

分析海浪方向谱的扩展本征矢方法*

II. 方法的验证、比较和应用

管长龙 文圣常 张大错

(青岛海洋大学物理海洋研究所, 青岛 266003)

提要 采用 Longuet-Higgins 形式的方向分布函数作为已知谱, 用模拟数据检验了作者所提出的估计方法 EEV 的合理性, 并与扩展最大似然方法(EMLM)及 Lygre 等(1986)的最大熵方法(MEM)作了比较. 在验证和比较中, 使用纵摇-横摇浮标、星形阵列和 CERC 阵列作为复合阵列. 计算表明, EEV 优于 EMLM 和 MEM. 最后将 EEV 和 EMLM 两种方法应用于仪器阵列的外海观测数据, 得到了比较合理的海浪方向谱.

关键词 海浪方向谱 估计方法 本征矢

1 扩展本征矢方法 (EEV)

本文的第一部分(管长龙等, 1995), 导出了估计海浪方向谱的扩展本征矢方法(EEV). 对于 M 维复合阵列, 海浪方向谱的扩展本征矢方法的估计值为

$$S(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\sum_{l=P+1}^M \lambda_l^{-1} |D + \Psi^l|^2} \quad (1)$$

式(1)与复合阵列的构成和结构及所测的海浪特性间的交叉谱有关. D 为反映复合阵列的构成和结构的列矩阵, 其表达式为

$$D = \{H_1(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_1), H_2(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_2), \dots, H_M(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_M)\}^t$$

其中 $H_j(\mathbf{k}, \omega) (j = 1, 2, \dots, M)$ 为第 j 个海浪特性与波面间的传递函数, 其具体形式见本文 I (管长龙等, 1995) 的表 1; \mathbf{x}_j 为测得第 j 个海浪特性的测头的位置矢量; $\lambda_l (l = 1, 2, \dots, M)$ 为由各海浪特性的自谱和它们相互间的互谱构成的交叉谱矩阵的第 l 个本征值(由大到小排列); Ψ^l 则为相应于 λ_l 的归一化本征矢; P 为相应于信号部分的较大本征值的个数, 计算表明, 第一个本征值显著大于其它本征值, 于实际应用中取 $P = 1$ 即可, 在本文的计算中均取 $P = 1$. 应用扩展本征矢方法估计海浪方向谱的具体步骤如下.

(1) 由复合阵列的构成和结构确定位置矢量 \mathbf{x}_j 和传递函数 $H_j(\mathbf{k}, \omega) (j = 1, 2, \dots, M)$, 由此计算列矩阵 D .

(2) 计算各海浪特性的自谱和它们相互间的互谱, 然后构成交叉谱矩阵, 此矩阵为 Hermit 矩阵.

(3) 求出上述交叉谱矩阵的全部本征值及相应的归一化本征矢.

* 国家自然科学基金资助项目, 48970261 号. 管长龙: 出生于 1963 年 3 月, 讲师, 博士.

本文 I 发表于《海洋与湖沼》26 卷 1 期, 58—62 页.

收稿日期: 1993 年 9 月 30 日; 接受日期: 1993 年 11 月 14 日.

(4) 将本征值由大到小排列，确定相应于含有噪音部分的本征值及相应的归一化本征矢。

(5) 将步骤(1)和步骤(4)的结果代入公式(1)。

2 方法的验证和比较

迄今，海浪方向谱的估计方法的合理性检验和相互间的比较都是由模拟数据的途径来实现。具体的作法为：首先给定某种形式的海浪方向谱作为已知谱，由此得到自某种复合阵列的海浪特性间的交叉谱，然后由这些交叉谱再应用某种估计方法得到海浪方向谱的估计值。估计值与已知谱的接近程度表明了该估计方法的有效性。通常海浪方向谱表示成频谱与方向分布函数之积的形式。因为在实际的估计海浪方向谱的过程中，一个频段、一个频段地得到估计值，所以假定一个频率，采用 Longuet-Higgins 形式的方向分布函数作为已知谱，并考虑背景噪音的存在的影晌。如此的假定并不影响检验和比较的有效性。

2.1 已知谱形式 作为已知谱的方向分布函数为： $G(\theta) = G_s(\theta) + G_N(\theta)$ (2)

