

海冰的动力-热力过程的数学处理*

吴辉碁

(国家海洋局海洋环境预报中心,北京,100081)

提要 本文叙述海冰模式中动力-热力过程的数学处理。模式将冰作为一种粘性-塑性流体,引入热力增长函数和变形函数表示气-冰、气-冰-水相互作用,冰脊和水道等对海冰热力和动力学过程的作用。讨论了冰模式中参数化的问题。

国际上许多国家在本国沿海、大洋北部、极地进行了长期的海冰观测和考察,并多国联合进行综合性野外海冰实验,提出各种数值模式,Hibler等进行海冰生消、增长和漂移数值试验^[1-7];并发展了海冰业务数值预报,例如芬兰从1979年冬开始建立的海冰业务数值预报一直在冬季航运中起着重要作用;一些气-冰-海耦合模式也被用来研究海冰对大气环流、海洋环流的作用,海冰和气候的相互作用。本文讨论渤海海冰数值预报模式一些问题。

一、海冰模式化

将一个复杂的物理过程抽象成数学模型,必须抓住该物理过程的基本特性。例如以前提出的大尺度数值天气预报模式、大气边界层模式和风暴潮模式等就是根据大尺度大气运动、旋转流体的湍流运动和强迫场作用的海面动力响应等物理过程的基本特点而设计的。而海冰并不是单纯的刚体,冰块内既有气泡又有卤水,以及其它杂质。海冰复杂成分既影响它的热力学特性,又决定它的力学强度。下面讨论模式化海冰到底看做什么物质最能刻画出它的力学性质。

1. 模式网格和变量

海冰的空间分布是非常复杂的,和通常见到的河冰、湖冰等完全不同。不同类型冰的结构差别很大,有的堆积、挤压成大的冰脊,有的呈大面积固定冰,有的冰水相间甚至出现长的水道和广阔的冰间湖,冰厚和密集度随空间变化很大,其尺度通常比模式格距小,即在一个模式网格内既包括不同厚度的冰,也包括水道或(和)冰间湖的开阔水域。海冰与大气、海洋相互作用也是非常复杂的。在一个网格内通常不可能完全显示表示这些性质。因此,必须首先确定海冰模式网格及其预报参数的选择。

总之,要把自然界复杂的海冰分布与演变模式化,数学化是首先碰到的难题。我们提出的渤海海冰模式既包括动力学部分又包括热力学部分,并通过连续性方程联络动力学

* 自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1989年11月1日。

和热力学模式。模式的特点是在某一网格内,平整的薄冰、堆积的厚冰和开阔水可能同时出现。例如图 1,在同一网格内同时出现平整冰(冰厚为 h_i , 密集度为 A_i)和包括冰脊在内的堆积冰(冰厚为 h_r , 密集度为 A_r),其密集度为 $A = A_i + A_r$, 平均冰厚为 $\bar{h} = \bar{h}_i + \bar{h}_r = A_i h_i / A + A_r h_r / A$ 。同时还存在包括水道和冰间湖在内的开阔水域, 占该网格面积为 $1 - A$, 热力学过程模拟分别考虑水-气和冰-水-气不同的热力收支关系。

冰速 \vec{v}_i 、冰厚 \bar{h}_i, \bar{h}_r 和密集度 A 是所提出的模式的重要变量。

2. 基本方程

(1) 动量方程 模拟海冰动力过程的基本方程是动量方程:

$$m \frac{d\vec{v}_i}{dt} = -mf\vec{k} \cdot \vec{v}_i + A\vec{\tau}_a + A\vec{\tau}_w - mg\nabla H + \vec{F} \quad (1)$$

式中, H 是海表面动力高度; \vec{F} 是冰内力; m 是单位面积冰质量。

$$m = \rho_i \bar{h} A \quad (2)$$

式中, ρ_i 是冰密度; $\vec{\tau}_a$ 和 $\vec{\tau}_w$ 分别是冰表面空气应力和冰底海水应力。

(2) 热力过程 为了得到表面温度场, 确定海面是否开始结冰, 海冰是增长还是融化, 海、气间和冰、气间热量交换作为海冰热力学模拟的基础, 还必须考虑冰、水侧向交换, 冰覆盖下的水域与开阔水域的侧向交换, 以及冰底的冰、水间垂直热量交换等(图 2)。

