

# 黄海冷水团热结构及其环流解析研究\*

李惠卿 袁业立

(国家海洋局第一海洋研究所, 青岛 266003)

**摘要** 本文从一般的流体动力学-热力学方程组出发, 通过对历史资料的分析, 确立了描述黄海冷水团热结构及其环流的非线性控制方程组, 得出近似解析解。理论计算结果表明, 夏季北黄海冷水团区域存在中心上升边缘下降的气旋式密度环流。

**关键词** 浅海非线性热生环流 “台型”等温线  $\sigma$ -坐标

夏季黄海深底层存在着范围广阔的低温水体。在北黄海, 水温变化范围约为 5—12°C, 盐度约为 31.5—32.5; 这个温度变差大、盐度变差小并以低温为主要特征的水体即为“黄海冷水团”<sup>[2]</sup>。另外, 观测资料表明, 随着北黄海冷水团的逐渐成长, 围绕其中心存在非常明显的逆时针向水平环流<sup>1)</sup>。本文拟对我国陆架浅海中的以上重要水文现象给予理论上的探讨。

## 一、模型的建立

北黄海冷水团具有很强的孤立性, 它的变异主要是自身热结构季节性演变的反映。作为一种理想化的假设, 可以认为冷水团分布于轴对称的海盆之上, 海面气象因素也具有对称性。取柱坐标系, 如图 1 所示。基于上述假定, 冷水团热结构以及相应的热生环流均具有轴对称性质。在以下的讨论中, 均采用 cm, g, s 单位。

### 1. 状态方程

由于温度变化大而盐度变化小, 密度场的变化主要由温度决定的, 状态方程近似取作

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha \cdot (T - T_0)]$$

式中,  $\alpha$  为海水热膨胀系数,  $\alpha = 1.8 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ ;  $T_0$  为特征温度;  $\rho_0$  是相应于特征温度  $T_0$  的海水密度。

冷水团演变的整个过程最大温度变差不超过 25°C ( $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ ), 因此, 密度变差不超过  $10^{-2}\rho_0$ , 它远小于平均密度。采用 *Boussinesq* 近似, 在运动方程的水平分量中可不考虑密度的变化。

### 2. 运动的尺度

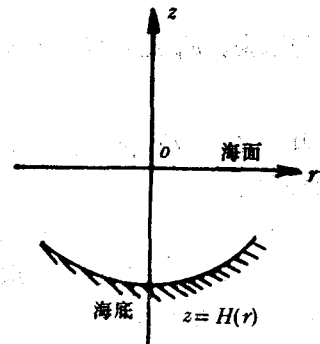


图 1 坐标示意图

Fig. 1 Coordinates used in the model

\* 作者曾与张庆华先生进行过有益的讨论, 绘图得到陈水明、王海燕同志的帮助, 谨志谢意。

1) 管秉贤等, 渤海东海表层海流图。1977, 中国科学院海洋研究所。

接受日期: 1990 年 12 月 21 日。

这里以抛物面  $H(r) = H_0 + H_2 r^2$  逼近真实的海底, 根据实测的水深, 取  $H_0 = -5500\text{cm}$ ,  $H_2 = 6.5 \times 10^{-11}/\text{cm}$ 。运动的水平尺度  $L = \sqrt{5500/65} \times 10^6\text{cm}$  (约 90 km), 垂直尺度  $D$  即为最大水深,  $D = |H_0| = 5500\text{cm}$ ,  $L \gg D$ , 运动方程的垂直分量即可简化为静态方程。

冷水团热结构的演变非常缓慢, 其特征时间尺度  $T_1 \sim 1.3 \times 10^7\text{s}$  (约 5 个月, 即每年 5—9 月)。

根据实测资料, 环向速度  $v$  的特征值  $V$  取作  $15\text{cm/s}$ , 而径向速度的特征值  $U$  一般较环向的低一个量级,  $V \sim 10U$ 。由连续性方程, 垂直流速  $w$  的量级为  $UD/L$ , 约  $8 \times 10^{-4}\text{cm/s}$ 。

