

河口 Si 输运过程研究*

王 辉

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

冯 士 箬

(青岛海洋大学物理海洋研究所, 青岛 266003)

提要 基于拉格朗日余流及其输运过程的一种三维空间弱非线性理论, 进一步假定 Si 在河口中的无因次化学转移项量级为 κ^2 , 给出了 Si 的长期输运方程。对于一种二维模型河口, 数值求解了零阶天文潮、欧拉余流、斯托克斯漂移、拉格朗日余流和盐度 (σ) 的分布; 分别计算了平均逗留时间为 10, 30, 60, 180d 等所对应的 Si 浓度分布; 给出了 Si- σ 相关图, 讨论了河口中 Si 的保守性问题。

关键词 河口 Si- σ 相关曲线 输运过程

研究河口区微量元素的输运过程, 不仅可以了解它进入海洋的有效通量, 同时也是研究和建立河口生态系模型的基础。王正方等(1983)用观测资料分析了长江口营养盐(N, P, Si)分布与变化特征; 孙秉一等(1984)利用一个简单数学模型的解析解研究了河口区水体中元素的平衡与转移过程; Peterson (1987) 则建立一个二维宽度平均的数值模型, 模拟了旧金山湾的硅(Si)的分布。但是这些模型都是以欧拉余流表征长期物质输运的对流速度。由于象上述模型中不考虑潮汐的影响, 其结论仅适用于无潮河口。事实上, 大多数河口潮汐显著, 非线性相互作用产生的潮汐余流对微量元素的输运起着重要作用。不仅如此, 近年来研究表明: 应该用拉格朗日平均速度来确定和描述浅海环流及输运过程; 对于一个弱非线性的浅海流体动力学系统, 其长期物质输运方程的对流速度为一阶拉格朗日余流。本文对于适用于弱非线性理论的一类河口, 引入化学转移项, 建立溶解态 Si 在潮汐、径流、潮余流、斜压效应和化学转移项共同作用下的长期输运模型, 并就一种理想河口, 数值计算其潮汐余流、盐度分布和 Si 浓度分布。

1 物理模式

溶解态 Si 在河口中所满足的对流-扩散方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Si}{\partial t} + u \frac{\partial Si}{\partial x} + v \frac{\partial Si}{\partial y} + w \frac{\partial Si}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial Si}{\partial z} \right) + k_h \left(\frac{\partial^2 Si}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Si}{\partial y^2} \right) + R \end{aligned} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目, 49136140。王辉, 男, 出生于 1962 年 8 月, 博士, 副教授。
收稿日期: 1993 年 4 月 26 日, 接受日期: 1993 年 6 月 30 日。

其中, (u, v, w) 为流速; k_v, k_h 分别为垂直和水平扩散系数; R 为化学转移项。假定 Si 转移为简单的一级反应(孙秉一等, 1984), 则有:

$$R = -\lambda Si = -\frac{1}{\tau} Si$$

这里 λ 为反应系数; τ 为 Si 在河口由溶解态转移进入固相的平均逗留时间, 保留冯士筭(1988)的所有假定, 取平均逗留时间 τ_c 为 50d, 则

$$o\left(\frac{T}{\tau_c}\right) = \kappa^2 \tag{2}$$

式中, T 为时间特征值; κ 为表征弱非线性系统的小参数(冯士筭, 1988), 且 $o\left(\frac{\zeta_c}{h_c}\right) = \kappa$, 即海面起伏特征值 ζ_c 与水深特征值 h_c 之比为一小量, 类似于 Feng (1990) 关于保守型物质的长期输运过程的推导, 可得到 Si 的长期输运方程为¹⁾:

$$u_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial x} + v_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial y} + w_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial Si_0}{\partial z} \right) - \frac{1}{\tau} Si_0 \tag{3}$$

其中, (u_{LM}, v_{LM}, w_{LM}) 为质量输运速度; Si_0 为 Si 浓度的零阶量。略去侧向变化和科氏效应, 可得零阶潮汐模型和一阶拉格朗日余流及输运过程模型:

零阶潮汐模型

一阶拉格朗日余流及输运过程模型

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_{LM}}{\partial x} + \frac{\partial w_{LM}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta_0}{\partial x_0} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_1 \frac{\partial u_{LM}}{\partial z} \right) - g \frac{\partial \zeta_{1r}}{\partial x}$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \int_x^0 \alpha s_0 dz' + \pi_1 = 0$$

$$z = h: \frac{\partial u_0}{\partial t} = 0$$

$$u_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial x} + w_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial s_0}{\partial z} \right)$$

$$w_0 = \frac{\partial \zeta_0}{\partial t}$$

$$u_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial x} + w_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial Si_0}{\partial z} \right) - \frac{1}{\tau} Si_0$$

$$z = 0: u_0 = w_0 = 0$$

$$z = h: \frac{\partial u_{LM}}{\partial z} = \frac{\partial s_0}{\partial z} = \frac{\partial Si_0}{\partial z} = 0$$

$$z = 0: u_{LM} = w_{LM} = \frac{\partial s_0}{\partial z} = \frac{\partial Si_0}{\partial z} = 0$$

式中, ζ_0 为零阶潮位; (u_0, w_0) 零阶潮流; ζ_{1r} 为一阶余水位; s_0 为零阶盐度, π_1 为潮致体积力, 它依赖零阶潮汐变量(冯士筭, 1988)。

上述方程构成了模拟河口潮汐、余流、盐水入侵和 Si 输运过程的基本方程组。

2 河口 Si 输运过程数值模拟

2.1 零阶模型——河口潮汐 设 $(u_0, w_0, \zeta_0) = R_e[(u, w, \zeta)e^{-i\omega t}]$ 和 $\xi = \frac{z}{h}$, 使用流速分解法, 类似于王辉等(1993)的推导过程, 可得: $u = \frac{gh^2}{\bar{v}_0} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \varphi_0$, φ_0 为剖面函数, 由

1) 王辉, 1992, 陆架环流及输运过程研究, 青岛海洋大学博士论文。

该式结合连续方程得方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_0(\xi) \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \right) + iB \varphi_0 &= 1 & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gh^3}{\bar{v}_0} e_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - i\sigma \zeta &= 0 \\ \xi = 1: \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} &= 0 & x = L: \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0 \\ \xi = 0: \varphi_0 &= 0 & x = 0: \zeta &= \zeta_0 \end{aligned}$$

其中, $B = \frac{\sigma h^2}{\nu_0}$; $\nu_0 = \bar{v}_0 F_0(\xi)$; $e_0 = \int_{-1}^0 \varphi_0 d\xi$, 上述两个方程组的求解方法见王辉等(1993)。由 ζ 和 u 通过连续方程求垂向速度 w_{00}

2.2 一阶拉格朗日余流及输运过程模型——河口斜压耦合系统 对于盐度长期输运方程的求解余用时间迭代法,即在方程中增加 $\frac{\partial s_0}{\partial t}$ 项,给定初始盐度 s_0 求解 u_{LM} 和 w_{LM} ,然后再由 u_{LM} 和 w_{LM} 通过输运方程求出 s_0 ,逐步迭代,直到收敛为止。

2.2.1 已知 s_0 求 u_{LM} 和 w_{LM} 使用流速分解法可得

$$\begin{aligned} u_{LM} &= \frac{h^2}{\bar{v}_1} \left[\left(\frac{Q\bar{v}_1}{h^3} - e_2 - e_3 \right) \frac{\varphi_1}{e_1} + \varphi_2 + \varphi_3 \right] \\ w_{LM} &= \int_{\xi}^1 \left(h \frac{\partial u_{LM}}{\partial x} - \xi \frac{\partial u_{LM}}{\partial \xi} \frac{\partial h}{\partial x} \right) d\xi \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_1(\xi) \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} \right) &= 1 \\ \xi = 1: \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} &= 0; \xi = 0: \varphi_1 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_1(\xi) \frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} \right) &= -\pi_1 \\ \xi = 1: \frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} &= 0; \xi = 0: \varphi_2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_1(\xi) \frac{\partial \varphi_3}{\partial \xi} \right) &= g \frac{\partial}{\partial x} \left(h \int_{\xi}^1 \alpha s_0 d\xi' \right) + g\alpha s_0 (\xi - 1) \frac{\partial h}{\partial x} \\ \xi = 1: \frac{\partial \varphi_3}{\partial \xi} &= 0; \xi = 0: \varphi_3 = 0 \end{aligned}$$

