

察尔汗盐湖地下卤水动态规律研究*

李海龙 马国祥

(鞍山师范学院数学系 鞍山 114005)

提要 建立了描述采卤过程中地下卤水运动规律的数学模型,并用有限元素法进行了数值迭代求解。在此基础上,用等值线比较法,根据1988年3月—1989年6月间65个观测点上每月一次的地下卤水的水位观测数据,对首采区中312个剖分节点上的渗透系数等水文地质参数进行了修正和反求。经修正反求后地下卤水水位的模拟值与实测值之间的相对误差由原来的14.3%改善为7.7%。

关键词 盐湖地下卤水水位 数值模拟 等值线比较法 察尔汗盐湖

学科分类号 P59

青海察尔汗盐湖是地表最大的干盐湖,它是一个以钾盐为主,其次为镁盐和石盐并含有硼、锂等多种成分的大型盐湖矿床(郑绵平等,1989)。干盐滩中的地下晶间卤水矿相对于固体矿和湖表卤水矿而言,其成分受外界气候和水文条件变化的影响小,采集输送方便,成熟的太阳能盐田分离技术能形成以它为原料的大规模稳定生产,因而成为盐湖矿资源中最重要的开采对象。考虑到在以后长期的开采过程中,盐层中的固体矿将通过固液相转化不断地以地下卤水的形式被开采利用。因此,在持续跟踪监测采卤过程中地下卤水动态变化数据的基础上,研究采卤过程中地下卤水的动态变化规律,对合理开发利用盐湖资源具有重要意义。

1 研究方法

1987年夏,中国科学院青海盐湖研究所在达布逊湖东侧包括首采区¹⁾方圆近20km,面积约400km²的区域内布置了100多个长期观测井点,从1988年3月开始了每月一次的对地下卤水水位等参数的长期连续观测,同时,青海钾肥厂用渠道法开始了对首采区第一卤水矿层中地下卤水的连续开采。本文在此基础上,建立了描述采卤过程中地下卤水运动规律的数学模型,用有限元素法进行数值迭代求解,并用等值线比较法,根据1988年3月—1989年6月间65个观测点上每月一次的地下卤水的水位观测数据,对首采区中312个剖分节点上的渗透系数等水文地质参数进行了修正和反求。

2 研究结果

2.1 卤水动态数学模型的选择

* 中国科学院青年科学基金资助项目, A930621号。李海龙,男,出生于1965年1月,副研究员, Fax: 0086-0412-5847019

1) 指青海钾肥厂一期工程第一阶段开采卤水矿的区段

收稿日期: 1996-07-16, 收修改稿日期: 1998-07-12

首采区开采的第一卤水矿层(郑绵平等, 1989)中的地下卤水属于潜水型(薛禹群等, 1979), 集卤渠为非完整渠。针对这种情况, 在数学模型的探索过程中, 曾建立了一个由盐滩中的地下卤水水位所满足的 Boussinesq 方程、集卤渠中卤水的流动所满足的 Navier-Stokes 方程和集卤渠中卤水水量的平衡方程联立而成的偏微分方程组及其初边值条件所构成的数学模型。数值计算和渗流力学分析表明, 该模型只适合于集卤渠断面形状规则、抽卤量变化不剧烈、渠中卤水水位变化较缓慢时的情况, 但实际中这种情况只发生在停止抽卤时水位恢复的时期。为能充分利用在抽卤状态下观测所得的大量卤水水位资料, 来反求首采区第一卤水矿层的水文地质参数, 从而为卤水动态的中远期预测评估作准备, 须建立一个既能适用于多种开采方式, 又尽量简单, 不致使数值模拟过程过于繁杂的数学模型。经过数学模型资料的搜集、整理和比较, 作者选择了如下描述潜水运动的 Boussinesq 方程(薛禹群等, 1979)

$$\operatorname{div}[K(H-h_b)\operatorname{grad}H] + E + P = \mu H_t, \quad (x, y) \in \Omega \quad t \in (0, +\infty) \quad (1)$$

