

海洋白浪覆盖率模式的研究*

于定勇 徐德伦 吕红民

(青岛海洋大学工程学院 青岛 266003)

提要 在波面位移为均匀正态分布的假定下,导出了以海浪谱矩为参量的波面斜率分布函数。依此函数,利用极限波面斜率为波浪破碎判据导出依赖于海浪谱四阶矩的白浪覆盖率的表示式。又通过 Krylov 谱和 SMB 海浪预报方法的经验公式,将海浪谱四阶矩代之以风要素,从而首次建立了一个依赖于风速和风区两者的半理论、半经验的海洋白浪覆盖率模式。此模式给出的结果与 Monahan 汇集的海洋白浪覆盖率测量数据符合颇佳。

关键词 白浪覆盖率 波浪破碎判据 风速 风区

学科分类号 P731.22

由于海洋白浪与海洋研究的许多领域,特别是海-气相互作用和海洋遥感等有密切关系,自60年代以来,研究者们对海洋白浪覆盖率与海面平均风速的关系做了大量的观测(Monahan, 1971; Toba *et al.*, 1973; Holthuijsen *et al.*, 1986)等。但他们的观测数据的方差均很大,以至于难以用这些数据适配合理的经验关系。理论模式的研究始于80年代中期(Snyder *et al.*, 1983; Srokosz *et al.*, 1986)。这些研究都是在定点海浪波面位移为平稳正态过程的假定下,以波面极限加速度作为波浪破碎的判据,导出波浪破碎的时间比例,并以此作为白浪覆盖率。此途径的缺点是明显的:首先,波面极限加速度的理论值不统一(Longuet-Higgins, 1985, 1994),选用不同的波面极限加速度值作为波浪破碎的判据会得到不同的结果;第二,白浪覆盖率的定义是于一瞬间海面白浪覆盖面积与海面总面积之比;它与定点波浪破碎时间比例并不相等,之间有一个从时间到空间的复杂转换关系;再者,已有的理论模式都没有直接与风要素(风速和风区)联系起来,因而难以实际应用。本文在海面瞬间波面位移的分布为一空间均匀正态过程的假定下,以极限波面斜率为波浪破碎判据,导出波浪破碎覆盖面积与海面总面积之比的表示式,以此作为白浪覆盖率的表示式。与上述途径相比较,这一途径的优越性在于:对于极限波面斜率,从经典理论值到现代理论值都比较一致;波浪破碎覆盖面积与海面总面积之比与白浪覆盖率的定义很接近。此外,本文还将把导出的白浪覆盖率表示式与风要素联系起来,从而首次建立了依赖于风速和风区两者(便于实际应用)的白浪覆盖率模式,最后将此模式给出的结果与现有海上观测数据作比较,并对有关的问题作讨论。

* 国家自然科学基金资助项目, 49676277, 49336070号。于定勇, 男, 出生于1964年12月, 博士, 副教授Fax: 0086-0532-2032799

收稿日期: 1996-08-27, 收修改稿日期: 1997-02-15

1 波面斜率分布函数

设海浪为二维的, 将水平坐标轴 x 取在沿波浪传播方向, 则波面铅直位移可表示为 $\eta(x, t)$; 于一瞬间可表为 $\zeta(x)$ 。本文所指的波面斜率为:

$$\dot{\zeta}(x) \equiv \frac{d\zeta(x)}{dx} \quad (1)$$

假定 $\zeta(x)$ 是一均匀正态随机过程, 那么 $\dot{\zeta}(x)$ 也是一均匀正态随机过程。于是, $\dot{\zeta}(x)$ 的一阶概率密度函数为:

$$f(\dot{\zeta}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\dot{\zeta}^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2)$$

式中, σ^2 代表 $\dot{\zeta}(x)$ 的方差。为便于实际应用, 下面将 σ^2 以海浪频谱参量表示出来。

依平稳随机过程理论, $\dot{\zeta}(x)$ 的波数谱 $S_{\dot{\zeta}}(k)$ 与 $\zeta(x)$ 的波数谱 $S_{\zeta}(k)$ 两者的关系为:

$$S_{\dot{\zeta}}(k) = k^2 S_{\zeta}(k) \quad (3)$$

$$\text{于是: } \sigma^2 = \int_0^{\infty} k^2 S_{\zeta}(k) dk \quad (4)$$

再利用线性理论频散关系 $\omega^2 = gk$ 得:

$$S_{\dot{\zeta}}(k) = \frac{g}{2\omega} S_{\zeta}(\omega) \quad (5)$$

式中, $S_{\zeta}(\omega)$ 为海浪频谱。

$$\text{由式(4)和式(5)得: } \sigma^2 = \int_0^{\infty} \frac{\omega^4}{g^2} S_{\zeta}(\omega) d\omega = \frac{m_4}{g^2} \quad (6)$$