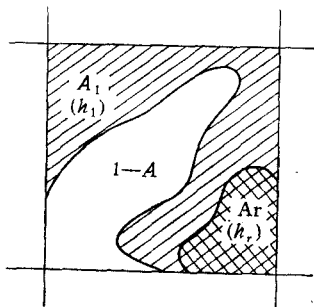


图 1 海冰模式水的平结构

Fig. 1 Horizontal structure of the sea ice model

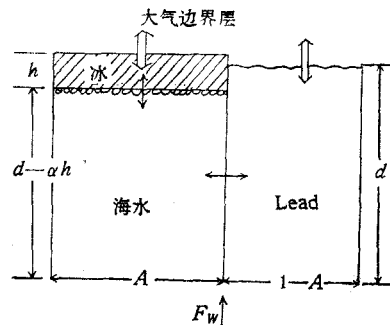


图 2 海冰模式的垂直结构

Fig. 2 Vertical structure of the sea ice model

⇔ 海、气间和冰、气间热量交换;

↔ 侧向和冰、气间热量交换;

d 为海洋混合层的厚度。

对于开阔水面海洋混合层净得热量为:

$$Q_0 = H\downarrow + LE\downarrow + \epsilon_w LW\downarrow + (1 - \alpha_w)SW\downarrow - \epsilon_w \sigma T_{sfc}^4 + F_w\uparrow \quad (3)$$

式中, $H\downarrow$ 为感热通量; $LE\downarrow$ 为潜热通量; ϵ_w 为水的长波辐射率; $LW\downarrow$ 为入射长波辐射; $SW\downarrow$ 为太阳短波辐射; α_w 为水表面短波反射率; σ 是 Stefan-Boltzman 常数; T_{sfc} 是表面水温; Q_0 是净入混合层的热通量之总和; $F_w\uparrow$ 是通过跃层进入的热量。

冰表面与大气间热量收支关系为:

$$Q_{is} = H\downarrow + LE\downarrow + \epsilon_i LW\downarrow + (1 - 0.4I_0)(1 - \alpha_i)SW\downarrow$$

$$- \epsilon_I \sigma T_{sfc}^4 + \frac{K_I}{h} (T_B - T_{sfc}) \quad (4)$$

式中, I_0 为净入射短波辐射率; K_I 为冰热传导系数; ϵ_I 为冰的长波辐射率; α_I 为冰表面短波反射率; T_B 为冰底面温度。

冰底的热通量为:

$$Q_{IB} = F_B \uparrow - \frac{K_I}{h} (T_B - T_{sfc}) \quad (5)$$

式中, $F_B \uparrow$ 是通过冰底的冰水间热量交换。

(3) 连续方程 如果进入冰的总净热通量不为零, 则引起冰增长或融化, 即

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} m) = \phi \quad (6)$$

式中, ϕ 表示热力增长函数, 如果总净热通量为零, 海冰质量保持守恒, 即 $\phi = 0$ 。该式将热力过程与动力过程联结起来。

二、冰 内 力

对于渤海海域可以忽略海冰动量平衡方程(1)右边第 4 项。利用大气模式和海洋模式, 考虑冰面大气边界层特点, 冰与水相互作用, 特别是冰与潮汐相互作用。给定风应力和冰下水应力, 确定 \vec{F} 后, 由(1)可以确定海冰运动。

如何从海冰形变场确定内力, 取决于模式中将海冰处理成什么样物质。为了简单, 有人模拟海冰季节变化采用速度相关来近似冰的相互作用; Parkinson 等采用迭代修正非均匀速度场以表示冰内力对海冰运动的作用^[7]; 现在更流行的方法是应用流变学原理, 采用合适的本构定律表示形变和厚度与冰内应力的关系。根据所研究问题的尺度, 采用不同的本构关系。计算渤海海冰漂移和冰厚、密集度变化, 采用大尺度本构关系。