其中, H, h_b, μ 和 K 分别是地下卤水水位(m)、第一卤水矿层底板高程(m)、盐层给水度和渗透系数(m/d); 考察区域 Ω 如图 1a 所示, 它不含集卤渠的一个 U 形邻域; div 和 grad 分别表示 (x, y) 平面上的散度算子和梯度算子; H_t 表示 H 对时间 t 的偏导数; $E = E(x, y, t, H)$ 表示地下卤水水位为 H 时的垂直补给水量的总和(包括降水量、蒸发量等, 流入为正, 流出为负); P 是当用井群法(薛禹群等, 1979)采卤时各个抽卤井点的总抽卤量, 即

$$P = \sum \delta(x-x_{p_i}, y-y_{p_i}) P_i(t) \quad (2)$$

其中 $(x_{p_i}, y_{p_i}) (i=1, \dots, n_p)$ 为所有抽卤井点的坐标; $P_i(t)$ 是第 i 个抽卤井点在 t 时刻单位时间内的抽卤量, 抽出为负, 注入为正; \sum 表示对所有 $i=1, \dots, n_p$ 求和; $\delta(x, y)$ 是平面上的 Dirac 函数。

用(1)式作为描述 Ω 中第一卤水矿层内卤水运动的控制微分方程, 意味着默认如下基本假设:

1) 第一卤水矿层的渗透性在 x, y 方向上是各向同性的。

2) 渗透系数 K 和给水度 μ 不随时间 t 变化, 在含卤水盐层的深度方向上无变化, 或者有变化时表示深度方向上的积分平均值。

3) Ω 中地下卤水水力坡度较小, 可满足 Remson(1971)中所述的裘布依假设, 其本质是地下卤水的流动为平面层流, 垂直方向上的运动可忽略不计。

此外, 根据首采区水文地质实况, 假设降水量和第一卤水矿层底板越流为 0, 从而 E 只表示蒸发量。方程(1)的定解条件包括初值条件和边界条件。其中初值条件为

$$t=0 \quad H(x, y, t) = H_0(x, y) \quad (x, y) \in \Omega \quad (3)$$

这里 H_0 已知。边界条件可叙述为: 设 Ω 的边界 Γ 由 $\Gamma_D, \Gamma_N, \Gamma_C$ 三部分组成, 其中 Γ_N 或 Γ_C 可能是空集, 只是为叙述统一起见仍将之写出。在 Γ_D 上, H 满足 Dirichlet 边界条件(即 H 已知)

$$(x, y) \in \Gamma_D \quad H(x, y, t) = H_D(x(s), y(s), t) \quad (4)$$

其中 H_D 已知, s 为 Γ_D 的弧长参数。在 Γ_N 上, H 满足 Neumann 边界条件

$$(x, y) \in \Gamma_N \quad K(H-h_b)n \cdot \operatorname{grad}H = q(x(s), y(s), t) \quad (5)$$

其中 n, s 分别为相应边界的单位外法向量和弧长参数, q 已知。在 Γ_C 上, H 满足等值面边

界条件

$$(x, y) \in \Gamma_c \quad H = W(t) \text{ (未知)} \quad - \int_{\Gamma_c} K(H - h_b) n \cdot \text{grad } H \, ds = Q(t) \quad (6)$$