式中, $v_1 = \bar{v}_1 F_1(\xi)$; $e_i = \int_0^1 \varphi_i d\xi$ ($i = 1, 2, 3$)。

2.2.2 盐度长期输运方程求解 在上游取 $s_0(x = L) = 0$; 在下游底部 $s_0(x = 0, z = 0) = 30$; 海面 $\frac{\partial s_0}{\partial z}(z = h) = 0$; 海底 $\frac{\partial s_0}{\partial z}(z = 0, x \neq 0) = 0$, 因边界条件的不同,盐度长期输运方程在入海口和内区的差分模式有所差异,下面分别给出,为使计算便于稳定,增加了水平扩散项。

“内区”差分模式:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_2(\xi) \frac{\partial s_0^t}{\partial \xi} \right) - \frac{h^2}{\bar{\kappa}_v \Delta T} s_0^t = \frac{h^2}{\bar{\kappa}_v} \left[-\frac{1}{\Delta T} s_0^{t-1} + \left(u_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial x} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{h} \omega_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial \xi} \Big)^{k-1} - \left(k_h \frac{\partial^2 s_0}{\partial x^2} \Big)^{k-1} \right] \quad (4)$$

$$\xi = 1: \frac{\partial s_0^k}{\partial \xi} = 0; \quad \xi = 0: \frac{\partial s_0^k}{\partial \xi} = 0。$$

“入海口”差分模式:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F_2(\xi) \frac{\partial s_0^k}{\partial \xi} \right) - \frac{h^2}{\bar{k}_v \Delta T} s_0^k \\ & = \frac{h^2}{\bar{k}_v} \left[-\frac{1}{\Delta T} s_0^{k-1} + \left(u_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial x} + \frac{1}{h} \omega_{LM} \frac{\partial s_0}{\partial \xi} \right)^{k-1} - \left(k_h \frac{\partial^2 s_0}{\partial x^2} \right)^{k-1} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\xi = 1: \frac{\partial s_0^k}{\partial \xi} = 0; \quad \xi = 0: s_0^k = 30。$$

其中, $k_v = \bar{k}_v F_2(\xi)$; k_h 为水平扩散系数; ΔT 为时间步长, 显然, “内区”与“入海口”模式除海底边界条件不同外, 其它完全相同。在下游底部取 $s_0^k = 30$, 这相当于假定这里的盐度一直保持外海水的盐度, 对于盐水楔型河口这一假定是合理的。这二组方程的求解方法与前面求解剖面函数的方法相同。

2.3 Si 浓度分布数值模拟 在 2.2 求出流场和盐度场的基础上, 进行 Si 浓度分布的求解, 其基本方法与求解盐度输运方程类似, 但在 Si 输运方程中增加了转移项, 由于这里没有和其它动力学方程耦合, 该方程成为线性对流-扩散方程, 边界条件在上游取 $Si_0(x=L) = 100 \mu\text{mol/L}$, 下游取 $Si_0(x=0, z=0) = 5 \mu\text{mol/L}$ 。这两个数值引自 Peterson (1988)。Si 输运方程的差分模式与盐度差分模式类似, 仅需将方程(4)和(5)中的 $\frac{1}{\Delta T}$ 换成 $\frac{1}{\Delta T} + \frac{1}{\tau}$ 即可。

3 河口 Si 浓度分布数值模拟结果分析

首先进行一个标准实验, 参数选取为 L (河口长度) = 60km, $h = 10 \text{ m}$, $\zeta_c = 1 \text{ m}$ (下游潮振幅), $\bar{v}_0 = \bar{v}_1 = 100 \text{ cm}^2/\text{s}$, $\bar{k}_v = 6 \text{ cm}^2/\text{s}$, $k_h = 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$, V_c (上游流速) = 4cm/s, 平均逗留时间 $\tau = 10, 30, 60, 180 \text{ d}$, 上游 $Si_0 = 100 \mu\text{mol/L}$, 下游 $Si_0 = \mu\text{mol/L}$ 。

