

论风浪的局域结构*

I. 风浪的局域结构与局域小波能谱

吴克俭 宋金宝[†] 楼顺里[†]

(青岛海洋大学物理海洋研究所 青岛 266003)

[†](青岛海洋大学物理海洋实验室 青岛 266003)

提要 基于小波变换,引入了能刻画风浪局域结构的局域小波能谱。论述了风浪的整体结构与局域结构。指出了在不同时间尺度上,风浪具有不同的局域化特征。提出了风浪场演化过程中整体的共振非线性相互作用是否存在的质疑。

关键词 整体结构 局域结构 小波变换 局域小波能谱

学科分类号 P731.22

目前一般的风浪理论(West, 1981)基于如下两点基本假设:第一,风浪是弱非线性的,小参数展开可以应用;第二,组成波的概念是成立的,Fourier变换可以应用,线性意义下的风浪时空演变规律受频散关系制约,水波方程中的非线性项可利用Fourier变换的卷积性质方便地表示。由于Fourier变换是一种纯波动观,它在物理空间上没有任何分辨,其刻画的是物理量的整体结构,故风浪场演变的弱非线性理论皆描述了风浪的整体行为,对风浪在物理空间上的任何局域特征是毫无反映的。

由于小波变换具有良好的局域化性质,近几年人们利用其研究风浪的局域结构,并已获得若干成果(Shen *et al*, 1994)。本文将引入在湍流研究中已得到有效应用的局域小波能谱概念(Meneveau, 1991),并将其应用于实测风浪资料的分析。结果表明,局域小波能谱能使我们认识许多Fourier谱不能刻画的风浪性质。

1 风浪的整体结构与局域结构

小波变换的基本思想是将任一信号分解为不同位置不同尺度的贡献。如果一个函数 $\psi(t)$ 满足下面的可容许性条件

$$C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\omega|^{-1} |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (1)$$

其中, C_ψ 为依赖于 ψ 的常数; ω 为组成波频率; $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(t)$ 的Fourier变换

$$\hat{\psi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目,49406064号;山东省自然科学基金资助项目,Y96E02078号。吴克俭,男,出生于1966年7月,博士,副教授,Fax: 0086-0532-2032799

收稿日期:1996-09-10,收修改稿日期:1997-11-18

称 $\psi(t)$ 为基本小波函数或小波母函数。任给一个信号 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, 其小波变换定义为

$$w(r, \tau) = C_\psi^{-\frac{1}{2}} r^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{t-\tau}{r} \right) f(t) dt \quad (3)$$

$$= C_\psi^{-\frac{1}{2}} r^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}^*(r\omega) \hat{f}(\omega) e^{i\tau\omega} d\omega \quad (4)$$

式(3), (4)中, * 表示复共轭; r 是尺度参数, 对应于频率; τ 是平移参数, 对应于物理空间的位置。从式(3)和(4)可以看出, 小波变换提供了一种时频域分析。

与 Fourier 变换类似, 小波变换亦存在反演公式: $f(t) = C_\psi^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty r^{-\frac{1}{2}} \psi \left(\frac{t-\tau}{r} \right) w(r, \tau) \frac{d\tau dr}{r^2}$ 及 Parseval 等式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty w(r, \tau) w^*(r, \tau) \frac{d\tau dr}{r^2} \quad (5)$$

考虑流体为不可压、无粘无旋的深水表面重力波动。速度势函数 $\varphi(X, z)$ 及表面位移 $\eta(X, t)$ 满足下面控制方程

$$\begin{cases} \Delta\varphi = 0 \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + \tilde{\nabla}\eta \cdot \tilde{\nabla}\varphi & z = \eta \\ \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + g\eta = p(X, t) & z = \eta \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 & z = -\infty \end{cases} \quad (6)$$