大尺度海冰形变通常不能全部恢复, 因此无论是线性还是非线性弹性模型都是不适合的。Glen^[8] 提出采用线性粘性流体模型描述大尺度海冰。冰场赋予压力以强阻尼, 而给张力以弱阻尼。应力与应变率关系为:

$$\sigma = 2\eta \left(\dot{\epsilon} - \frac{1}{2} \epsilon_i \dot{\epsilon}_i \right) + \zeta \epsilon_i \dot{\epsilon}_i \quad (7)$$

式中, $\dot{\epsilon}$ 为单位张量; 切变粘性系数(η)与总体粘性系数(ζ)为常数。芬兰海冰数值预报模式^[9]就是采用此种关系, 数学计算较简单。但必须指出, 对于 $A \approx 1$ 的海冰场塑性性质必须考虑, 例如可以附加屈服判据。

大量野外观测和实验指出, 外强迫力停止作用后, 海冰不能完全恢复到原来未变形的形态。例如, 冰脊形成过程就是不可逆的。这些现象类似塑性物质。因此渤海海冰采用粘性-塑性本构关系, 表示应力与应变率关系的(7)式中系数不是常数, 它们分别表示为:

$$\zeta = p/2\Delta \quad (8)$$

$$\eta = \zeta/e^2 \quad (9)$$

式中, $p = p^* h \exp[-c(1-A)]$; p^* 和 c 是经验常数, 对于二维冰场, $\Delta = [(\dot{\epsilon}_{11}^2 + \dot{\epsilon}_{22}^2) \cdot (1 + e^{-2}) + 4e^{-2}\dot{\epsilon}_{12}^2 + 2\dot{\epsilon}_{11}\dot{\epsilon}_{22}(1 - e^{-2})]^{1/2}$; e 为椭圆率。

采用这种塑性流变学允许冰可以抵抗强的压力和切变形变,然而弱或无应力情况下可以伸长或膨胀。从数学计算角度来看,可以不受时间步长限制模拟塑性流体的基本性质,并且也适合欧拉方法计算。利用内力表达式

$$\vec{F} = \nabla \cdot \vec{\sigma} \quad (10)$$

代入方程(1)很容易求出各时刻海冰的运动场。注意上述冰内力处理时,模拟相互作用是将冰作为一种非线性粘性-塑性可压缩流体。但解(1)式时,为了简单假定冰密度(ρ_i)为常数,在下边也作同样假定。这种矛盾是为了计算简化而引起的。

三、动力约束

假定冰密度 ρ_i 为常数,(6)式可转化为预报变量的方程:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\vec{v}_i \cdot \nabla A + \phi_A + \phi_A \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{h}_i}{\partial t} = -\vec{v}_i \cdot \nabla \bar{h}_i + \phi_i + \phi_i \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{h}_r}{\partial t} = -\vec{v}_i \cdot \nabla \bar{h}_r + \phi_r + \phi_r \quad (13)$$

方程中 ϕ_A, ϕ_i 和 ϕ_r 是为了使方程组(11)–(13)和质量守恒方程(6)一致而引入的形变约束函数。它们必须满足

$$\bar{h} \phi_A + A \phi_i + A \phi_r = -\bar{h} A \nabla \cdot \vec{v}_i \quad (14)$$

另外方程(11)还必须满足约束条件, $A \leq 1$ 。即当 $A = 1$ 时必须附加汇项,使当冰运动辐合时,可以除去所计算的网格内过剩的冰区。即通过冰堆积,甚至形成冰脊,使 A 不再继续增加。虽然汇项不改变冰质量,但使得堆积冰增厚,即使得 \bar{h}_i 增加。

Parkinson 等^[7]采用迭代订正自由漂移速度场方法,以保证密集度不超过最大临界值 A_{cr} 。在北极冰模拟研究中取 $A_{cr} = 0.9$, 保证北极冰区有开阔水域(冰道或冰间湖)出现。Lepparanta^[9] 根据观测引入一些附加条件,确定(14)式类似的约束方程中约束函数。而 Thorndike 等引入再分布函数,考虑更一般的机械源汇项。

