

三参量的风浪频谱*

侯一筠

(中国科学院海洋研究所, 青岛)

文圣常

(青岛海洋大学)

摘要 本文基于风浪由单色波发展为充分成长状态的物理背景, 阐明了一种描述谱形变化的谱宽度参量, 进而确立了三参量风浪频谱的理论形式。在传统谱形的基础上, 通过谱宽度参量的引入而建立了随成长状态变化的形式更为普遍的风浪频谱, 在此频谱中不仅包括 Neumann 谱、*P-M* 谱、JONSWAP 谱、Wallops 谱等重要的风浪频谱, 而且还在谱的高频部分比例于频率的 -4 次方的假定下, 导出另外一种风浪频谱。同时本文还为构造新谱提供了一种方法。

由随机波模型所建立的风浪谱概念在海浪的理论和应用问题中占有极其重要的地位。由于客观现象的复杂性, 迄今尚没有自理论上获得风浪谱的方法。对此, 海洋工作者通过大量的科学实验、现场观测、数值模拟等手段提出各种半理论、半经验的风浪频谱^[1]。由 Neumann^[6] 1952 年首次提出并经其他海洋科技人员不断加以完善的谱形

$$S(\omega) = \frac{K}{\omega^p} \exp[-F\omega^{-q}] \quad (1)$$

受到较为普遍的重视。通常所采用的描述谱形的两个重要参量是 m_0 与 ω_0 , 前者给出风浪总的能量, 后者则揭示出风浪能量集中于何处。但是, 就谱函数结构而言, 其参量越多, 对谱形的刻划也就越细致。事实上, 仅用 m_0, ω_0 两个参量不但不能唯一地确定谱形, 而且也不能描述谱的细致结构。对此, 本文基于因次分析, 除 m_0, ω_0 外再引入谱宽度参量, 用以刻划单峰风浪谱的成长过程。需要说明的是, 目前已经提出几种定义谱宽度的方法, 它们是在一定的物理背景下产生的^[1]。但是由于某些原因, 它们都不易有效地引入谱中。因此本文将重新定义一种谱宽度参量, 以体现谱宽度与谱形的密切依赖关系, 并通过谱宽度参量的变化说明风浪的发展过程。

1. 谱宽度 B

我们研究的对象为单侧谱, 它有以下性质

- (1) $S(\omega) \geq 0, \omega \geq 0$;
- (2) 积分 $m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega$ 为有限值;
- (3) 仅当 $\omega = \omega_0$ 时, $\frac{dS(\omega)}{d\omega} = 0$, 其中 $0 < \omega_0 < \infty$, 即 $S(\omega)$ 为单峰谱。

现在考虑如下形式的参量

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 1848 号。

收稿日期: 1989 年 4 月 15 日。

$$B = \frac{m_0}{\omega_0 S(\omega_0)} \quad (2)$$

其中, $S(\omega_0)$ 表示峰频率处对应的谱值。 B 的几何意义就是谱的零阶矩与矩形 A 的面积之比 (图 1), 容易看出 B 的大、小体现出谱宽、窄的程度。以下将用数学力学方法讨论在谱的成长过程中 B 对谱形的作用。

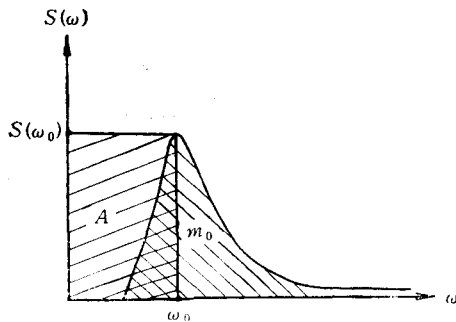


图 1 B 的几何意义

Fig. 1 The geometric meaning of the spectrum width B

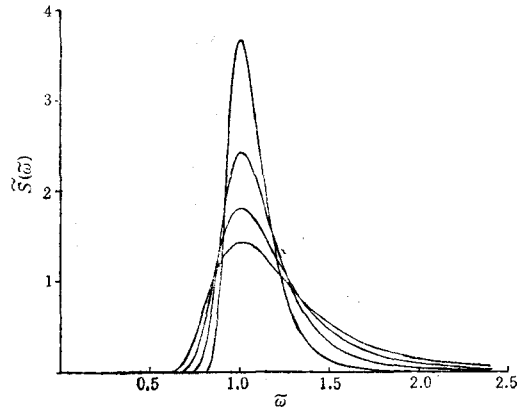


图 2 无量纲频谱随谱宽度的变化

Fig. 2 The change of nondimensional spectrum with the spectrum width

将谱无量纲化, 并表示为

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{S(\omega)\omega_0}{m_0} \quad (3)$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