### 3. 涡动混合热传导系数及涡动粘滞系数

浅海中海水的混合主要是由表层的涡动混合及近底层的潮混合决定的, 在本文中首先关心的是上层风混合及海面热收支对冷水团热结构的影响, 因此, 这里的混合系数主要代表上层的涡动混合。夏半年, 黄海冷水团区域的水体处在稳定的层化状态中, 海水运动又十分缓慢, 表层海水的混合主要是波浪的搅拌, 它具有垂直不均匀的涡动混合系数, 这种混合系数随深度呈指数衰减  $K_V = K_0 e^{a_0 z}$

式中,  $K_0 = 2k^2 \delta \beta^3 W^3 / 5\pi g$ ,  $k$  为 Karman 常数,  $\delta$  为波陡,  $\beta$  为波龄,  $W$  为风速,  $g$  为重力加速度;  $a_0 = g/\beta^2 W^2$ 。在中等风速下,  $K_0$  具有  $10\text{cgs}$  量级。

对于水平尺度约  $100\text{km}$  的边缘海区, 海面风速是有变化的, 靠近岸边的风速比海区中心的风速低  $10\text{—}20\%$ 。根据北黄海地区几个断面上的实测风速, 海面上距离海区中心为  $r$  点的风速, 可近似表示为:

$$W(r) = W_0(1 - 0.18r/L)$$

这样以来,  $K_V$  应随坐标  $r$  变化,

$$K_V = K_0 k(r) e^{a_0 a(r) z}$$

式中,  $K_0 = 2k^2 \delta \beta^3 W_0^3 / 5\pi g$ ,  $k(r) = (1 - 0.18r/L)^3$ ;  $a_0 = g/\beta^2 W_0^2$ ;  $a(r) = 1/(1 - 0.18r/L)^2$ 。

水平涡动热传导系数  $K_H$  具有量级  $10^4\text{cm}^2/\text{s}$ 。

至于涡动粘性系数, 暂取为常数, 其中水平涡动粘滞系数  $A_H \sim 10^5\text{cm}^2/\text{s}$ , 垂直涡动粘滞系数  $A_V \sim 10^2\text{cm}^2/\text{s}$ 。

### 4. 建立模型

基于上面所得的特征尺度, 通过对原始  $N\text{—}S$  方程中各项的量级比较, 并保留  $10^0\text{—}10^{-1}$  诸项, 即得到描述冷水团热结构及相应的热生环流的控制方程组(有量纲形式):

$$fv = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (1.1)$$

$$fu = \frac{\partial}{\partial z} \left( A_V \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = -g\rho' \quad (1.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.5)$$

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha \cdot (T - T_0)] \quad (1.6)$$

式中,  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $p = -\rho_0 gz + p'$ 。相应的定解条件为:

$$\text{海面 } z = 0: \rho_0 c_p K_V \frac{\partial T}{\partial z} = q(r, t), w = 0$$

$$\text{海底 } z = H(r): v = 0, w = H'(r)u, \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

(式中,  $c_p$  为海水的定压比热;  $q(r, t)$  为单位时间内单位海面的热输入;  $\vec{n}$  为底边界外法线方向。)

初始条件:  $T|_{t=0} = T(r, z)_0$ 。

对方程(1.1)–(1.6)进行整理, 可得

$$v = \frac{g\alpha}{f} \int_{H(r)}^z \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) dz \quad (1.7)$$

$$u = \frac{g\alpha A_V}{f^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1.8)$$

$$w = \frac{g\alpha A_V}{f^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_z \quad (1.9)$$

将(1.8), (1.9)的速度表达式代入(1.5), 即得到决定冷水团热结构的非线性方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{g\alpha A_V}{f^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_z \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.10)$$