在渤海海冰模式中,根据观测确定临界厚度 h_{cr} 。

当 $A = 1$, 且 $\nabla \cdot \vec{v}_i < 0$, 如果 $\bar{h}_i \leq h_{cr}$, 密集度不变也不会形成堆积冰,仅增加平整冰厚。即 $\phi_A = \phi_r = 0$, $\phi_i = -\bar{h} \nabla \cdot \vec{v}_i$ 。如果 $\bar{h}_i > h_{cr}$, 出现堆积冰,且增加堆积冰厚,即 $\phi_A = \phi_i = 0$, $\phi_r = -\bar{h} \nabla \cdot \vec{v}_i$ 。否则,仅密集度改变, $\phi_A = -A \nabla \cdot \vec{v}_i$ 。上述变形函数的确定还取决于模拟的尺度以及冰脊、水道参数化的要求。

四、热力增长函数

由(3)和(4)可以得到每个时间步长的表面温度,在冻结前可以根据(3)确定初冰日。冰覆盖区域,即 $A > 0$, 表面温度限制在 $\{271.2\text{K}, 273.05\text{K}\}$ 范围内,如冰温度超过海冰熔点,令其等于 273.05K ; 如低于海冰冻结温度,令其等于 271.2K 。

冰与大气、海洋热交换所获得的热量或损失的热量影响冰的厚度和分布面积。模式中通过连续方程并引入热力函数 ϕ 加以考虑。开阔水面净热量损失引起的增长率为 f_0 ,

冰面和冰底增长率分别为 $f_1(\bar{h})$ 和 $f_2(\bar{h})$ 。由式(3)—(5)得到:

$$f_0 = -Q_0/Q_I, f_1(\bar{h}) = -Q_{IS}/Q_I, f_2(\bar{h}) = -Q_{IB}/Q_I。$$

热力过程引起冰厚变化率为:

$$\phi_h = f(\bar{h})A + f_0(1 - A) \quad (15)$$

其中,

$$f(\bar{h}) = f_1(\bar{h}) + f_2(\bar{h})$$

$$\phi_r = R\phi_h, \phi_l = (1 - R)\phi_h \quad (16)$$

引入的参数 R 由冰脊参数化确定。因为脊冰和堆积冰形成属次网格物理过程, 因此模式不直接预报它的分布区域。

当开阔水域净热量损失引起水面降温, 可能导致初生冰形成, 在这种情况下考虑对密集度变化的作用; 然而冰面热量损失不影响密集度变化, 只有当冰面净得热量造成冰融化时, 才考虑对密集度变化的作用。模式中引入密集度热力函数:

$$\phi_A = \phi_{A1} + \phi_{A2} \quad (17)$$

式中,

$$\phi_{A1} = \begin{cases} \frac{f_0}{h_{cr}}(1 - A) & \text{当 } f_0 > 0 \\ 0 & \text{当 } f_0 < 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\phi_{A2} = \begin{cases} 0 & \text{当 } \phi_h > 0 \\ \frac{A}{\beta\bar{h}}\phi_h & \text{当 } \phi_h < 0 \end{cases}$$

模式计算指出, 热量收支方程的计算对确定热力函数起着重要作用; 但热量收支方程(3)和(4)中 Q_0 和 Q_{IS} 皆是大项的小差, 因而确定热力函数相当困难, 即对右边各项计算精度要求高。所需资料和目前大气模式的预报结果很难满足。

另外需指出的, 对不同时间尺度和空间分辨率的海冰模式, 热力过程的处理和要求是不同的, 上述方案是针对 10km 格距、2—5d 预报时效而提出的。

五、冰脊参数化和水道参数化

冰脊和水道不仅对航运和海洋工程具有特别重要意义, 而且对海冰动力学和热力学特性的研究具有重要意义。正如大气模式如何处理积云对流, 辐射和边界层效应一样, 冰模式中如何处理冰脊和水道, 对完善模式的物理过程、提高模式预报精度具有重要作用。在渤海海冰模式中冰脊与水道的的作用属次网格效应。因此如在模式中冰脊参数, 帆高和脊密度, 以显示预报方程出现是不合理的, 在数学上也难以计算。正如大气模式对这些次网格效应采用参数化方法一样, 冰模式中也应设计合理的冰脊参数化和水道参数化方案。这些方案必须建立在大量观测和理论研究基础上。