此处 $G_s(\theta), G_N(\theta)$ 分别代表信号和噪音的方向分布。在此取 $G_N(\theta)$ 为各向同性背景噪音。令

$$NSR = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} G_N(\theta) d\theta}{\int_{-\pi}^{\pi} G_s(\theta) d\theta} \quad (3)$$

称为噪信比，表示输入谱的噪音强度与信号强度之比。 $G_s(\theta)$ 则取为 Longuet-Higgins 形式：

$$G_s(\theta) = \sum_i \alpha_i \cos^{2s_i} \left(\frac{\theta - \theta_i}{2} \right) \quad (4)$$

在此仅讨论单浪向和双浪向两种情形，即式(4)中的求和仅取 1 项或 2 项。 s_i 是制约着方向分布宽窄的因素，其值较大，方向分布则集中；反之，方向分布则分散。通常用半值角宽度 $\Delta\theta$ 直观地表示方向分布的集中程度，其定义为

$$\Delta\theta = \theta_r - \theta_l, \theta_r > \theta_l,$$

且满足：

$$\alpha_i \cos^{2s_i} \left(\frac{\theta_r - \theta_i}{2} \right) = \alpha_i \cos^{2s_i} \left(\frac{\theta_l - \theta_i}{2} \right) = \frac{1}{2} \alpha_i$$

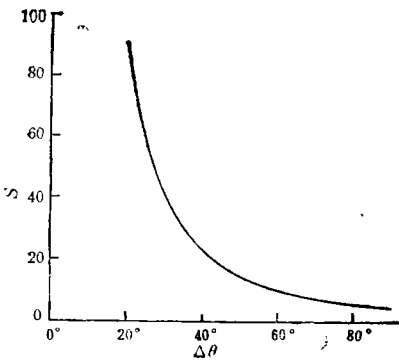


图 1 s 与 $\Delta\theta$ 的关系

Fig. 1 Relationship between s and $\Delta\theta$

s 与 $\Delta\theta$ 间的关系如图 1 所示。 $\theta_i (i = 1 \text{ 或 } i = 1, 2)$ 代表主浪向的方向，对于双浪向情形，令 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ 表示二主浪向间的夹角。

2.2 加权平均误差 估计方法的可信程度的指标由加权平均误差 WAE (the Weighted Average Error) 刻画。其定义为：

$$WAE = \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{G}(\theta) - G(\theta)| d\theta \quad (5)$$

此处 $G(\theta)$ 和 $\hat{G}(\theta)$ 分别代表方向分布函数的真值和估计值。 WAE 越小，表示估计值

越接近于真值,也就说明所使用的估计方法越可信;当 WAE 为零时,估计值与真值完全重合。

2.3 验证和比较 选用 3 种复合阵列用于验证和比较,它们分别是纵摇-横摇浮标(以下简称浮标)、星形阵列和 CERC 阵列 (Paniker et al., 1971)。浮标为单点测量装置,能测出波面高度和波面斜率的两个相互垂直的分量,于此情形假定的频率为 0.1Hz ,把扩展本征矢方法 (EEV) 同扩展最大似然方法 (EMLM) (Isobe et al., 1984) 和最大熵方法 (MEM) (Lygre et al., 1986) 作比较。对于星形阵列和 CERC 阵列,所测的海浪特性为波面高度,并使假定的频率所对应的波长与探头间的最小间距(即图 2 中 b, c 的半径)之比为 5,将 EEV 同 EMLM 比较。

2.3.1 浮标情形 图 3 的已知谱参数为

$NSR = 0.5, \Delta\theta = 30^\circ$;于此情形,EEV 估计最接近已知谱,而 EMLM 估计和 MEM 估计

则低估了最大值,并且方向分布明显宽于已知谱。图 4a 中 $\Delta\theta = 40^\circ$;当 $NSR \leq 0.3$ 时,MEM 估计的误差最小;当 $NSR > 0.3$,EEV 估计的误差远小于 EMLM 估计和 MEM 估计的误差, NSR 越大,差别越明显。图 4b 中 $NSR = 0.5$;当 $\Delta\theta = 60^\circ$ 时,3 种估计的误差接近;对于 $\Delta\theta < 60^\circ$ 的所有情形,EEV 估计的误差最小。