式中, 直角坐标系置于静止水面, z 轴铅直向上; X 为水平空间坐标; Δ 为三维 Laplace 算子; ∇ 为三维梯度算子; $\tilde{\nabla}$ 为水平二维梯度算子; g 为重力加速度; $p(X, t)$ 为压力项。将式(6)变换到波数空间, 根据弱非线性假设, 精确至三阶可得波包络方程

$$\dot{b}(K, t) + i\omega b(K, t) = T^{(2)} + T^{(3)} + p(K, t) \quad (7)$$

物理空间中的一个物理量 $f(X)$ 在波数空间中由二维 Fourier 变换给出

$$f(K) = \int_{-\infty}^{\infty} f(X) e^{-iK \cdot X} dX \quad (8)$$

η 和表面上的势 φ^s 与复振幅谱由下式相联系

$$\eta(K, t) = \left| \frac{\omega(K)}{2g} \right|^{\frac{1}{2}} [b(K, t) + b^*(-K, t)] \quad (9)$$

$$\varphi^s(K, t) = -i \left| \frac{g}{2\omega(K)} \right|^{\frac{1}{2}} [b(K, t) - b^*(-K, t)] \quad (10)$$

式中, $\omega(K) = (g|K|)^{1/2}$ 为线性频散关系; K 为波数矢量; $T^{(2)}$ 及 $T^{(3)}$ 为非线性相互作用项。

原则上,有限振幅波的不稳定性问题与共振非线性相互作用等,可由式(7)展开讨论。对于水波孤系,即忽略式(7)中的压力项 $p(K, t)$,有限振幅波的不稳定性及共振相互作用早已被实验所证实(Benjamin *et al.*, 1967; Longuet-Higgins, 1962);对于水波开系,即考虑式(7)中的压力项 $p(K, t)$,由于 $p(K, t)$ 反映的是风压力的整体结构,进而通过式(7)仍然不能了解风浪的局域结构。对方程组(7)做小波变换后,除了尺度参数 r 外,还多出了一个空间位置参数 τ ,正象对 Navier-Stokes方程两端做平均后出现了 Reynolds 应力项一样,变换后的(7)式不封闭(事先假定水波的分形结构,以此来封闭方程组是另一种思路)。如前所述,Fourier变换本质上是一种纯波动观,如果和微观世界的粒子相比,将某物理量比拟成粒子性(辟如将时间序列两点之间的相关,比拟成粒子之间的相互作用),小波变换是既考虑了粒子性又考虑了波动性。微观粒子的波粒二象性受 Heisenberg 测不准原理的制约,同样小波变换亦受此原理的制约,从这一点来看,由小波变换必然得到不封闭性的结论。如此看来,小波变换应用于纯理论研究存在着局限性,故仅研究实测资料的局域结构。

2 风浪的局域小波能谱

由于 Fourier变换是等距变换,故基于 Fourier变换的风浪谱给出了物理空间中的能量在频率空间或波数空间中的分布。小波变换亦是一种等距变换,故物理空间中的能量必然亦对应着小波空间中的能量分布,故引入局域小波能谱。与 Fourier谱显著不同的是,局域小波能谱反映的不是整体结构,而是与物理空间有关,即反映了风浪的局域结构。应当说明的是,理论上风浪频谱并没有丧失风浪的任何信息,但是它把局部信息隐含到整个频率或波数域上,因而丧失了局域结构。

由小波变换的等距性质,定义局域小波能量密度:

$$E(r, \tau) = \frac{w(r, \tau) w^*(r, \tau)}{r^2} \quad (11)$$

$E(r, \tau)$ 反映了能量在物理空间 τ 处及尺度 r 上对总能量贡献,从而可以了解风浪的局域结构。为与通常在海浪频谱研究中熟悉的频率或波数概念相对应,将尺度 r 变换为局域频率(对应于时间)或局域波数(对应于空间)(Meneveau, 1991): $r = 2\pi / \omega$,将 r 代入式(5)后,由(11)式得:

$$E(\omega, \tau) = \frac{1}{2\pi} w(r(\omega), \tau) w^*(r(\omega), \tau) = \frac{1}{2\pi} |w(r(\omega), \tau)|^2 \quad (12)$$

(12)式即为定义的局域小波能谱。应指出,这里的局域频率或局域波数指相应于不同位置处的物理量,反映的是内部结构,与通常合成波动中的局域波数或局域频率不同。在那里,局域频率或波数反映的是合成波动的外观特征。

3 局域小波能谱实例

具体应用小波变换时,小波母函数的选取是重要的。本文选取湍流研究中得到广泛应用的 Morlet小波作为小波母函数,其形式为:

$$\psi(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2} \cdot e^{icit} \quad (13)$$