在动力过程模拟中, 冰脊是否出现对确定动力约束条件很重要, 如何进一步通过变形函数参数化表示冰脊形成过程以及冰脊对冰运动场的反馈作用有待进一步研究。

确定厚度增长函数引入了参数 R , 表示平均冰厚的增长函数和脊冰的增长函数之比。 R 不是一固定常数, 由当时天气形势、海洋环境特别是中尺度风场、流场的特性所决定。我们将根据冰脊的观测和地球物理特性的研究来确定 R 。

水道和冰间湖等在冰区出现对大面积冰覆盖海域海-气热平衡起着重要作用。同样条件下, 开阔水域海-气热量交换比冰面大一个量级。因此冰-水, 水-水侧向交换起着重要作用(图 2)。Parkinson 等的模式是采用调整温度方法来表示的^[7], 我们采用修正密集度热力函数方法加以考虑。

六、预报个例

根据上述海冰的动力-热力过程的数学处理提出渤海海冰模式。利用卫星遥感资料和业务预报的经验作渤海海冰厚度和密集度分布图作为初始场, 和取自天气图的气象要素场, 进行渤海海冰数值模拟(图 3)。1988/1989 年冬将五层斜压大气模式和海冰模式联

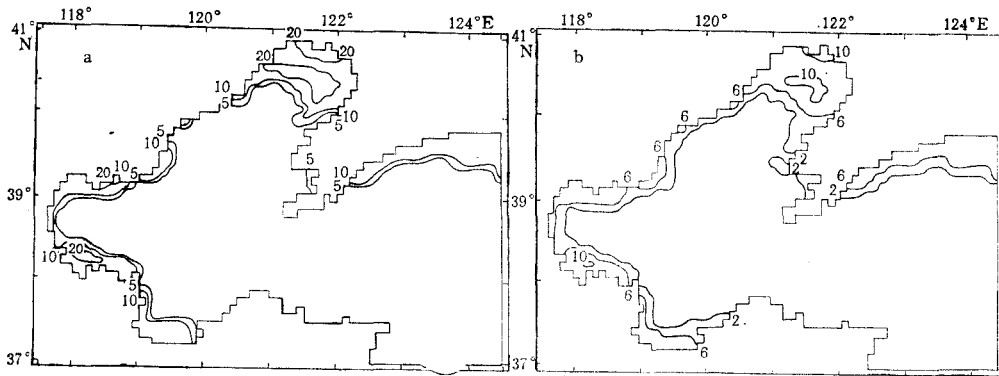


图 3 1987 年 1 月 17 日积分 48 h 渤海海冰模拟场

Fig. 3 48 h sea ice simulation valid on January 17, 1987 in the Bohai Sea

a. 冰厚; b. 密集度。

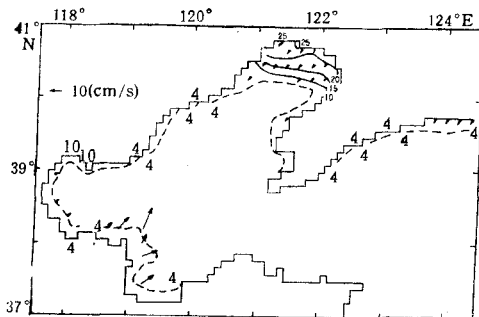


图 4 1989 年 1 月 13 日的 48 h 渤海冰速和厚度的预报场

Fig. 4 48 h forecasts for ice drift and thickness (solid line) valid on January 13, 1989 in the Bohai Sea