于是 $\tilde{B} = \frac{\tilde{m}_0}{\tilde{\omega}_0 \tilde{S}(\tilde{\omega}_0)} = \frac{1}{\tilde{S}(\tilde{\omega}_0)}$ (因为 $\tilde{m}_0 = 1, \tilde{\omega}_0 = 1$)。由(3)式可得 $\tilde{S}(\tilde{\omega}_0) = \frac{S(\omega_0)\omega_0}{m_0} = \frac{1}{B}$, 故

$$B = \tilde{B} = \frac{1}{\tilde{S}(\tilde{\omega}_0)} \quad (4)$$

即谱无量纲化后, 谱参量 B 不变。当只有单一频率的波动时, 谱宽度为零, 谱 $\tilde{S}(\tilde{\omega})$ 为 δ 函数, 即 $\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \begin{cases} \infty & \tilde{\omega} = \tilde{\omega}_0 \\ 0 & \tilde{\omega} \neq \tilde{\omega}_0 \end{cases}$

由(4)式可知, 参量 B 为零。随着风浪的成长, 谱形展宽, $\tilde{S}(\tilde{\omega}_0)$ 逐渐下降 (图 2), 于是 B 逐渐增大。即当谱成长时, B 增大, 这就证明了参量 B 确实体现了谱宽度这一特征量。

另一方面, 可以设想 B 不会无限制地增大, 它将达到某个极限值, 此时风浪处于充分成长状态。反过来, 当风浪处于充分成长状态时, 参量 B 应该达到一个定值。现在讨论这个问题。

设风浪相对于风区成长,忽略表面张力等作用,可将风浪频谱表示为

$$S(\omega) = F(\omega; U, x, g) \quad (5)$$

其中, U 为风速, x 为风区, g 为重力加速度。以风参量将上式无因次化,得到

$$\hat{S}(\hat{\omega}) = \frac{S(\omega)g^3}{U^5}$$

$$\hat{\omega} = \frac{\omega U}{g} \quad (6)$$

$$\hat{x} = \frac{xg}{U^2}$$

$$\hat{S}(\hat{\omega}) = \hat{F}(\hat{\omega}; \hat{x})$$

这里用 $\hat{S}(\hat{\omega})$ 表示以风要素为参量的无因次谱,以便与以谱要素为参量的 $\tilde{S}(\tilde{\omega})$ 相区别。

当风浪处于充分成长时,风区的影响消失,可以得到

$$\frac{S(\omega)g^3}{U^5} = \hat{F}\left(\frac{\omega U}{g}\right)$$

$$\frac{\sqrt{m_0}g}{U^2} = \alpha_1 \quad (7)$$

$$\frac{\omega_0 U}{g} = \alpha_2$$

其中, α_1, α_2 为无因次常数。以上三式所代表的就是充分成长状态下的谱的相似定律^[4]。

由(7)式 $\frac{S(\omega_0)g^3}{U^5} = \hat{F}\left(\frac{\omega_0 U}{g}\right) = \hat{F}(\alpha_2) = \alpha_3$, 推知 $S(\omega_0) = \alpha_3 \frac{U^5}{g^3}$, 以及 $m_0 = \alpha_1^2 \frac{U^4}{g^2}$, $\omega_0 = \alpha_2 \frac{g}{U}$ 。因此

$$B = \frac{m_0}{\omega_0 S(\omega_0)} = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2 \alpha_3} = \text{const} \quad (8)$$

总之,当 $B = 0$ 时,谱描述单一频率的波动,随风浪的成长, B 值增大,至风浪发展为充分成长状态时, B 取最大值。亦即风浪的发展过程伴随着参量 B 的变化过程。

同理,当风浪相对于风时成长时,只须将(5)式改写为 $S(\omega) = F(\omega; U, t, g)$ 并将推导过程中出现的 x, \hat{x} 分别以 $t, \hat{t} \left(= \frac{tg}{U} \right)$ 来代替,可以得到类似的结果。