选取 Morlet小波主要基于如下几点考虑:第一,其形状非常像通常的风浪局域信号;第二,它不但能给出所分析信号的能量特征,还能给出相位特征;第三,就所分析信号而言,

不同的小波函数算出的小波系数的模仅有微小的差异。在 Fourier 空间, Morlet 小波形式为 $\hat{\psi}(\omega) = e^{(c-\omega)^2} / \sqrt{2\pi}$ 。Farge(1992)已指出, Morlet 小波只是勉强可容许的, 因为只有当加上某些非常小的修正项时才是零平均的。本文取 $c = 2\pi$, 则已没有必要修正。

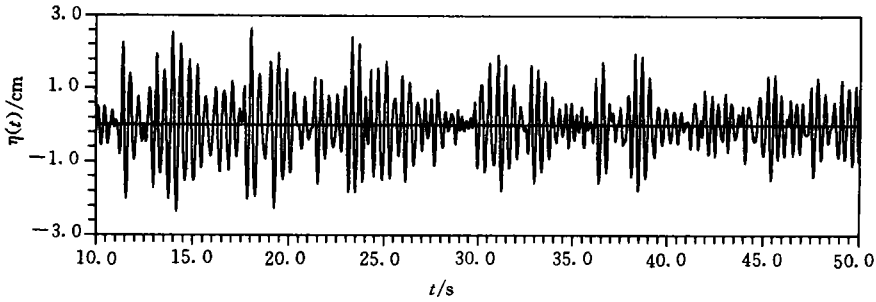


图1 一段风浪波面记录

Fig.1 A section of wind wave surface displacement

从图 1 看出, 14s 附近与 41s 附近的风浪结构显然是不同的, 这种差异在图 2 中得到了充分的体现。由此段时间内的 Fourier 频谱, 是无法区分这种差异的。图 2 还显示, 对固定的局域频率, 能量随着时间的演变具有不同的值。此一方面充分显示了风浪的局域化特征; 另一方面, 组成波的概念是不成立的, 进而, 线性频散关系 $\omega(K) = (g|K|)^{1/2}$ 也是不成立的, 若是这样, 整体的波-波相互作用是否存在成了一个很大的疑问。由图 2a 可知, 能量在时间和尺度(或频率)两方面都是局域的。图 2b 显示, 对于局域低频来说, 能量的局域化特征不是很明显的。看来, 通常的局域小波能谱的低频特征可以近似由通常的风浪频谱来刻画。

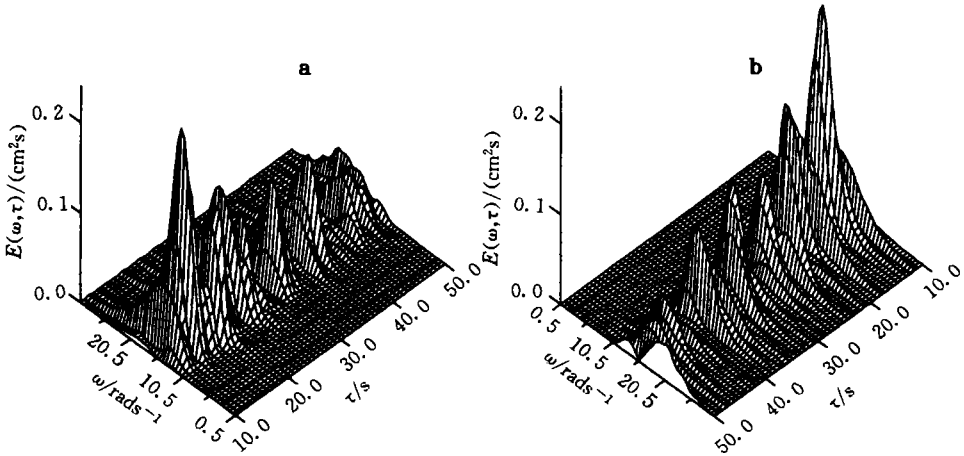


图 2 局域小波能谱

Fig.2 Local wavelet energy spectrum

a. 视觉方向 225°; b. 视觉方向 45°

从理论上说, 风浪的外观特征与风浪的内部结构应具有统一性, 即描述海浪内部结构的谱决定着海浪的外观特征; 反之, 海浪的外观特征必然反映着海浪的内部结构。实测

风浪的局域小波能谱显示, 风浪的内部结构具有明显的局域化特征, 尤其是在局域小波能谱的局域谱峰频率附近及高频部分, 局域化特征更为明显。反映到外观特征上, 风浪亦必有复杂的局域化特征。同样的风浪资料, 通常的风浪频谱由于其方法本身的限制, 是无法反映出局域特征的, 由此得到结论, 能准确反映风浪内部结构的是风浪的局域小波能谱, 而不是风浪频谱。或者, 局域小波能谱比频谱更具优越性。