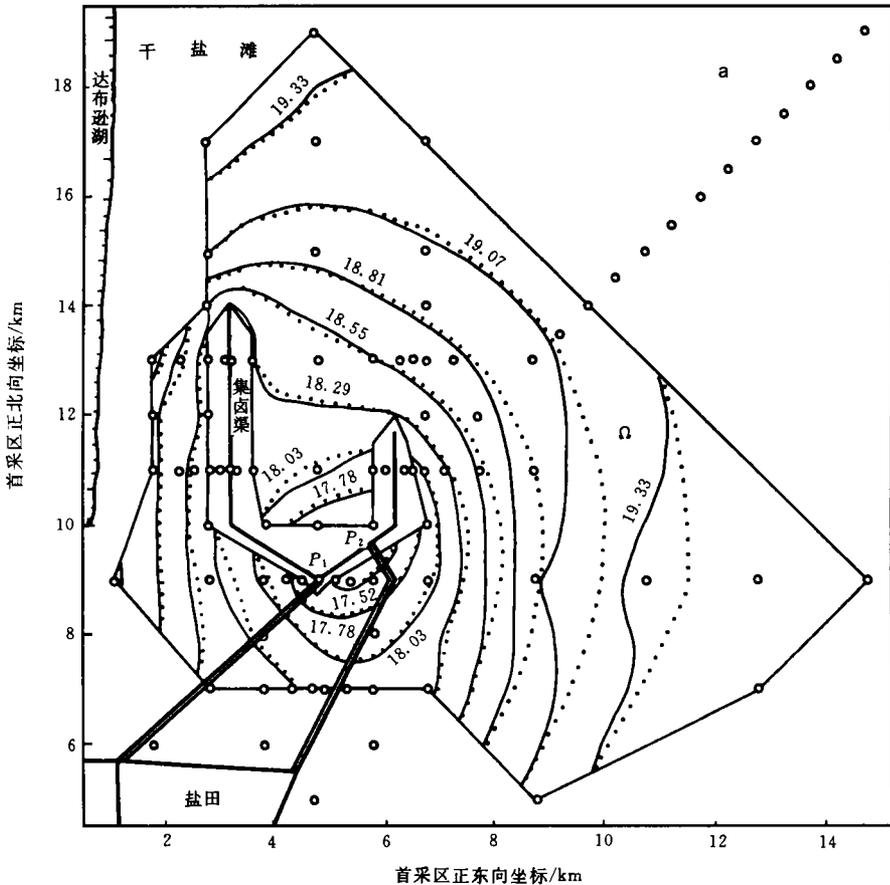
其中 W 未知待定。 $Q(t)$ 已知。 在进行数值模拟时，视具体情况把 Ω 的某段边界作为 Γ_D 或 Γ_N 或 Γ_C 之一处理之。

2.2 数学模型(1)–(6)的有限元素法数值求解

用三角形线性插值有限元，对求解区域 Ω 进行三角剖分后，共得到 312 个剖分节点，541 个三角形剖分单元。用 Ritz 有限元离散方法(薛禹群等, 1979)把模型(1)–(6)离散成关于各剖分节点上的卤水水位 H_i ($i = 1, \dots, 312$) 的非线性方程组，用叠代法对之进行数值求解。当 H_i ($i = 1, \dots, 312$) 的新叠代值与前一次叠代值差的绝对值都小于某一适当小的正数 ε 时，停止叠代过程并以该最新叠代值作为方程组的近似数值解。实际计算中 ε 取为 0.001m，叠代 3–4 次即可达到要求，且实际上 H_i ($i = 1, \dots, 312$) 的最终叠代值与前一次叠代值相差都不到 10^{-5} m。