本文所引入的谱宽度 B 不仅能够反映风浪频谱的发展过程,而且还能够较容易地引进谱形之中。事实上,令(5)式中 $\omega = \omega_0$, 就有

$$S(\omega_0) = F(\omega_0, U, x, g), \text{ 于是}$$

$$S(\omega) = S(\omega_0)f(\omega; \omega_0, U, x, g),$$

$$\frac{S(\omega)\omega_0}{m_0} = \frac{S(\omega_0)\omega_0}{m_0}f(\omega; \omega_0, U, x, g) = \frac{1}{B}f(\omega; \omega_0, U, x, g) \quad (9)$$

其中, $f(\omega; \omega_0, U, x, g) = \frac{F(\omega; U, x, g)}{F(\omega_0, U, x, g)}$ 。

引入谱宽度 B 后, (9) 式左侧的无因次谱的确切描述应为 $\tilde{S}(\tilde{\omega}; B)$, 对于 (9) 式右侧的无因次函数 f 基于因次分析, 应有 $B = B(gx/U^2)$, $f = f(\tilde{\omega}; B)$ 。所以

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}; B) = \frac{1}{B} f(\tilde{\omega}; B) \quad (10)$$

上式即为引入谱宽度 B 后, 以 m_0, ω_0, B 为参量的三参量风浪频谱的理论形式。因此, 只要确定函数 $f(\tilde{\omega}; B)$, 就可以通过谱宽度 B 反映谱的成长过程。对于 (1) 式给出的传统谱形, 我们有

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}; B) = \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-p} \exp \left[-\frac{p}{q} (\tilde{\omega}^{-q} - 1) \right] \quad (11)$$

由 $\int_0^{\infty} \tilde{S}(\tilde{\omega}, B) d\tilde{\omega} = 1$ 可得 B 与 p, q 的关系

$$B = \frac{1}{q} \left(\frac{q}{p} \right)^{\frac{p-1}{q}} \Gamma \left(\frac{p-1}{q} \right) e^{\frac{p}{q}} \quad (12)$$

对于 Neumann 谱, $B = 0.856$; 对于 P - M 谱^[9], $B = 0.698$ 。

2. B - λ 谱

我们在 (11) 式的基础上进一步分析 B 对谱形的作用。需要说明的是, 按传统的处理方法, 仅通过 K, F 反映风的影响, B 将不随风及浪的发展而变化 [见 (12) 式], 这与物理现象不符。因此要想通过 B 反映风浪成长状态, 必须使 p, q 亦随风浪的发展而变化。Давидан^[2] 根据现场观测数据也证实了 p, q 是随风浪的发展而变化的。本文认为: 当风浪处于充分成长状态时, B, p, q 均为常值, 而在风浪的发展过程中, 它们应该取决于风速、风区 (或风时)。 B, p, q 的变化规律描述谱的成长规律。下面是我们的处理方法:

(1) 取 $p = p(B), q = q(B)$;

(2) 以 P - M 谱作为充分成长的谱, 亦即

$$B_{PM} = 0.698, p(B_{PM}) = p(0.698) = 5, q(B_{PM}) = q(0.698) = 4;$$

(3) 当 $B \rightarrow 0$ 时, 要求 $\tilde{S}(\tilde{\omega}) \rightarrow \delta(\tilde{\omega} - 1)$, 由谱形 (11) 式, 上述条件要求 $p(B) \xrightarrow{B \rightarrow 0} \infty, q(B) \xrightarrow{B \rightarrow 0} \infty$ 。

因此求谱的成长问题就转化为求函数方程 (12) 式带边值 (2), (3) 的解。

方程 (12) 有无穷多组解 (一个方程三个变量), 为此, 我们取其某种特定形式的解, 以说明风浪频谱的发展变化。即引进一个新的参数 λ , 做以下替换

$$\begin{aligned} p &= \frac{\lambda}{\lambda - 1} \\ q &= \frac{1}{\lambda - 1} \end{aligned} \quad (13)$$