3.1 标准实验结果 从图 1a 看出, 潮致欧拉余流均指向下游; 斯托克斯漂移则相反, 处处指向下游(图 1b); 两者迭加之后, 构成了拉格朗日余流, 它的上层指向上游(数值为正), 下层指向下游(数值为负)(图 1c), 表现了良好的连续性, 这些结果与 Ianillo (1977)的结果一致。从图 1d 和图 1e 可以明显地看到盐水楔的存在, 即上游的淡水以下泄流的形式向下游推进, 但在入海口附近, 高盐水从河口底部入侵。

从图 2 可以看到, 浓度的垂向变化, 上游浓度垂向梯度较小, 但浓度水平梯度十分明显, 且对于不同的转移系数, 差异显著。对于图 2e 的保守情况, 在淡水控制的上游段, 浓度值几乎不变; 到了下游段, 由于和入侵的海水发生了混合, 使得其水平梯度加大, 在紧邻河口的下游处, 梯度达到最大值。但从图 2a 至图 2d 发现, 对于有转移项的情况, Si 在淡水控制的上游段浓度便开始降低, 表明在这里有 Si 从溶解态转入固态沉入河流底部。随着逗留时间的缩短, 河口上游段转移出去的 Si 增加, 平均逗留时间为 10d 时, 大量的 Si 从河水里被转移出去, 且水平梯度的最大值发生在河口上游段。为了考察河口

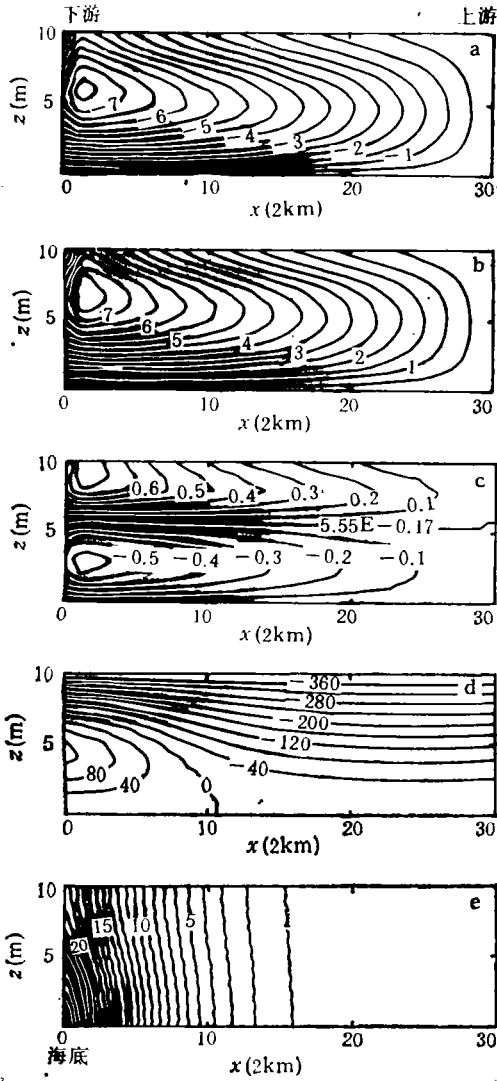


图 1 潮余流和盐度分布

Fig. 1 Tide-induced residual current and salinity distribution

a. 欧拉余(cm/s); b. 斯托克斯漂移(cm/s); c. 拉格朗日余流(cm/s); d. 流函数($\times 10^5 \text{cm}^2$); e. 盐度分布(s)。

