:

$$U^3 + \frac{\omega}{2k}U^2 + (U_0^2 + V_0^2)U + \frac{\omega^3}{2f^2k}E = 0 \tag{29}$$

具有三个相异的实根 U_1, U_2, U_3，满足 $U_1 > 0$，$U_2 < 0$，$U_3 < U_2 < 0$ (其中 E 为积分常数)。于是方程(28)的解为

$$U(\theta) = U_2 + (U_1 - U_2)\mathrm{cn}^2\sqrt{\frac{f^2k}{2\omega^3}(U_1 - U_3)}\,\theta \tag{30}$$

根据线性代数方程根与系数的关系，由(29)可得

$$U_1 + U_2 + U_3 = -\frac{\omega}{2k} \tag{31}$$

可见，与线性边缘波相比，非线性边缘波的频率不仅与波数，Coriolis 参数有关，还与振幅有密切的关系，这正是小振幅的线性波与有限振幅的非线性波的根本差别所在。

五、结 语

利用非线性常微分方程稳定性理论，对含底摩擦效应的正压线性和非线性地形拦截波的稳定性等问题进行讨论，主要结论归结如下。

1. 地球旋转效应和海底地形坡度的存在可能导致地形拦截波的不稳定，海底摩擦会使波的稳定性态发生变化。

2. 当海底地形坡度小于(超过)某一正临界值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c = -\frac{\omega(f^2 + r^2)}{g(kr + fl)}$ 时，线性低频的长陆架波便会发生不稳定(稳定)；使波动稳定性发生变化的地形坡度分岔值为$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$。

3. 引入底摩擦使得这一地形分岔值加大，这意味着底摩擦作用是抑制线性低频陆架波的不稳定，从能量角度看，这是合理的。

4. 无论条件怎样变化，沿正 y 方向传播的线性高频边缘波 ($\omega > 0$) 总是稳定的。

5. 对于沿负方向传播的线性高频边缘波，当海底地形坡度同时小于正的确定值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_d = -\frac{2r\omega}{gk}$ 和临界值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，则波动稳定；当海底地形坡度超过 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$，但又小于 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，波动将发生不稳定。因此，在地形坡度小于 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，$\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$ 便是波动稳定性发生变化的分岔值。如不计底摩擦，只要海底坡度小于临界值 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$，波动便不稳定。

6. 当海底地形坡度等于 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_d$，但小于 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，沿负 y 方向传播的线性高频边

缘波出现稳定的周期解；某种特定的情况下(此时底摩擦作用很小)，非线性高频边缘波会发生不稳定。

7. 当海底地形坡度大于 $\left(\frac{dh}{dx}\right)_c$ 时，沿负 y 方向传播的高频边缘波便不稳定。

8. 在大多数情况下，非线性地形拦截波的稳定性态与对应的线性地形拦截波的稳定性态一致。但在某些情况下，非线性波与线性波的稳定性不同。底摩擦作用较小时，非线性作用可以使周期性波动变为不稳定波动。

9. 通过对特定海底地形和底摩擦条件下的线性、非线性高频边缘波频散关系的研究，我们发现，两者的根本区别在于非线性波的频率不仅与线性波一样由波数和其它物理参数决定，而且还依赖于波幅。

在讨论地形拦截波的稳定性问题中，本文只计及波动中流与流，地形与流的非线性相互作用以及部分地考虑了波与流的非线性相互作用，这尚欠完善。其次，文中尚未考虑基本流及其切变，又未考虑 β 效应、非线性底摩擦和海水层化等因素对波动的影响，并做了一些人为的假定。另外，对线性近似方程成为退化方程时所对应非线性波动稳定性问题及一般情况下波动频散关系问题都未涉及。因此，本文仅是对非线性地形拦截波动力学性质的初步讨论，许多遗留问题有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] 冯士筰，1979。f 平面上宽陆架诱导阻尼波。海洋学报 **1**(2): 177—192。

[2] 冯士筰，1981。常底坡有限宽陆架诱导阻尼波的一种模型。海洋与湖沼 **12**(1): 1—8。

[3] 秦曾灏、刘秦玉，1988。摩擦和 β 效应对地形拦截波的影响。海洋与湖沼 **19**(1): 8—17。

[4] 刘式适、刘式达，1983。地球流体中的非线性波动。中国科学 **3**: 279—288。

[5] 刘式适，刘式达，1983。正压模式中的非线性波动。大气科学 **7**(2): 126—135。

[6] 陈大可、苏纪兰，1987。中国沿岸陆架波的初步研究。海洋学报 **9**(1): 1—16。

[7] 张锦炎，1981。常微分方程几何理论与分支问题。北京大学出版社，20—64 页。

[8] 中山大学数学力学系常微分方程组编，1987。常微分方程。人民教育出版社，220—280 页。

[9] 冯士筰，1982。风暴潮导论。科学出版社，121—140 页。

[10] Collings, I. L. and R. Grimshaw, 1984. Stable and unstable barotropic shelf waves in a coastal current. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* **29**: 179—220.

[11] Collings, I. L. 1986 Barotropic instability of long continental shelf waves in a two layer ocean. *J. Phys. cceanography* **15**: 298—308.

[12] G. B. Whithan, 1978. Nonlinear effects in edge waves. *J. Fluid Mech.* **74**: 353—368.

[13] Grimshaw, R. 1977. Nonlinear aspects of long shelf waves. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **8**(1): 3—6.

[14] Hukuda, H. and L. A. Mysak, 1982. On the Damping of Second-class Trapped Waves on a Sloping Beach. *J. Phys. Oceanography* **12**: 1527—1531.

[15] Mysak, L. A. 1980. Recent advances in shelf wave dynamics. *Review of Geophysics and Space* **18**(1): 211—241.

INSTABILITY OF BAROTROPIC COASTAL TRAPPED WAVES

Liu Qinyu
(*Ocean University of Qingdao*)
and
Qin Zenghao
(*Shanghai Typhoon Institute*)

Abstract

Based on the nonlinear dynamical equations ignoring the shearing basic currents and the stability theory of ordinary differential equation, the author investigates the effects of the bottom friction and slope on the instability of linear and nonlinear barotropic coastal trapped waves on an f-plane. An attempt is also made to reveal the stability of both linear and nonlinear coastal trapped waves. The main results are summarized as follows:

1. The linear continental shelf wave tends to be unstable (or stable) if the slope of sea-bed is smaller (or greater) than its positive critical value $(dh/dx)_c$. The bottom frictional effect will enlarge the critical value for the bottom slope.

2. The edge wave propagating along positive y-axis are always stable. For the edge wave propagating along negative y-axis, (i) if the bottom slope is smaller than $(dh/dx)_c$, $(dh/dx)'_d$ is of critical value which enables the waves to change their stability feature; (ii) if the bottom slope is equal to $(dh/dx)_d$ but smaller than $(dh/dx)_c$, the linear edge wave will have a stable sinusoidal solution, and the nonlinear edge wave become unstable in the special case where the bottom frictional effect is small enough; (iii) if the bottom slope is greater than $(dh/dx)_c$, the edge wave may be unstable.

3. In majority, the stability feature of the nonlinear coastal trapped wave is the same as those of the linear ones, but it may be different in certain cases.

4. The characteristics of the nonlinear edge wave under the special bottom topography or friction differ from those of the linear ones. The nonlinear wave is not only related to the wave number, frequency and other physical parameters, (just as the linear ones do), but also depends on wave amplitude.