代入 (12) 式得

$$B = \frac{\lambda - 1}{\lambda} e^\lambda \quad (14)$$

当 $\lambda = 1$ 时, 以上三式分别给出 $p = \infty$, $q = \infty$, $B = 0$, 谱为 δ 函数, 相应于单色波; 当 $\lambda = 1.25$ 时, $p = 5$, $q = 4$, $B = 0.698$, 谱为 $P-M$ 谱, 表征风浪已经处于充分成长状态。因此 λ 从 1 变至 1.25 描述了风浪发展的全过程。

把 B, p, q 代入到谱形(11)式中即可体现谱宽度 B 对谱形的作用(图 3)。由图 3 中还可以看出参数 λ 也是谱宽度的一种量度, 因从(13)式可得 $\lambda = p/q$ 。故这种谱宽度是通过风浪成长过程中 p, q 之比来定义的, 这就是 λ 的意义。因此亦可称 λ 为 B 的孪生量。

至此, 本文通过谱宽度 B 及其孪生量 λ 的引入而描述了谱随谱宽度的变化趋势。但是按照 Phillips 等人的观点, 在谱的高频部分 p 为定值。这就需要对谱(11)式进行某种订正, 使其既能在含能部分体现谱宽度的影响, 又能在高频部分与实际相符。到目前为止, 对谱平衡域部分的指数有两种主要研究结果, 一为 -5 次方^[7], 另一为 -4 次方^[5,8]。本节我们提出的谱是以 $P-M$ 谱作为充分成长谱, 因此就取 $p = 5$ 对谱(11)式进行订正。

我们取

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}; B) = \begin{cases} \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q}(\tilde{\omega}^{-q} - 1)\right] & \tilde{\omega} \leq \tilde{\omega}_c \\ \frac{\varphi}{B} \tilde{\omega}^{-5} \exp[-\phi \tilde{\omega}^{-q}] & \tilde{\omega} \geq \tilde{\omega}_c \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\tilde{\omega}_c = \omega_c/\omega_0$, ω_c 与谱平衡域内的低频率界限有关, φ, ϕ 为待定系数, 只要要求谱在衔接处连续至一阶导数即可确定这两个系数。

事实上, 可求出

$$\begin{aligned} \varphi &= \tilde{\omega}_c^{-p+5} e^{\frac{5}{q}} = \tilde{\omega}_c^{\frac{4\lambda-5}{\lambda-1}} e^{5(\lambda-1)} \\ \phi &= \frac{(5-p)\tilde{\omega}_c^q + p}{q} = (4\lambda-5)\tilde{\omega}_c^{\frac{1}{\lambda-1}} + \lambda \end{aligned} \quad (16)$$

$\tilde{\omega}_c$ 的选取涉及到谱平衡域的低频界限 ω_p , 对于后者尚没有提出准确的方法描述。一般认为 $\omega_0 \leq \omega_p \leq 2\omega_0$ ^[1]。Давидан 等人通过经验关系证明 ω_p 随风浪成长状态变大。对于较窄的谱他们取 $\tilde{\omega}_p = \omega_p/\omega_0 = 1.12$ 做为此界限。因此本文取 $\tilde{\omega}_c = 1.12$ 做为(15)式中衔接处的无因次频率。

再利用 $\int_0^\infty \tilde{S}(\tilde{\omega}; B) d\tilde{\omega} = 1$, 可得

$$B = \frac{\lambda - 1}{\lambda} e^\lambda + F(\lambda) \quad (17)$$

其中, $F(\lambda) = \int_{\tilde{\omega}_c}^\infty \left\{ \varphi \tilde{\omega}^{-5} \exp[-\phi \tilde{\omega}^{-q}] - \tilde{\omega}^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q}(\tilde{\omega}^{-q} - 1)\right] \right\} d\tilde{\omega}$ 。

表 1 分别列出了 $\varphi(\lambda), \phi(\lambda), F(\lambda), B(\lambda)$ 随 λ 的变化情况。因找不到 B 与 λ 的简单解析关系, 使用起来不太方便。经过数值分析, 发现 B 与 λ 的关系可用如下表达式进行逼近

$$B = \begin{cases} 2.718(\lambda - 1) & 1 \leq \lambda \leq 1.02 \\ 1.67(\lambda - 1)^2 + 3.52(\lambda - 1) - 0.02 & 1.02 < \lambda \leq 1.07 \\ 2(\lambda - 1)^{0.5} - 0.3 & 1.07 < \lambda \leq 1.25 \end{cases} \quad (18)$$