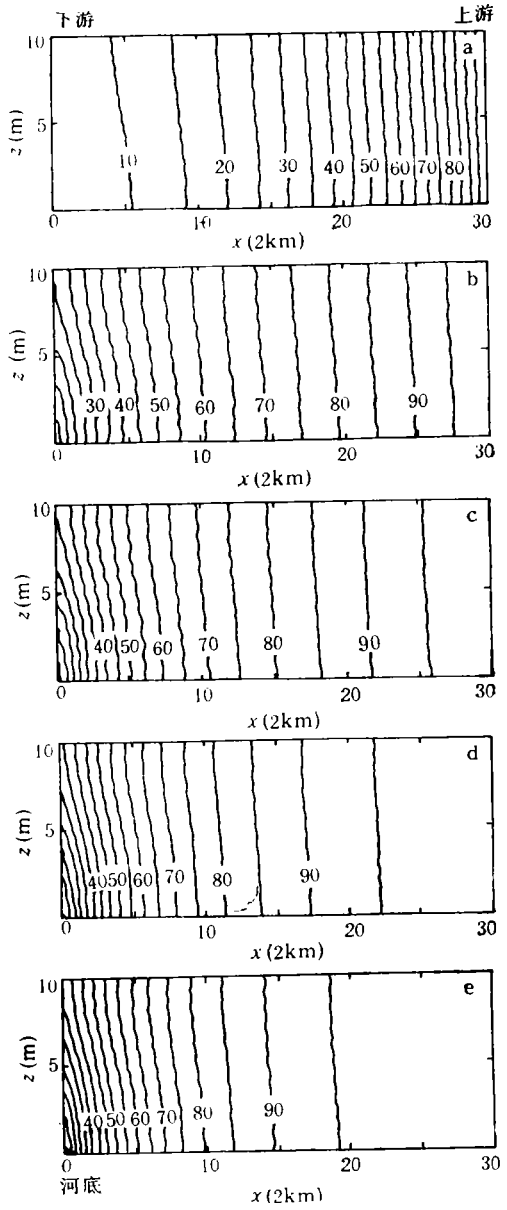


图 2 标准实验 Si 浓度 ($\mu\text{mol/L}$) 分布

Fig. 2 Si density distribution in the standard experiments

a. $\tau = 10\text{d}$; b. $\tau = 30\text{d}$; c. $\tau = 60\text{d}$; d. $\tau = 180\text{d}$; e. 保守情况。

Si 的保守与非保守特性, 需要给出 Si-s 相关图。图 3 为标准实验表层、中层和底层 Si-s 相关图。

从图 3 可以看出, 随着平均逗留时间 (τ) 的缩短, 转移量大大增加, 这时 Si 表现出明显的非保守特性 (如 $\tau = 10\text{d}$)。在 τ 取为 180d 时, Si-s 相关曲线十分接近计算出的

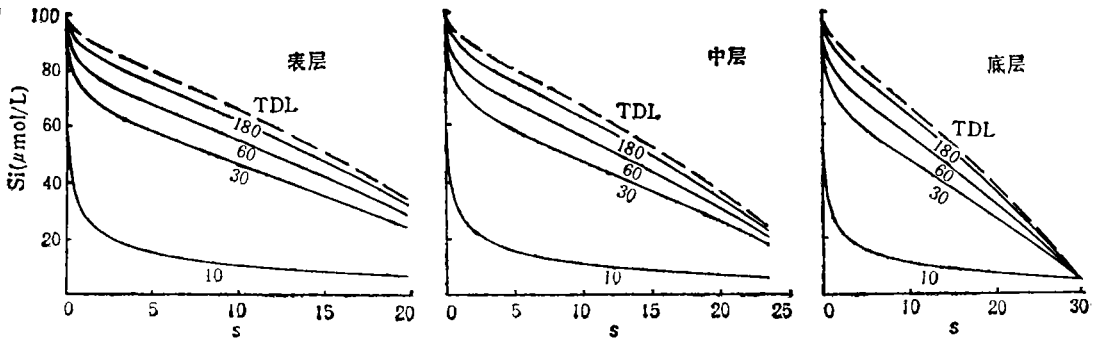


图 3 标准实验 Si-s 相关图

Fig. 3 The Si-s curves in the standard experiment

理论稀释线 (TDL 线)。在这种情况下,现场调查难以确定它的转移特性。由于入海口处浓度不是自海面至海底给一常值,而是通过运输方程求出来的,因此表层和中层的 Si-s 相关曲线的右端并不重合在一起,事实上,这更接近于实际情况。