这样, 将 σ^2 以海浪频谱的 4 阶矩表示出来。再将式(6)所示的 σ^2 代入式(2), 便得到以 m_4 为参量的波面斜率的概率密度函数。依式(6)选用适当的海浪谱可计算出以海浪谱参量表示的 σ^2 。P-M 谱和 JONSWAP 谱是现今普遍采用的海浪谱, 但它们的四阶矩理论上不确定, 故不得不选用早期的海浪谱。

对于充分成长状态, 选用 Neumann 谱

$$S(\omega) = c \frac{\pi}{2} \frac{1}{\omega^6} \exp\left\{-\frac{2g^2}{U^2\omega^2}\right\} \quad (7)$$

式中, $c = 3.05\text{m}^2\text{s}^{-5}$; U 代表海面上 7.5m 高处的平均风速(在下面的计算中, 近似作为 10m 高处的平均风速 U_{10})。由式(6)和式(7)得:

$$\sigma^2 = c \frac{\pi^{3/2}}{2^{5/2}} \frac{U_{10}^3}{g^3} \quad (8)$$

再将此结果代入式(2), 便得到以风速为参量的波面斜率的概率密度函数。

对于受限于风区状态, 选用 Krylov 谱

$$S(\omega) = 0.795 \bar{H}^2 T_{02} f\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right) \quad (9)$$

$$f\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right) = \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-7} \exp\left[-0.785 \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^{-4}\right]$$

式中, T_{02} 代表由 $2\pi(m_0/m_2)^{1/2}$ 计算的平均周期; $\bar{\omega} = 2\pi/T_{02}$ 为平均圆频率; \bar{H} 为平均波高。将式(9)所示的谱代入式(6)并完成积分得:

$$\sigma = \frac{19.7}{g} \frac{\bar{H}}{T_{02}^4} \quad (10)$$

为将式(10)所示的 σ 与风速和风区联系起来, 采用美国 SMB 海浪预报方法 (U.S. Army Coastal Engineering Research Center, 1975) 中的经验公式

$$\frac{gH_{1/3}}{U_{10}^2} = 0.283 \text{th} \left[0.0125 \left(\frac{gx}{U_{10}^2} \right)^{0.42} \right] \quad (11)$$

$$\frac{gT_{1/3}}{2\pi U_{10}^2} = 1.20 \text{th} \left[0.077 \left(\frac{gt}{U_{10}^2} \right)^{0.25} \right] \quad (12)$$

式中, $H_{1/3}$ 和 $T_{1/3}$ 分别代表有效波高和有效周期; x 和 t 分别代表风区和风时。Goda 等 (1974) 由 171 次外海观测数据得到如下经验关系:

$$\begin{aligned} \bar{T} &= 1.2T_{02} \\ \bar{T} &= 0.833T_{\max} \end{aligned} \quad (13)$$

$$T_{1/3} = 0.9377T_{\max}$$

式中, \bar{T} 和 T_{\max} 分别代表由观测记录数据得到的平均周期和谱极大值对应的周期。由式(11)—(13)并利用理论关系式 $H_{1/3} = 1.6\bar{H}$ 得:

$$\frac{T_{02}^2}{\bar{H}} = 18.0 \frac{\text{th}^2 \left[0.0125 \left(\frac{gx}{U_{10}^2} \right)^{0.42} \right]}{\text{th} \left[0.077 \left(\frac{gx}{U_{10}^2} \right)^{0.25} \right]} \quad (14)$$

由式(10)和(14)可将 σ 以无量纲风区 $F = \frac{gx}{U_{10}^2}$ 表示出来。

2 海洋白浪覆盖率

在一定的风情下, 海面出现以白浪为标志的波浪破碎。如果被观察的海面面积(足够大)为 S , 于时刻在此海面上出现的各白浪占据的面积之和为 Δ , 那么两者之比就是白浪覆盖率 W , 即

$$W = \Delta/S \quad (15)$$

本文所说的白浪, 是指风浪破碎的浪花, 不包括波浪破碎后遗留的泡沫。这样 W 也就近似等于破碎海面覆盖率。设于时刻沿波浪传播方向足够长的直线 L 上, 各破碎海面占据的长度为 l , 则称 $P = l/L$ 为海面破碎长度比。如果所观察的海面为正方形并使其一边与波浪传播方向一致(并不失一般性), 那么, 对于二维海浪, P 就等于 W 。