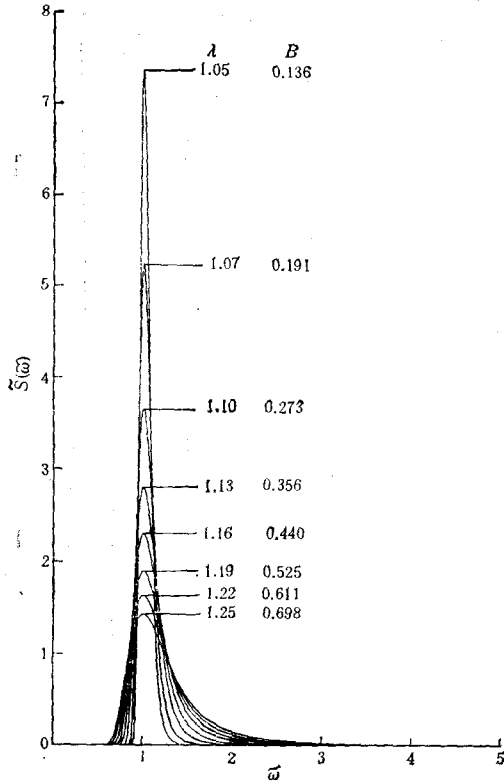


图 3 B-λ 谱

Fig. 3 B-λ spectrum

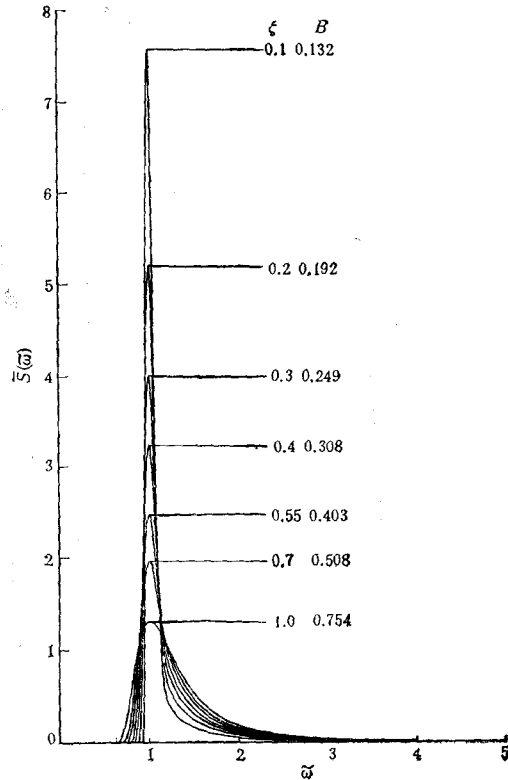


图 4 B-ξ 谱

Fig. 4 B-ξ spectrum

3. B-ξ 谱

基于谱在平衡域部分比例于 ω^{-4} 的前提下,我们提出另一种三参量的风浪频谱。(10)式已经给出三参量频谱的理论形式,对于现在的问题,要求 $\tilde{S}(\omega)$ 满足:

- (1) 当 $\omega \gg 1$ 时, $\tilde{S}(\omega) \sim \omega^{-4}$, 即 $f(\omega; B) \sim \omega^{-4}$;
- (2) $\tilde{S}(\omega)|_{\omega=1} = \frac{1}{B}$, 即 $f(\omega; B)|_{\omega=1} = 1$;
- (3) $\left. \frac{d\tilde{S}(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=1} = 0$, 即 $\left. \frac{df(\omega; B)}{d\omega} \right|_{\omega=1} = 0$;
- (4) $\tilde{S}(\omega) \xrightarrow{B \rightarrow 0} \delta(\omega - 1)$;
- (5) $\int_0^{\infty} \tilde{S}(\omega) d\omega = 1$, 即 $B = \int_0^{\infty} f(\omega; B) d\omega$.