上面的诸关系式表明, 流速  $u, v, w$  完全是由温度  $T$  决定的, 因此, 解题的关键在于求解方程(1.10)。

## 二、求解解析

热传导方程(1.10)是非线性的, 直接求其精确解非常困难; 为此, 我们根据观测资料所显示的冷水团水温分布特性对这一方程进行简化。北黄海大连一成山角断面多年平均的逐月温度分布表明<sup>[4]</sup>, 除沿岸外, 冷水团强盛期(7–8月)主要的等温线呈中心部分下凹而边缘上翘的台状, 台形等温线的台面略向下凹, 与地形相似。引进变换

$$r' = r \quad z' = z / -H(r) \quad (2.1)$$

则在新坐标系中, 除沿岸外, 等温线将是很平坦的。

在新坐标系下, 热传导方程(1.10)变为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{g\alpha A_V}{f^2} \left\{ \left( \frac{\partial T}{\partial r'} - \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \left( -\frac{1}{H(r')} \right) \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial T}{\partial r'} - \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{r'} \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial}{\partial z'} \right) \left[ r' \left( \frac{\partial T}{\partial r'} - \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \Big|_{z'} \right] \left( -\frac{1}{H(r')} \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{H^2(r')} \frac{\partial}{\partial z'} \left( K_V \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

由第一部分的量级比较可知,时间局地变化项较热传导及热对流项低一量级,作为初级的模式,这一项是可以忽略的,另外,新坐标系下等温线十分平坦,意味着  $\frac{\partial T}{\partial r'}$  相对来说是一个小量,这样,(2.2)就可简化为:

$$\begin{aligned} & \frac{g\alpha A_V}{f^2} \left\{ \left( -\frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \cdot \left( -\frac{1}{H(r')} \frac{\partial}{\partial z'} \left( -\frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{r'} \left( \frac{\partial}{\partial r'} - \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial}{\partial z'} \right) \left[ r' \frac{H'(r')}{H(r')} z' \frac{\partial T}{\partial z'} \right] \cdot \left( -\frac{1}{H(r')} \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{H^2(r')} \frac{\partial}{\partial z'} \left( K_V \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \end{aligned}$$

整理得:

$$\left[ \frac{1}{r'} \left( r' \frac{H'(r')}{H(r')} \right)' \frac{\partial T}{\partial z'} + \frac{H'(r')}{H(r')} \frac{\partial^2 T}{\partial r' \partial z'} \right] z' \frac{\partial T}{\partial z'} = -\frac{1}{H(r')} \frac{\partial}{\partial z'} \left( \bar{K}_V \frac{\partial T}{\partial z'} \right) \quad (2.3)$$

式中,  $\bar{K}_V = \frac{K_0 f^2}{g\alpha A_V} k(r') e^{-a_0 H_0 r'}$

采用分离变量法对(2.3)进行求解,即假定(2.3)存在  $T = T_0 + F(z')G(r')$  形式的解。考虑到  $\bar{K}_V$  不利于变量分离,这里取其近似形式

$$\bar{K}_V \approx \frac{K_0 f^2}{g\alpha A_V} k(r') \cdot e^{-a_0 H_0 r'} = \bar{K}(z')k(r')$$

式中,  $\bar{K}(z') = \frac{K_0 f^2}{g\alpha A_V} \cdot e^{-a_0 H_0 z'}$

将  $T = T_0 + F(z')G(r')$  代入(2.3)整理得:

$$\left[ \frac{1}{r'} \left( \frac{r'H(r')}{H(r')} \right)' G + \frac{H'(r')}{H(r')} G' \right] \cdot \frac{H(r')}{k(r')} = -\frac{(\bar{K}(z')F')'}{z'(F')^2}$$

由于  $H(L) = 0$ , 这里分别采用下面的式子求解  $F, G$ ,

$$\frac{(\bar{K}(z')F')'}{z'(F')^2} = \bar{c} \quad (2.4)$$

$$\left[ \frac{1}{r'} \left( \frac{r'H(r')}{H(r')} \right)' G + \frac{H'(r')}{H(r')} G' \right] \cdot \frac{H(r')}{k(r')} = \bar{c} \operatorname{th} \left( \frac{r' - L}{\varepsilon} \right) \quad (2.5)$$