Longuet-Higgins 等 (1977) 已经证明: 规则重力进行波的极限波面斜率为 $\tan 30.37^\circ = 0.586$ 。据此, 又考虑到波浪破碎不会发生在波谷, 而且几乎总是发生在波峰的前侧, 于是有:

$$W = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-0.586} f(\zeta) d\zeta \quad (16)$$

将式(2)所示的 $f(\zeta)$ 代入式(16)得白浪覆盖率 W 的表示式

$$W = \frac{1}{2} \Phi \left(-\frac{0.586}{\sigma} \right) \quad (17)$$

式中, Φ 代表正态概率积分函数, 即:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (18)$$

将式(8)所示的 σ 代入式(17), 便得到充分成长状态下 W 的模式

$$W(U_{10}) = \frac{1}{2} \Phi(-10.38U_{10}^{-1/2}) \quad (19)$$

此模式表示, 在充分成长状态下, 白浪覆盖率仅仅依赖于风速 (U_{10})。由式(10), (14)和(17)得受限于风区状态下 W 的模式

$$W(F) = \frac{1}{2} \Phi \left[-5.26 \frac{\text{th}^2(0.0125F^{0.42})}{\text{th}(0.077F^{0.25})} \right] \quad (20)$$

$$F = \frac{gx}{U_{10}^2}$$

此模式将 W 以无量纲风区 F 表示出来, 它表示在受限于风区状态下, W 依赖于风速和风区。

3 结果与比较

由式(20)计算的 W 随无量纲风区 F 的变化曲线绘于图1中。由图1可见, W 随 F 的减小而增大。这里应说明, 式(20)适用于受限于风区的状态, 不适用于受限于风时的状态, 因为已作了波面位移为均匀过程的假定。

将式(20)的 F 中的风区 x 取作参量, 可计算出各种风区情况下 W 随 U_{10} 的变化; 图2a中给出了如此计算出的风区分别为10, 25, 50, 100和200km时 W 随 U_{10} 变化的一组曲线。对应地, 将式(20)的 F 中的风速 U_{10} 取作参量, 可计算出各种风速下 W 随 x 的变化。如此计算的结果绘于图2b中。由图2可以看出, W 随 U_{10} 和 x 变化的一般特征: (1) 对相同的 U_{10} , 小的 x 对应着大的 W , 即 W 随 x 的增大而减小; 同一风速下由于风区不同, W 的最大差值可达到2个数量级以上, 可见 W 敏感地依赖于 x ; (2) 对同一风区, W 随 U_{10} 的增大而增大, 增大的速率先大后小, 最终趋于一极限值0.25; (3) 与受限于风区的状态比较, 充分成长状态下的 W 随 U_{10} 的增长较缓慢, 但最终也趋于上述的极限值; (4) 在相同的风速下, W 随 x 的增大而减小, 但

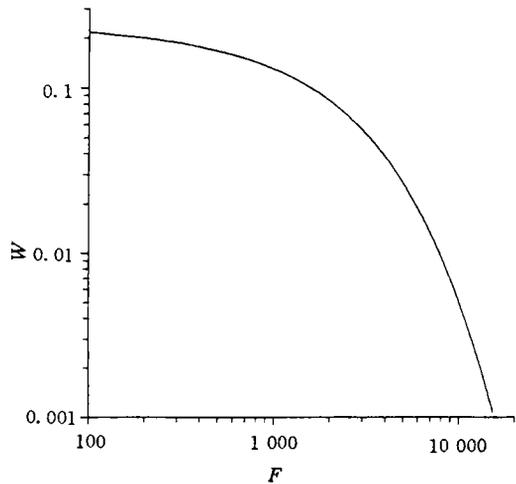


图1 W 随无量纲风区 F 的变化

Fig.1 Variation of W against F

上, 可见 W 敏感地依赖于 x ; (2) 对同一风区, W 随 U_{10} 的增大而增大, 增大的速率先大后小, 最终趋于一极限值0.25; (3) 与受限于风区的状态比较, 充分成长状态下的 W 随 U_{10} 的增长较缓慢, 但最终也趋于上述的极限值; (4) 在相同的风速下, W 随 x 的增大而减小, 但