4 结论

4.1 局域小波能谱能较好地刻画风浪的局域化特征, 这些特征不能被通常的风浪频谱所揭示。

4.2 在不同尺度上, 风浪的局域化特征是不同的, 特别是在高频、低频和谱峰频附近, 局域化特征有明显的差异。

以上研究表明, 局域小波能谱的某些区域组成波的概念不能成立, 因而整体的共振非线性相互作用难以产生, 在这些区域, 非线性相互作用是否是局域的? 这些问题实有深入研究的必要。

参 考 文 献

- Benjamin T B, Feir J E, 1967. The disintegration of wave trains of gravity waves. *J Fluid Mech*, 27:417—430
- Farge M, 1992. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu Rev Fluid Mech*, 24:395—457
- Longuet-Higgins M S, 1962. Resonant interactions between two trains of gravity waves. *J Fluid Mech*, 12(3): 321—332
- Meneveau C, 1991. Analysis of turbulence in the orthonormal wavelet representation. *J Fluid Mech*. 232: 469—520
- Shen Z, Wang W, Mei L M, 1994. Fine structure of wind waves analyzed with wavelet transform. *J Phys Oceanogr*, 24:1085—1094
- West B J, 1981. *Deep Water Gravity Waves*, Berlin: Springer-Verlag. 21—102

LOCAL STRUCTURES OF WIND WAVES

I. LOCAL STRUCTURES OF WIND WAVES AND LOCAL WAVELET ENERGY SPECTRUM

WU Ke-jian, SONG Jin-bao[†], LOU Shun-li[†]

(*Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003*)

[†](*Laboratory of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003*)

Abstract Based on the wavelet transform, the present paper introduces a kind of wind waves energy distribution, the so-called local wavelet energy spectrum, into studies of wind waves. The wavelet spectrum, which can describe local structures of wind waves, is quite different from the normal wind wave frequency spectrum which can only describe global structures of wind waves. The

analyzed results from wind wave data measured in a wind wave channel show that wind waves energy exhibited localizations both in scales (frequency) and physical space, which implies that energy at a given frequency has significant fluctuations as time evolves. Almost all of the properties of wind waves are local, such as waves groupness and secondary peak. The local structures of wave groupness are shown clearly in the three dimensional time-frequency spectrum. The local structures of wind waves are due to the fact that, for realistic windwaves, the wind pressure has local structures and cannot be considered as a constant, nor, can it be interpreted as a superposition of Fourier wave component, since the Fourier transform has not resolution in physical space. Since in the weakly nonlinear theory the water wave fields are represented by the Fourier transform and whose spectral representation has long been used, the authors question the existence of globally nonlinear resonant interactions in the evolution of wind wave fields, and maintain that, for realistic wind waves, the resonant interactions are local rather than global.

Key words Global structure Local structure Wavelet transform Local wavelet energy spectrum

Subject classification number P731.22

* * * * *

中国科技期刊地球科学类排行表^①

(按被引频次和影响因子排序)

名次	期刊名称	被引频次		名次	期刊名称	影响因子
1	地球物理学报	483		1	岩石学报	0.7471
2	海洋与湖沼	317		2	地质学报	0.6061
3	海洋学报	317		3	地球物理学报	0.4774
4	地质学报	313		4	地质科学	0.4105
5	地质论评	292		5	气象学报	0.4052
6	地理学报	286		6	地震学报	0.3451
7	大气科学	278		7	地理学报	0.3431
8	地质科学	271		8	冰川冻土	0.3130
9	地球科学	265		9	地球化学	0.3000
10	气象学报	261		10	海洋与湖沼	0.2994

^① 中国科学引文数据库