式中,  $\bar{c}$  为公共待定常数;当  $r' = L$  时,  $\operatorname{th} \left( \frac{L - r'}{\varepsilon} \right) = 0$ , 而当  $r'$  固定,  $\varepsilon \rightarrow 0$  时,  $\operatorname{th} \left( \frac{L - r'}{\varepsilon} \right) \rightarrow 1$ 。解(2.5)得

$$G(r') = \bar{c} \frac{H(r')}{r'H'(r')} \cdot \int_0^{r'} \frac{\operatorname{sk}(s) \operatorname{th} \left( \frac{s - L}{\varepsilon} \right)}{H(s)} ds,$$

而(2.4)的解为

$$F(z') = c_2 - \int_{z'}^0 \frac{e^{a_0 H_0 \zeta}}{c_3 + \frac{\bar{c}}{4a_0^2 H_0^2} \frac{g\alpha A_V}{K_0 f^2} (1 - 2a_0 H_0 \zeta) e^{2a_0 H_0 \zeta}} d\zeta$$

( $c_2, c_3$  皆为积分常数)。

所以

$$T = T_0 + G(r')F(z') = T_0 + \frac{H(r')}{r'H'(r')} \cdot \int_0^{r'} \frac{sk(s)\text{th}\left(\frac{s-L}{\varepsilon}\right)}{H(s)} ds_0$$

$$\left( \bar{c}_2 - \int_{s'}^0 \frac{e^{a_0 H_0 \zeta}}{\bar{c}_3 + \frac{1}{4a_0^2 H_0^2} \frac{g\alpha A_V}{K_0 f^2} (1 - 2a_0 H_0 \zeta) e^{2a_0 H_0 \zeta}} d\zeta \right)$$

$$(\bar{c}_2 = c_2 \bar{c}, \bar{c}_3 = c_3 / \bar{c})_0$$

由边界条件  $K_V c_p \rho_0 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0, r'=0} = q_0$  ( $q_0$  为中心处海面热输入) 可确定常数  $\bar{c}_3$ , 经过整理得:

$$T = T_0 + \left( -\frac{2H(r')}{r'^2} \cdot \int_0^{r'} \frac{sk(s)\text{th}\left(\frac{s-L}{\varepsilon}\right)}{H(s)} ds \right)$$

$$\cdot \left( F_0 + \int_{s'}^0 \frac{c_1 e^{a_0 H_0 \zeta}}{c_0 + (1 - 2a_0 H_0 \zeta) e^{2a_0 H_0 \zeta}} d\zeta \right) \quad (2.6)$$

式中,

$$c_0 = \frac{K_0 c_p \rho_0}{4H_2 H_0 q_0} \cdot \frac{4a_0^2 H_0^2 K_0 f^2}{g\alpha A_V} - 1, \quad c_1 = \frac{a_0^2 H_0^2 f^2 K_0}{H_2 g\alpha A_V}, \quad F_0 = \frac{\bar{c}_2}{4H_2}$$

由于

$$T|_{r'=0} = T_0 + F_0 + \int_{s'}^0 \frac{c_1 e^{a_0 H_0 \zeta}}{c_0 + (1 - 2a_0 H_0 \zeta) e^{2a_0 H_0 \zeta}} d\zeta,$$

所以海面中心处的温度  $T|_{r'=0, s'=0} = T_0 + F_0$ ; 而由(2.6)知, 当  $r' \rightarrow L$  时,  $T \rightarrow T_0$ , 也就是说海面边缘处的温度为  $T_0$ , 因此,  $T$  表达式中的常数  $F_0$  可由海面中心处与边缘处的温度之差来确定。