2.3.2 仪器阵列情形 图 5a 中 $\Delta\theta = 50^\circ$,图 5b 中 $\Delta\theta = 30^\circ$;当 $NSR \leq 0.2$ 时,EMLM 估计优于 EEV 估计;当 $NSR > 0.2$ 时,EEV 估计的误差则小于 EMLM 估计的误差,随 NSR 增大,EEV 估计的误差愈远小于 EMLM 估计的误差。图 5c, d 中 $NSR = 0.5$;对于所有的

$\Delta\theta$,EEV 估计的误差均小于 EMLM 估计的误差,随着 $\Delta\theta$ 趋小,二者的差别愈明显。仪器阵列维数的增加对估计的结果有所改善,EMLM 估计的改善较 EEV 估计明显。

2.3.3 双浪向情形 以上考察了已知谱为单浪向的情形,在此讨论 CERC 阵列情形下,已知谱为双浪向时,EEV 估计和 EMLM 估计的性状。图 6 的已知谱参数为 $NSR = 0.1, \Delta\theta = 25^\circ, \Delta\phi = 100^\circ$;显然,EEV 估计远较 EMLM 估计更接近已知谱。图 7 中 $NSR = 0.1, \Delta\theta = 25^\circ$;对于所有的 $\Delta\phi$,EEV 估计的误差均小于 EMLM 估计的误差,仅在 $\Delta\phi$ 较小时,两种估计的误差接近。

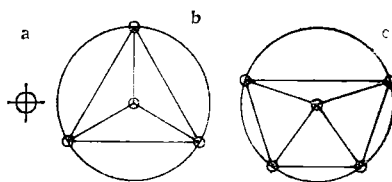


图 2 用于模拟数据的复合阵列
Fig. 2 Types of wave probe arrays adopted in numerical simulations
a. 纵摇-横摇浮标; b. 星形阵列(圆圈代表测波探头, c 同); c. CERC 阵列。

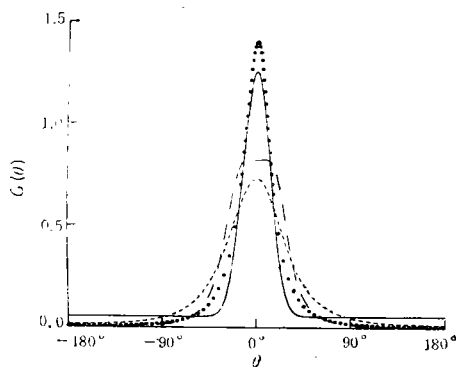


图 3 方向分布函数的估计值和已知谱的比较
(浮标情形)

Fig. 3 Estimates and input of directional spreading function (case of buoy)

——已知谱;.....EEV;----EMLM;—MEM
(图 6 同)。

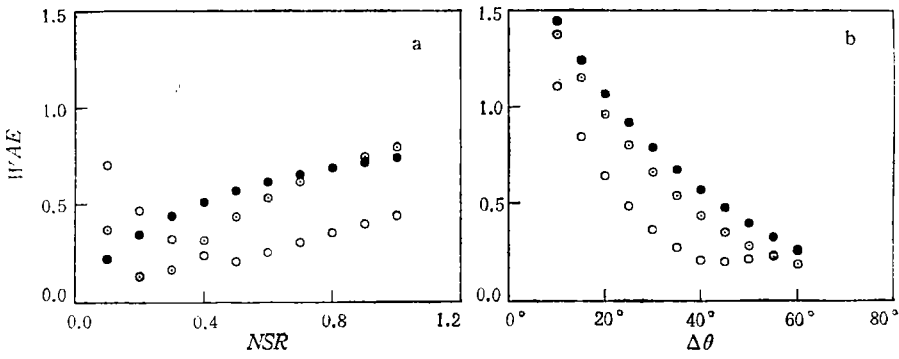


图 4 WAE 随 NSR (a) 和 $\Delta\theta$ (b) 的变化(浮标情形)

Fig. 4 Variations of WAE with NSR (a) and $\Delta\theta$ (b) (case of buoy)
 ○○○EEV; ●●●EMLM; □□□MEM (图 5、图 7 同)。