考虑到(11)式,我们先提出充分成长谱如下

表 1 B 与 λ 的关系Tab. 1 Relationship between B and λ

λ	$\phi(\lambda)$	$\psi(\lambda)$	$F(\lambda)$	$B(\lambda)$
1.01	1.98×10^{-3}	-8.02×10^4	2.95×10^{-6}	0.027
1.02	6.02×10^{-3}	-2.64×10^2	8.43×10^{-4}	0.055
1.03	4.18×10^{-2}	-3.74×10^1	5.48×10^{-3}	0.087
1.04	1.13×10^{-1}	-1.32×10^1	1.38×10^{-2}	0.122
1.05	2.09×10^{-1}	-6.67×10^0	2.37×10^{-2}	0.160
1.06	3.21×10^{-1}	-3.97×10^0	3.36×10^{-2}	0.197
1.07	4.42×10^{-1}	-2.57×10^0	4.25×10^{-2}	0.233
1.08	5.69×10^{-1}	-1.72×10^0	5.00×10^{-2}	0.267
1.09	7.01×10^{-1}	-1.16×10^0	5.60×10^{-2}	0.302
1.10	8.35×10^{-1}	-7.64×10^{-1}	6.40×10^{-2}	0.334
1.11	9.73×10^{-1}	-4.59×10^{-1}	6.35×10^{-2}	0.364
1.12	1.12×10^0	-2.17×10^{-1}	6.51×10^{-2}	0.393
1.13	1.26×10^0	-1.77×10^{-1}	6.54×10^{-2}	0.422
1.14	1.41×10^0	1.51×10^{-1}	6.46×10^{-2}	0.449
1.15	1.56×10^0	2.99×10^{-1}	6.27×10^{-2}	0.475
1.16	1.72×10^0	4.29×10^{-1}	5.97×10^{-2}	0.500
1.17	1.89×10^0	5.47×10^{-1}	5.59×10^{-2}	0.524
1.18	2.06×10^0	6.54×10^{-1}	5.12×10^{-2}	0.548
1.19	2.24×10^0	7.54×10^{-1}	4.57×10^{-2}	0.571
1.20	2.43×10^0	8.48×10^{-1}	3.96×10^{-2}	0.593
1.21	2.62×10^0	9.36×10^{-1}	3.27×10^{-2}	0.615
1.22	2.82×10^0	1.02×10^0	2.53×10^{-2}	0.636
1.23	3.04×10^0	1.10×10^0	1.73×10^{-2}	0.657
1.24	3.26×10^0	1.18×10^0	8.90×10^{-3}	0.678
1.25	3.49×10^0	1.25×10^0	1.90×10^{-3}	0.698

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-4} \exp \left[-\frac{4}{5} (\tilde{\omega}^{-5} - 1) \right] \quad (19)$$

它满足(1)–(3),对于 $q = 5$ 的选取则是参考文献^[2]的结果: 根据现场数据, q 值随风浪成长很快由十几降到五。积分(19)式可得 $B = 0.7578$, 其值介于 P - M 谱与 Neumann 谱之间。

因此,除上列 5 点要求外,还要求

$$(6) \quad \tilde{S}(\tilde{\omega})|_{B=0.7578} = \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-4} \exp \left[-\frac{4}{5} (\tilde{\omega}^{-5} - 1) \right].$$

求谱的问题转化为求解带有边值(4),(6)的方程

$$B = \int_0^{\infty} f(\tilde{\omega}; B) d\tilde{\omega} \quad (20)$$

并且满足(1)–(3)所给定的条件。

从方程本身找到其解析解是相当困难的,为此,同上节类似,我们将寻找带有参数关系的试解

表 2 B 与 ζ 的关系
Tab. 2 Relationship between B and ζ

ζ	B	ζ	B
0.20	0.192	0.62	0.451
0.22	0.203	0.64	0.465
0.24	0.215	0.66	0.479
0.26	0.226	0.68	0.493
0.28	0.237	0.70	0.508
0.30	0.250	0.72	0.523
0.32	0.261	0.74	0.537
0.34	0.272	0.76	0.552
0.36	0.284	0.78	0.568
0.38	0.296	0.80	0.583
0.40	0.308	0.82	0.599
0.42	0.320	0.84	0.614
0.44	0.333	0.86	0.630
0.46	0.345	0.88	0.646
0.48	0.358	0.90	0.662
0.50	0.371	0.92	0.679
0.52	0.384	0.94	0.695
0.54	0.397	0.96	0.712
0.56	0.410	0.98	0.729
0.58	0.423	1.00	0.754
0.60	0.437		

$$f(\omega; B) = \omega^{-4} \exp \left[-\frac{4\zeta}{5} (\omega^{-5/\zeta} - 1) \right] \zeta^{1 - \exp \left[-\frac{(\omega-1)^2}{2 \times 0.08^2} \right]} \quad (21)$$