以充分成长状态的 W 值为下限 (图 2a 中右下侧 FDS 曲线)。上述一般特征符合风浪成长的能量平衡原理和现今有关风浪破碎的一般知识。

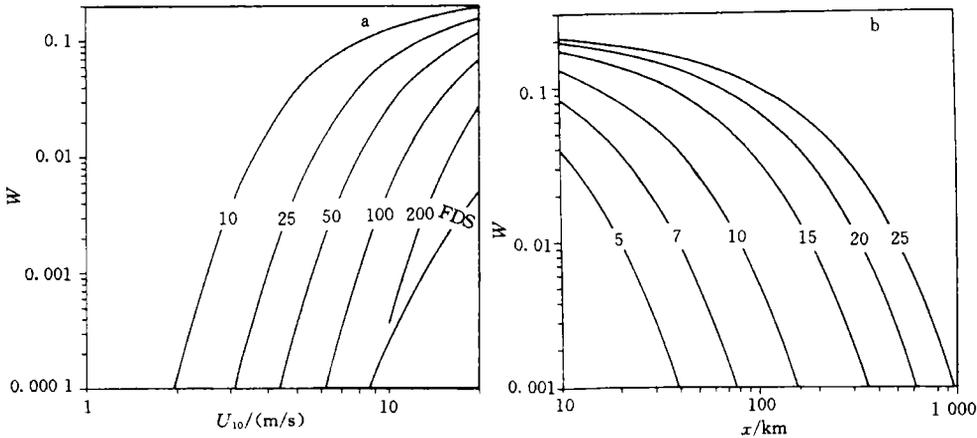


图 2 W 随风速 U_{10} (a) 及随风区 x 的变化 (b)

Fig.2 Variation of W against U_{10} (a) and against fetch x (b)

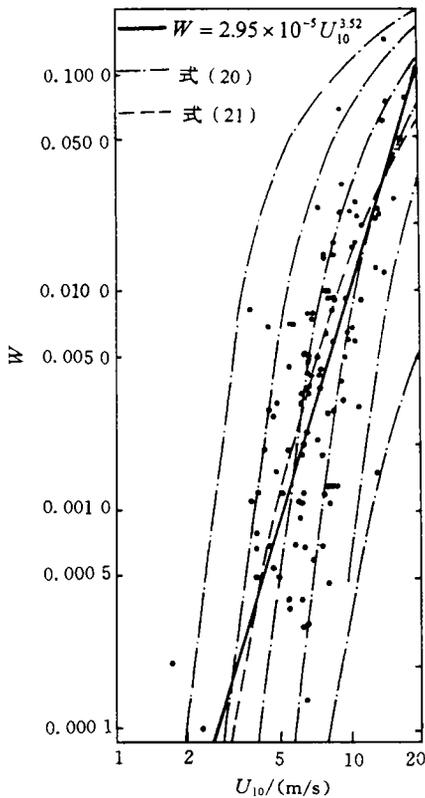


图 3 W 随风速 U_{10} 的变化

Fig.3 Variation of W against U_{10}

为验证本文的结果, 将按式 (20) 计算出的各种风区情况下 W 随 U_{10} 的变化的一组曲线绘于图 3 中, 并将 Monahan 等 (1980) 汇集的观测数据连同他们适配的曲线 $W = 2.95 \times 10^{-5} U_{10}^{3.52}$ 也绘于此图中。由图 3 可见, 依式 (20) 计算的一组曲线相当合理地覆盖了几乎全部看来很分散的数据点, 而且这组曲线的总体变化趋势良好地符合于数据的分布趋势, 特别对较高风速。遗憾的是, Monahan 等 (1980) 汇集的数据没有注明相应的风区, 因而无法与本文的结果作直接的比较。

4 讨论与结论

本文导出的海洋白浪覆盖率模式所基于的两个基本假定与海浪的实际情况有相当的差别, 故导出的关系式只能是一种初级近似, 有待改进, 尤其是应考虑非线性效应。但就目前海浪研究水平, 这两个假定还是可接受的, 而且正是由于作了这样的假定才使得一些推导得以实现, 并首次导出了 W 依赖于风速和风区的便于应用的简单关系式。