3.2 径流实验 增大径流速度至 10cm/s 时,为了明确分辨出每条相关曲线,选择一组 $\tau = 5, 10, 30, 100d$ 进行实验,其底层 Si-s 相关曲线(图 4a)与标准实验图 3c 比较, Si 的转移量明显减少。如 $\tau = 10, 30d$ 时的转移量要小于标准实验中的相应值的转移量。直观地看上去,曲线的弯曲程度变小,甚至 $\tau = 5d$ 时转移量比 $\tau = 10d$ 时的转移量还要小,说明河口区水体中的 Si 元素的保守和非保守,与径流量的大小关系密切。在洪水季节,因径流速度较大,大量的 Si 来不及转移,即被带往下游。此时, Si-s 相关曲线便会接近 TDL 线,使其表现出保守特性。

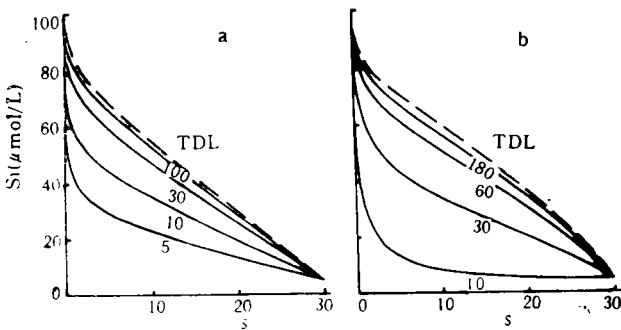


图 4 径流实验 (a) 和垂直扩散系数实验 (b) 底层 Si-s 相关图

Fig. 4 The Si-s curves in the runoff experiment (a) and the vertical diffusion coefficients experiment (b) at the bottom

3.3 垂向扩散系数实验 标准实验中垂向扩散系数为一常数,为了研究扩散系数的作用,进行如下扩散系数实验,设 $k_v = \bar{k}_v F_2(\xi)$, 且:

$$F_2(\xi) = \begin{cases} 0.1 - 5.4\xi & -\frac{1}{3} \leq \xi \leq 0 \\ 1 & -1 \leq \xi < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

结果见图 4b, 与标准实验图 3c 比较, 其特征基本一致, 仅在 $\tau = 30\text{d}$ 略有差异。

3.4 真光层实验 在标准实验中假定在整个水深范围内, 转移项系数相等。事实上, 在透光层(真光层)以下, 转移系数应该为零(或接近零)。为此进行该项数值试验, 并假定真光层厚度为 2.5 m, 选择一组 $\tau = 3, 10, 30, 60\text{d}$ 进行实验, 计算结果见图 5a。它与标准实验结果相比, 虽然底层没有转移项, 但仍表现出非保守特性。说明通过垂直混合作用, 使得上、下层浓度比较均匀。即使在真光层以下不产生生物和化学转移, 也会通过混合导致整个水体保持其大体一致的保守或非保守特性。但也存在明显差异, 如 $\tau = 10\text{d}$ 时, 真光层实验中的转移量要小于标准实验中相应的转移量, 因此, Si 的保守与非保守特性不仅取决于平均逗留时间, 还与真光层的厚度有关。

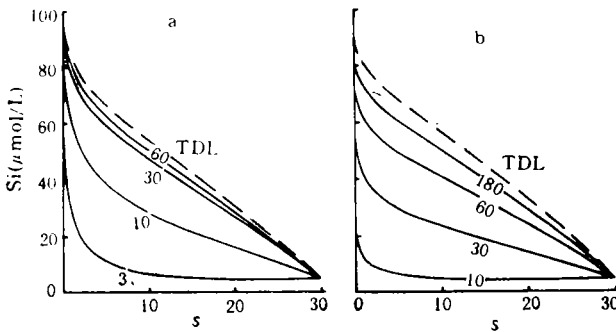


图 5 真光层实验 (a) 和河口长度实验 (b) 底层 Si-s 相关图

Fig. 5 The Si-s curves in the photic zone experiment (a) and the estuaries length experiment (b) at the bottom

3.5 河口长度实验 为了考察河口的长度对 Si 输运过程的影响, 把河口长度假定为 90km, 其它条件与标准实验完全相同, 其底层 Si-s 相关图如图 5b 所示。与图 3 相比, 非保守特性更加明显, 河口越长, Si 元素被转移出去的可能性越大。