B 与 ζ 的关系可由方程(20)得出:

$$B = \int_0^{\infty} \omega^{-4} \exp \left[-\frac{4\zeta}{5} (\omega^{-5/\zeta} - 1) \right] \zeta^{1 - \exp \left[-\frac{(\omega-1)^2}{2 \times 0.08^2} \right]} d\omega \quad (22)$$

因此 B - ζ 谱的形式为

$$\tilde{S}(\omega; B) = \frac{1}{B} \omega^{-4} \exp \left[-\frac{4\zeta}{5} (\omega^{-5/\zeta} - 1) \right] \zeta^{1 - \exp \left[-\frac{(\omega-1)^2}{2 \times 0.08^2} \right]} \quad (23)$$

ζ 的变化范围规定为 $0 \leq \zeta \leq 1$, 两个极限分别对应 δ 函数与充分成长谱。可以验证 $\tilde{S}(\omega; B)$ 满足所有给定的条件。我们称 ζ 为谱成长因子。表 2 为通过数值积分所得到的 B 与 ζ 的关系。图 4 是按表 2 给出的值绘出的 B - ζ 谱, 其中 B 对谱形的作用同 B - λ 谱类似。 ζ 的大、小也体现谱宽、窄程度, 故亦可称 ζ 为 B 的孪生量。

4. 其它形式的频谱

在 2, 3 节里, 我们通过引进谱宽度参量, 提出了两种新的风浪频谱。由分析方法可以看出 B 的引入并不依赖频谱的具体形式, 而由谱形可建立 B 与其孪生量(如 λ , ζ)的某种关系。因此有可能在其它频谱里引进谱宽度 B 。我们将针对 JONSWAP 谱^[3]与 Wallops 谱^[4]的形式提出另外两种三参量的风浪频谱, 并分别称之为 B - γ 谱与 B - m 谱。

首先考虑 JONSWAP 谱的形式

$$S(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-4} \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2 \omega_0^2} \right]} \quad (22')$$

令 $\omega = \omega_0$ 有 $S(\omega_0) = \frac{\alpha g^2}{\omega_0^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \right] \gamma$, 于是

$$S(\omega) = S(\omega_0) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-5} \exp \left\{ -\frac{5}{4} \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-4} - 1 \right] \right\} \gamma^{\exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2 \omega_0^2} \right] - 1}.$$

B - γ 谱的形式为

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{S(\omega)\omega_0}{m_0} = \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-5} \exp \left[-\frac{5}{4} (\tilde{\omega}^{-4} - 1) \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2} \right] - 1} \quad (23')$$

B 与 γ 的关系为

$$B = \int_0^\infty \tilde{\omega}^{-5} \exp \left[-\frac{5}{4} (\tilde{\omega}^{-4} - 1) \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2} \right] - 1} d\tilde{\omega} \quad (24)$$

当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, $B \rightarrow 0$, 随着 γ 的减小, B 增大, 当 $\gamma = 1$ 时, $B = 0.698$, 谱为 P - M 谱。说明风浪由单色波发展为充分成长状态。

再考虑 Wallops 谱的形式

$$S(\omega) = \frac{\beta g^2}{\omega_0^{5-m} \omega^m} \exp \left[-\frac{m}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-4} \right] \quad (25)$$

对上式施行类似于 B - γ 谱的推导可得 B - m 谱为

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{1}{B} \tilde{\omega}^{-m} \exp \left[-\frac{m}{4} (\tilde{\omega}^{-4} - 1) \right] \quad (26)$$

B 与 m 的关系为

$$B = \int_0^\infty \tilde{\omega}^{-m} \exp \left[-\frac{m}{4} (\tilde{\omega}^{-4} - 1) \right] d\tilde{\omega} = \frac{1}{4} \left(\frac{m}{4} \right)^{\frac{1-m}{4}} \Gamma \left(\frac{m-1}{4} \right) e^{\frac{m}{4}} \quad (27)$$