将新坐标系下求得的  $T$  换回到原来的坐标得:

$$T(r, z) = T_0 + \left( -\frac{2H(r)}{r^2} \int_0^r \frac{sk(s)\text{th}\left(\frac{s-L}{\varepsilon}\right)}{H(s)} ds \right)$$

$$\times \left( F_0 + \int_{s/H(r)}^0 \frac{c_1 e^{a_0 H_0 \zeta}}{c_0 + (1 - 2a_0 H_0 \zeta) e^{2a_0 H_0 \zeta}} d\zeta \right) \quad (2.7)$$

利用(2.7)及关系式(1.7), (1.8), (1.9)即可求出三个流速分量。

### 三、结果与讨论

将上节得到的温度  $T$ , 流速  $u, v, w$  的近似解析解用于分析 7 月份(强盛时期)北黄海冷水团的水温分布及相应环流结构。理论计算的特征参数为:

$$g = 980, \quad f = 9 \times 10^{-5}, \quad \alpha = 1.8 \times 10^{-4}, \quad c_p = 0.934, \quad \rho = 1.02, \quad H_0 = -5500,$$

$$H_2 = 6.5 \times 10^{-11}, \quad A_V = 15, \quad W = 600, \quad K_0 = 10, \quad q_0 = 0.0035_0$$

由图 2 所示的 7 月份大连一成山角断面理论计算及实测水温<sup>1)</sup>的分布可以看出, 两者在量

1) 全国海洋综合调查报告, 第二册。

值及分布趋势上都有很好的一致性。

从  $T$  的表达式可直接求得温跃层深度  $(\frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0)$  为:

$$Z^*(r) = \left(-\frac{1}{2a_0 H_0}\right) x^* \cdot H(r)$$

式中,  $x^*$  满足方程:

$$(1+x)e^x = -c_0 = 1 - \frac{K_0^2 f^2 a_0^2 c_p \rho_0 H_0}{H_0 g_0 \alpha A_V}$$

所讨论海区中心区域跃层位于海面下 15.8m 处, 与实测资料基本符合。

图 3 表示由热结构所派生的垂向环流, 垂向流速  $w$  在冷中心跃层附近(下方)达到最大值,  $w_{\max} \sim 5 \times 10^{-4} \text{cm/s}$ 。在跃层的上方, 海水从海区中心向四周辐散; 在跃层的下方,

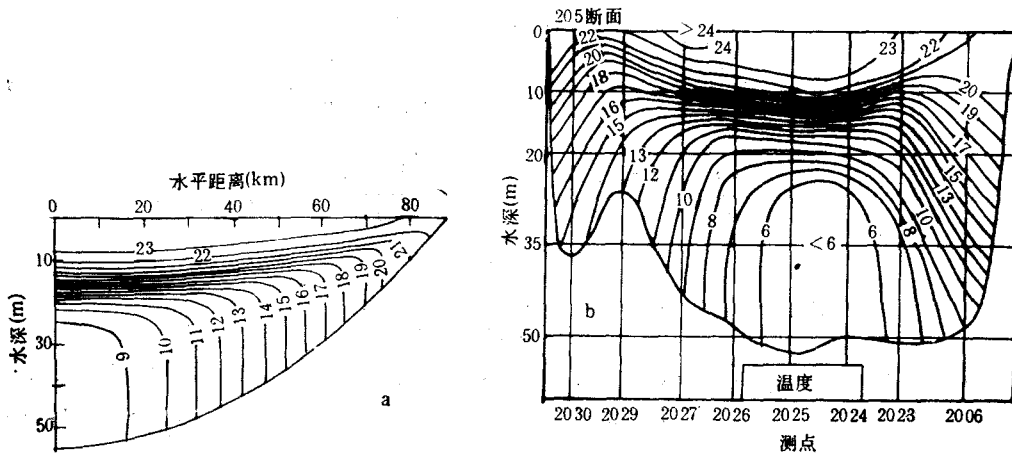


图 2 7 月份大连—成山角断面水温分布(°C)