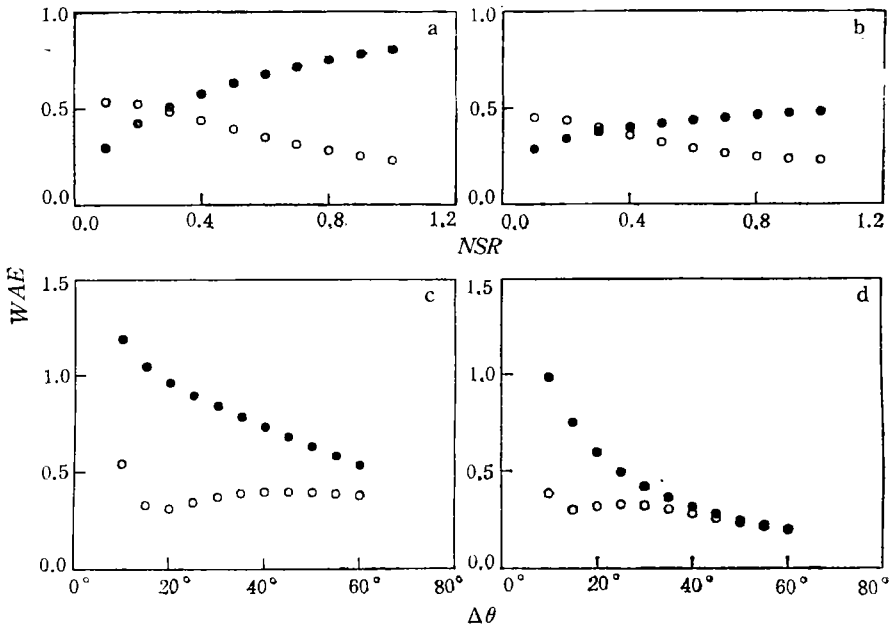


图 5 WAE 随 NSR (a,b) 和 $\Delta\theta$ (c,d) 的变化(阵列情形)

Fig. 5 Variations of WAE with NSR (a,b) and $\Delta\theta$ (c,d) (case of staff array)
 a,c. 星形阵列; b,d. CERC 阵列。

3 于仪器阵列外海数据的应用

将 EEV 方法和 EMLM 方法应用于仪器阵列的外海观测资料,数据得自渤海中部石油平台上的仪器阵列 ($39^{\circ}09'N, 119^{\circ}42'E$)。阵列形状为准星形,其布设见图 8。

选定的一组资料的有效波高为 $H_{1/3} = 0.42m$,有效周期为 $T_{1/3} = 3.22s$ 。

这组资料的海浪方向谱的 EEV 估计和 EMLM 估计见图 9,其中 $S(\theta|\omega)$ 表示圆频率为 ω 的组成波的能量相对于方向的分布。图 9a,b,c,d 分别为 $\omega = 0.97, 1.07, 1.17, 1.46rad/s$ 的组成波的能量随方向的分布。两种方法的估计结果的趋势相近,EEV 估计

较 EMLM 估计的方向分布集中且主浪向稳定。主浪向为北偏西方向,与现场观测的结果吻合。

4 结语

4.1 本文用 3 种复合阵列,以大量不同的方向分布函数作为已知谱,利用模拟数据的手段验证了扩展本征矢方法 (EEV) 的合理性。

4.2 与扩展最大似然方法 (EMLM) 和最大熵方法 (MEM) 的比较表明,EEV 估计明显优于 EMLM 估计和 MEM 估计。尤其对于背景噪音大、方向分布较集中的海浪状态,EEV 方法能更好地给出海浪方向谱的估计值。

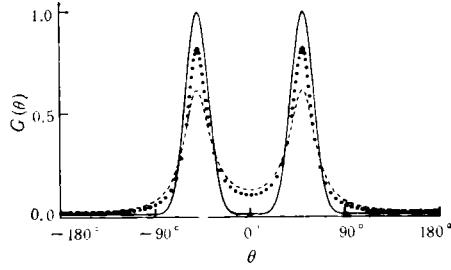


图 6 双浪向的方向分布函数的估计值和已知谱的比较 (CERC 阵列情形)
Fig. 6 Estimates and input of bimodally directional spreading function (case of CERC array)

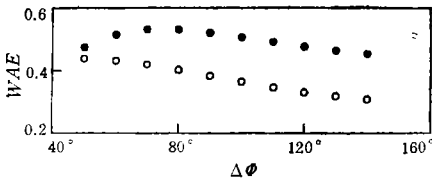


图 7 WAE 随 $\Delta\phi$ 的变化 (CERC 阵列情形)
Fig. 7 Variations of WAE with $\Delta\phi$ (case of CERC array)