上述结果分析表明, 研究 Si 元素在河口区水体中的保守性时, 除考虑生物和化学转移过程外, 还要考虑水动力过程、径流、河口长度和真光层厚度等因素的影响。本文所建立的模式也可模拟其它微量元素的输运过程。应该指出, 本文讨论的径流要远大于潮致拉格朗日余流, 这属于大径流情形; 今后拟分析小径流情形, 它对于进一步揭示潮致拉格朗日余流的输运机制是必要的。

4 结语

4.1 基于拉格朗日余流及其输运过程的一种三维空间弱非线性理论, 建立河口微量元素 Si 的一种长期输运模型; 并基于流速分解法, 给出相应的数值方法; 通过对模型河口的数值计算, 为今后研究实际河口奠定了基础。

4.2 对于径流速度为 4cm/s, 河口长度为 60km 的数值模拟结果表明, 当逗留时间小于 60d 时, 微量元素 Si 就表现为明显的非保守特性; 但径流量加大到一定程度, 又可使其表现为(或接近)保守特性。垂向的湍扩散作用使得真光层和真光层之下的水体, 保持基本一致的保守或非保守特性; 但真光层厚度减小, 转移量也减少。河口长度增加, 转移量增加, Si 在河口中的非保守特性显著。

参 考 文 献

- 王辉、苏志清、冯士筭等, 1993, 渤海三维风生-热盐-潮致 Lagrange 余流数值计算, *海洋学报*, **15**(1): 9—21。
- 王正方等, 1983, 长江口营养盐 (N,P,Si) 分布与变化特征, *海洋与湖沼*, **14**(4): 16—23。
- 冯士筭, 1988, 论浅海环流及其输运过程的流体动力学基础, 清华大学工程力学与工程热物理学术会议论文集, 清华大学出版社(北京), 199—208。
- 孙秉一、于圣睿, 1984, 河口区水体中元素的平衡——一个简单的数学模型, *海洋学报*, **6**(1): 25—32。
- Feng, S., 1990, On the fundamental dynamics of barotropic circulation in shallow seas, *Acta Oceanologica Sinica*, **9**(3): 315—329。
- Iannillo, J. P., 1977, Tidally induced residual current in estuaries of constant breadth and depth, *J. Mar. Res.*, **35**(4): 755—786。
- Peterson, D. H., Festa, J.F., Conomos, T. J., 1978, Numerical simulation of dissolved silica in the San Francisco Bay, *Estuarine and Coastal Marine Science*, **7**:99—116。

STUDY ON THE DISSOLVED SILICA TRANSPORT PROCESS IN ESTUARIES

Wang Hui

(The Department of Geophysics, Beijing University, Beijing 100871)

Feng Shizuo

(Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)

ABSTRACT

The Long-term transport equation of dissolved silica in estuaries is deduced by using a three-dimensional theory of weakly nonlinear Lagrangian residual current and transport, and assuming the order of the silica uptake as κ^2 .

$$u_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial x} + v_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial y} + w_{LM} \frac{\partial Si_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial Si_0}{\partial z} \right) + \frac{1}{\tau} Si_0$$

The convective velocity is the first-order Lagrangian residual current, i. e., the mass-transport velocity (u_{LM}, v_{LM}, w_{LM}). Si_0 is the zero-order Silica concentrations. τ is the average residence time of silica in estuaries. The numerical simulations of Euler residual current, Stoke's drift, and Lagrangian residual current are carried out for a model estuary and the silica concentrations are calculated for average residence time of 10 days, 30 days, 60 days, 180 days and so on. The numerical results show that the Lagrangian residual current has a good continuity estuary. The direction of it in upper layer point to upper reaches of the estuary. Yet, the direction of it in lower layer point to lower reaches of the estuary. The silica salinity curves are given and the conservative and non-conservative characters of silica in estuaries are discussed. The results show that the conservative and non-conservative characters depend on average residence time, runoff, thickness of photic zone and the length of estuary.

Key words Estuary The silica-salinity curves Transport process