Fig. 2 Temperature distributions along Dalian—Chengshan jiao Section, July

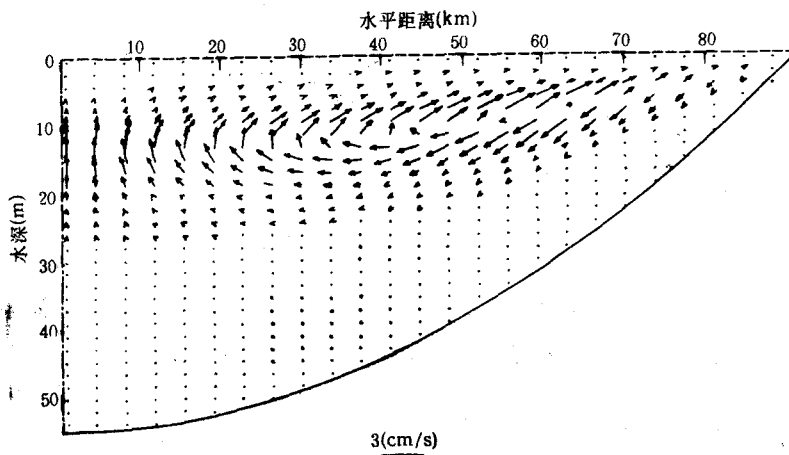


图 3 7 月冷水团环流垂向分布 ( $u-w$  矢量)

Fig. 3 Vertical convection of the Cold Watermass circulation of Yellow Sea, July

海水从周围向冷中心处辐聚,  $u$  的最大值为  $u_{\max} \sim 2\text{cm/s}$ 。

环向速度  $v$  始终是逆时针方向(气旋式), 其最大值不是在海面而是在跃层附近,  $v_{\max} \sim 18\text{cm/s}$ 。

#### 四、小 结

初步的分析结果表明, 夏季随着黄海冷水团的成长, 由热梯度力所决定的密度环流逐渐发展起来, 围绕冷水团中心水平方向存在着气旋式环流; 垂直方向的环流为中心上升而边缘下降。实际上, 气旋式的水平环流与中心上升、边缘下降的垂直环流相联系, 是世界大洋中普遍存在的一种现象。在断面深底层, 运动十分缓慢, 水温保持稳定, 因此, 相对于上层表现出低温性质。

#### 参 考 文 献

- [1] 袁业立, 1979, 黄海冷水团环流 I. 冷水团中心部分的热结构和环流特征, 海洋与湖沼, 10(3): 187—196。
- [2] 赫崇本等, 1959, 黄海冷水团的形成及其性质的初步探讨, 海洋与湖沼, 2(1): 11—15。
- [3] 管秉贤, 1963, 黄海冷水团的水温变化以及环流特征的初步分析, 海洋与湖沼, 5(4): 255—283。

## THEORETICAL STUDY ON THE THERMAL STRUCTURE AND CIRCULATION PATTERN RELATED TO COLD WATERMASS OF YELLOW SEA

Li Huiqing and Yuan Yeli

(First Institute of Oceanography, SOA, Qingdao 266003)

#### ABSTRACT

A theoretical study is made of the temperature distribution and the thermally induced circulation related to Cold Watermass of Yellow Sea (CWYS). Based on observed data<sup>[1]</sup>, the governing equations are derived from the general N-S equations through scale analysis.

In the model, the heat conduction equation contains the local change term, vertical diffusion term and all the advection terms. The velocity components in the motion equations are determined by the horizontal or vertical thermal gradients. The temperature and velocity field are obtained by solving the coupled equations of motion and heat conduction, and the method of separation of variables is employed to solve the equations.

Comparison between the theoretically calculated temperature and observed data show very good qualitative and quantitative agreements for the corresponding season. The circulation pattern obtained is found to be horizontally cyclonic round the cold center, with a vertically upwelling in the middle and downwelling in the marginal parts of CWYS.

**Key words** Thermally driven circulation in shallow seas, "Platform" isotherms,  $\sigma$ -coordinates.