依本文导出的关系式, 可对 Monahan 等 (1980) 汇集的数据 (图 3) 的分散加以解释: 白浪覆盖率不仅依赖于风速, 还敏感地依赖于风区; 不考虑风区效应, 仅仅将它与风速相联系是数据点分散

的主要原因。

以本文的观点, Monahan 等 (1980) 适配的曲线只能看作是不同风区观测数据的平均关系。对应地, 由式 (20) 也可得到一个平均关系式

$$W = \frac{1}{2(x_2 - x_1)} \int_{x_1}^{x_2} \Phi \left[-5.26 \frac{\operatorname{th} \left[0.0125 \left(\frac{gx}{U_{10}^2} \right)^{0.42} \right]}{\operatorname{th} \left[0.077 \left(\frac{gx}{U_{10}^2} \right)^{0.25} \right]} \right] dx \quad (21)$$

式中, x_1 和 x_2 是平均中使用的上限和下限风区。取 $x_1 = 5 \times 10^3 \text{m}$ 和 $x_2 = 5 \times 10^5 \text{m}$ 得到的曲线也绘于图 3 中, 与 Monahan 等适配的曲线相比两者符合相当好。

参 考 文 献

- Goda Y, Hamada T, 1974. Observation and analysis on statistics of ocean waves. Rept Port and Harbor Res Inst, 13(1):3—37
- Holthuijsen L H, Herbers T H C, 1986. Statistics of breaking waves observed as whitecaps in the open sea. J Phys Oceanogr, 16:290—297
- Longuet-Higgins M S, 1985. Accelerations in steep gravity waves. J Phys Oceanogr, 15:1 570—1 579
- Longuet-Higgins M S, 1994. A fractal approach to breaking waves. J Phys Oceanogr, 24: 1 834—1 838
- Longuet-Higgins M S, Fox J H, 1977. Theory of the almost-highest waves: The Inner Solution. J Fluid Mech, 80:721—741
- Monahan E S, 1971. Oceanic whitecaps. J Phys Oceanogr, 1:139—144
- Monahan E S, O' Muircheartaigh I, 1980. Optimal power-law description of oceanic whitecap coverage dependence on wind speed. J Phys Oceanogr, 10:2 094—2 099
- Snyder R L, Kennedy R M, 1983. On the formation of whitecaps by a threshold mechanism. Part 1: Basic formalism. J Phys Oceanogr, 13:1 482—1 292
- Srokosz M A, 1986. On the probability of wave breaking in deep water. J Phys Oceanogr, 16:382—385
- Toba Y, Chaen M, 1973. Quantitative expression of the breaking of wind waves on the sea surface. Records Oceanography Works Japan, 12:1—11
- U S Army Coastal Engineering Research Center, 1975. Shore Protection Manual, 1. U S Government Printing Office, 3—35

A STUDY ON OCEANIC WHITECAP COVERAGE MODEL

YU Ding-yong, XU De-lun, LU Hong-min

(Engineering College, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003)

Abstract A simple model is analytically derived for estimating the spatial fraction of breaking sea surface at an instant of time, which is viewed as the whitecap coverage W . The derivation is based on a spatial homogeneous Gaussian wave field and using the limiting surface slope $\tan 30.37^\circ = 0.586$ (Longuet-Higgins *et al*, 1977) as a criterion of wave breaking. The resulting whitecap coverage is found depending on the fourth moment of spectrum, m_4 , and the critical threshold of surface slope. Expressing m_4 in terms of the Neumann spectrum one arrives at a formula relating whitecap coverage W with wind speed U_{10} for fully developed sea state: $W(U_{10}) = \frac{1}{2} \Phi(-10.38U_{10}^{-1/2})$,

where $\Phi(z)$ is defined by $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{u^2}{2}} du$. Expressing m_4 in terms of the Krylov spectrum and employing the empirical relationships used in the SMB ocean wave prediction technique, one arrives at another formula relating W with both wind speed and fetch for fetch-limited sea state: $W(F) = \frac{1}{2} \Phi \left[-5.26 \frac{\text{th}^2(0.0125F^{0.42})}{\text{th}(0.077F^{0.25})} \right]$, where F represents the non-dimensional fetch: $F = \frac{gx}{U_{10}^2}$.

Comparison between these results and the field data of whitecap coverage collected by Monahan *et al* (1980) shows a rather good agreement.

Key words Whitecap coverage Criterion of wave breaking Wind speed Fetch

Subject classification number P731.22