当 $m \rightarrow \infty$ 时, $B \rightarrow 0$, 随着 m 的减小, B 增大, 当 $m = 5$ 时, $B = 0.698$, 谱为 P - M 谱。表征风浪由单色波发展为充分成长状态。

在以上分析里, 我们只是采用了两种频谱的形式, 而没有提到 γ 与 m 的物理意义。事实上, 仅当将 γ 定义为峰升高因子及将 m 与内参量建立某种联系, 这时才能称(22)式与(25)式分别为 JONSWAP 谱与 Wallops 谱。另外, 由我们的结果可知, γ^{-1} 与 m^{-1} 的大、小体现了谱宽、窄的程度, 即在 B - γ 谱与 B - m 谱中分别以 γ^{-1} 与 m^{-1} 为 B 的孪生量。因此仅当 B 的孪生量取为 γ 与 m 的倒数时, B - γ 谱与 B - m 谱才分别化成 JONSWAP 谱与 Wallops 谱。故可以认为: JONSWAP 谱与 Wallops 谱分别为 B - γ 谱与 B - m 谱的特殊形式。

至此, 我们实际上是在传统谱形的基础上提出了三参量的风浪频谱

$$S(\omega) = \frac{K}{\omega^{p_0}} \exp [-F\omega^{-q_0}] \Phi(\omega; B) \quad (28)$$

式中, p_0, q_0 为常值, 函数 $\Phi(\omega; B)$ 的形式确定了 B 与其孪生量的关系。本文所提出的 4 种频谱均为 $\Phi(\omega; B)$ 的不同选取所导出的。因还有其它形式的 $\Phi(\omega; B)$ 可供选取, 从而(28)式蕴含了导出新谱的可能性, 因此可以认为(28)式为普遍形式的风浪频

谱。

5. 结语

基于谱的参量化方法,我们提出了一个描述谱形变化特征的谱宽度参量。该参量在较大程度上能够反映谱的细致结构,并由其随成长状态的变化而刻划出风浪频谱的发展变化。与原有的两个谱参量一起形成三参量的风浪频谱。在传统谱形的基础上通过新参量的引入而得到了一个普遍形式的风浪频谱,目前所常用的频谱是该谱形的某种特例,从而本文对谱形的构造作了一个新的尝试。

参 考 文 献

- [1] 文圣常、余宙文,1984。海浪理论与计算原理。科学出版社,142—215,403—429 页。
- [2] И. Н. Давидан, 1978。风浪的概率统计分析。(潘锦嫦译,1984)。科学出版社,101—120 页
- [3] Hasselmann, K. et al., 1973. Measurements of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) Ergarungsbeft Zeit. *Deput. Hydr. Zeit* 12: 95.
- [4] Huang, N. E. et al., 1981. A unified two-parameter wave spectral model for a general sea state. *J. F. M.* 112: 203—224.
- [5] Kitaigorodskii, S. A., 1983. On the theory of the equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves. *J. P. O.* 13: 816—827.
- [6] Neumann, G., 1952. On wind generated ocean waves with special reference to the problem of wave forecasting. N. Y. U. Coll. of Eng., Res. Div., Dept. of Meteor and Oceanogr., 136pp.
- [7] Phillips, O. M., 1958. The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves. *J. F. M.* 4: 426—434.
- [8] Phillips, O. M., 1984. Spectral characteristics of breaking waves. *The Ocean Surface*, eds. Y. Toba and H. Mitsuyasu. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht/Boston/Lancaster, pp. 111—123.
- [9] Pierson, W. J. Jr. and L. Moscovitz, 1964. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. *J. G. R.* 69(24): 5181—5190.

WIND WAVE SPECTRA WITH THREE PARAMETERS*

Hou Yijun

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao*)

and

Wen Shengchang

(*Ocean University of Qingdao*)

ABSTRACT

Assuming that wind waves grow from a single frequency to fully developed state, this paper defines the spectrum width in a special form and introduces it into the conventional spectrum as a third parameter in addition to those ordinarily employed for describing the energy and frequency scales. The spectra obtained in this way assume universal forms for wind waves changing with wind conditions. The spectrum width in the proposed form can also be introduced into the JONSWAP and Wallops spectra as well as spectra with other possible forms.

* Contribution No. 1848 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.