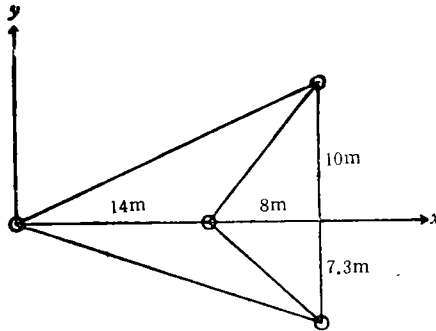


图 8 现场仪器阵列示意图
Fig. 8 Sketch map of wave probe array x, y 方向分别指东、北, x 轴为零角度方向, 方向角以逆时针为正。图中数字表示阵列的尺寸, 圆圈代表 CBS 型垂线测波仪。

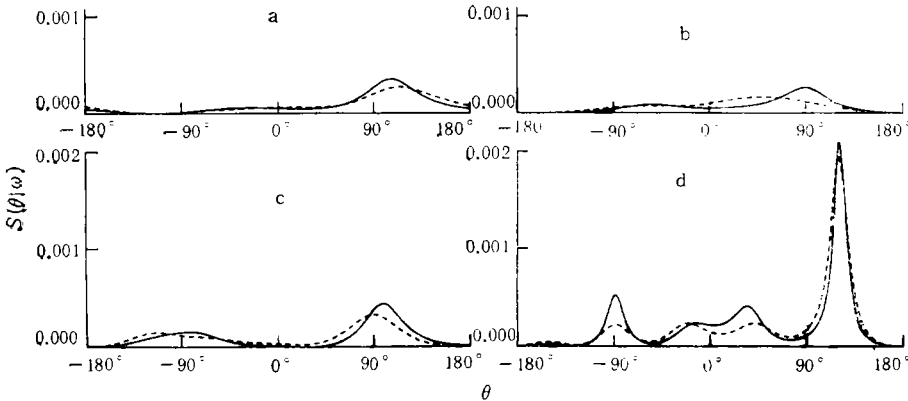


图 9 现场仪器阵列海浪方向谱的估计值
Fig. 9 Directional spectra estimated from wave probe array data of field
a. $\omega = 0.97$; b. $\omega = 1.07$; c. $\omega = 1.17$; d. $\omega = 1.46$. —EEV; ----EMLM.

4.3 EEV 方法于实际仪器阵列的应用给出了合理的海浪方向谱的估计值。

参 考 文 献

- 管长龙、文圣常、张大错,1995,分析海浪方向谱的扩展本征矢方法 I. 方法的导出,海洋与湖沼,26(1): 58—62.
- Isobe, M. et al., 1984, Extension of MLM for estimating directional wave spectrum, Proc. Sympo. on Description and Modelling of Directional Seas, Lyngby, Denmark, Paper No. A-6, 15pp.
- Lygre, A. and Krogstad, H.E., 1986, Maximum entropy estimation of the directional distribution in ocean wave spectra, *J. Phys. Oceanogr.*, 16:2052—2060.
- Paniker, N.N. and Narayana, N., 1971, Determination of directional spectra of ocean waves from gage arrays, Cal. Univ., Berkeley, USA, pp.1—315.

AN EXTENDED EIGENVECTOR METHOD FOR ESTIMATION OF DIRECTIONAL SPECTRA OF SEA WAVES

II. VERIFICATION, COMPARISON AND APPLICATION OF THE METHOD

Guan Changlong, Wen Shengchang, Zhang Dacuo

(*Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003*)

ABSTRACT

In Part I. of the paper, an extended eigenvector method (EEV) for the estimation of directional spectra of sea waves was derived. The EEV is verified and compared with the extension of the maximum likelihood method (EMLM) and the maximum entropy method (MEM) of Lygre et al. by numerical simulations in the present paper. In the numerical simulations, the directional spreading functions of Longuet-Higgins type are employed as input and the existence of noise background in input is considered. Three types of pitch/roll buoy, star and CERC of wave probe array were adopted. The results of the simulations show that the EEV is superior to the EMLM and the MEM, and is especially competent for sea waves with high background noise and narrow angular spread. The EEV and the EMLM methods and 4 probes were used for the estimation of directional spectra from field observation data obtained at an oil platform. The estimated directional spectra are reasonable and reliable.

Key words Directional spectrum Estimation method Eigenvector