实线为冰厚; 虚线为冰边缘线。

结进行预报试验。图 4 是 48h 预报结果。它指出, 这年冬季属弱冰期, 冰覆盖区集中在辽东湾北部, 渤海湾和莱州湾沿岸出现微弱的薄冰, 这些结果与实际情况是一致的, 但无实测资料定量检验。

为了检验所提出的模式性能, 利用波罗的海冰图和气象资料进行后报, 同实测资料相比, 证明上述数学处理方案和提出的模式都是满意的。

七、小 结

根据大量观测和实验以及有关理论研究提出动力-热力过程的数学处理方法。海冰模式特点在于海冰本身是一种复杂的物质。模式冰作为一种粘性-塑性流体, 在同一网格内即包括平整冰、脊冰, 又包括开阔水。引入热力增长函数表示气-冰, 气-冰-水

的相互作用,以及冰-水,冰下水-水侧向热量交换的热力学过程。还引入力学变形函数表示海冰受大气和海洋的强迫应力作用产生堆积,甚至形成脊冰,反过来影响冰厚和密集度分布。并且讨论了水道、冰间湖和冰脊的参数化问题。所提出的模式,在渤海和波罗的海的模拟后报和试报结果证实上述方案是合理的、满意的。今后将进一步通过观测和数值试验研究冰脊和水道等参数化问题。

参 考 文 献

- [1] 王仁树, 1984。渤海海冰的数值试验。海洋学报 6: 572—580。
- [2] Coon, M. D., 1980. A review of AIDJEX modelling. Sea Ice Processes and Models, University of Washington Press, Seattle and London. pp. 12—27.
- [3] Glen, J. W., 1970. Thoughts on a viscous model for sea ice. *AIDJEX Bulletin* 2: 18—27.
- [4] Hibler, W. D., 1979. A dynamic thermodynamic sea ice model. *J. Phys. Oceanogr.* 9: 815—846.
- [5] Lepparanta, M., 1981. An ice drift model for the Baltic Sea. *Tellus* 33: 533—596.
- [6] Lu, Q. M., 1988. On Mesoscale Modelling of the Dynamics and Thermodynamics of Sea Ice. Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark. Series Paper No. 44, 154pp.
- [7] Parkinson, C. L. and W. M. Washington, 1979. A large-scale numerical model of sea ice. *J. Geophys. Res.* 84: 311—337.
- [8] Wu Huiding and M. Lepparanta, 1988. On modelling of ice drift in the Bohai Sea. *Merentutkimuslaitos Sisainen Raportti* 1988 (1): 40.

MATHEMATIC REPRESENTATIONS OF SEA ICE DYNAMIC THERMODYNAMIC PROCESSES

Wu Huiding

(National Research Center for Marine Environment Forecasts, Beijing, 100081)

ABSTRACT

In this paper, the mathematic treatment of dynamic thermodynamic processes in a sea ice model is described. The thermodynamic process determines, on the principle of the conservation of energy, the thickness and temperature structure of the ice. The dynamic process determines, on the principle of the conservation of momentum, the drift and ridging of the ice. Both processes contribute to the determination of the open water or lead area within the ice cover.

The thermodynamic calculations center on balancing the incoming and outgoing energy fluxes at the air/ice and air/water interfaces. The fluxes included are solar radiation, incoming and outgoing longwave radiation, sensible and latent heat, conduction through the ice layer, an ocean heat flux and absorption and emission of energy due to the change of state between ice and water.

Sea ice dynamics tends to be calculated by creating a momentum balance among the following major stresses acting on the ice: wind stress, water stress, coriolis force, the stress produced by dynamic topography and internal ice stress. Sea ice is modelled as a viscous-plastic material, sometimes being considered incompressible, sometimes partly compressible. The relationships between ice stress and strain rate are modelled according to the viscous-plastic rheology felt to be appropriate for the Bohai Sea ice.

The continuity equation is used for connecting both sets of calculations. Thermodynamic growth rate and deformation function are introduced into the ice model for representing the air/ice and air/ice/sea interaction and parameterizing the effects of ice ridges and leads on the physical processes of sea ice. The parameterization for the sea ice model is discussed as well.