2.3 利用等值线比较法修正反求 K 和 h_b

(1) 将首采区若干点处 K 和 h_b 的实测或实验值经适当插值后，分别得到它们在各剖



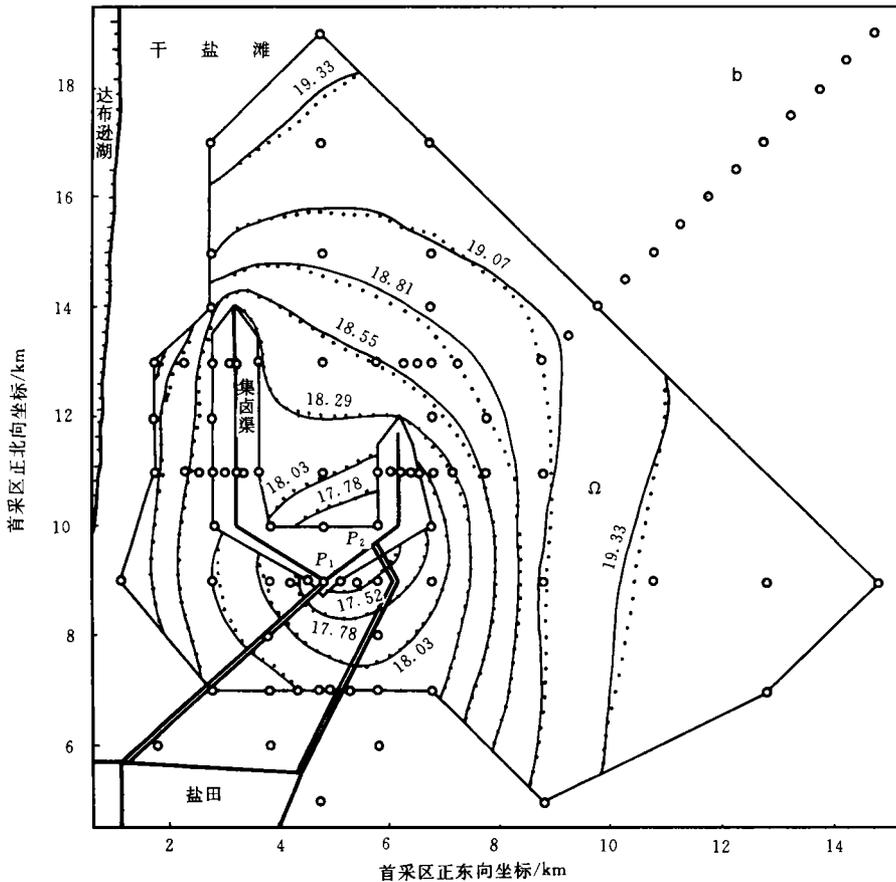


图 1 1989 年 6 月底 Ω 中模拟水位 H_s 和实测插值水位 H_r 的等值线比较及观测点示意

Fig.1 Comparison of isopleths of simulated watertable H_s with those of surveyed watertable H_r (with some interpolated data) for June 1989, in domain Ω and the measuring points of brine's watertable

a. K, h_b 分别取其粗估值 K_o, h_{bo} ; b. K, h_b 分别取其最终修正值 K_o, h_{bo}

· · · · 为模拟水位等值线; 19.33 为实测插值水位等值线(单位为 m); ○ 为地下卤水水位观测井点;
— 为集卤渠; == 为输卤渠

分节点上的粗估值 K_o 和 h_{bo} , 并把 K_o 和 h_{bo} 的值分别赋给计算过程中要用的 K 和 h_b .

(2) 利用 K 和 h_b 的最新值求 (1) — (6) 的数值解, 记该解为 H_s , 绘出其等值线 C_s .

(3) 在 (1) — (6) 的离散过程中, 把 Ω 内部 33 个观测点上的卤水水位 H 当做已知 (其已知值为实际观测值) 求解定解问题 (1) — (6), 其结果记为 H_r , 以下称之为实测插值水位, 然后绘出其等值线 C_r .

(4) 将 C_s 和 C_r 用计算机绘图终端按同一比例用不同的颜色或线型绘在同一张图上, 通过比较 C_s 和 C_r 的走向、光滑性等, 按照等水位的 C_s 和 C_r 应该重合、 C_r 应当光滑的原则来修正 K, h_b 的值。若 C_s, C_r 的光滑性和重合性已令人满意, 则转 5)。否则, 适当修正 K, h_b 的值并转 2)。

(5) 用抽卤量的实测数据对 K 作整体修正。

按照上面介绍的等值线比较法,用 1989 年 5,6 月份区域 Ω 及其边界各观测点上的实测水位对 K_o, h_{bo} 进行了修正。其最终修正值分别记为 K_r 和 h_{br} 。利用 K_r 和 h_{br} 再对 1988 年 3 月—1989 年 4 月间的地下卤水水位进行数值模拟,其结果比用 K_o 和 h_{bo} 时大有改善。表 1 的前 9 列给出了各观测时刻对 K, h_b 修正前后 Ω 中模拟水位 H_s 与实测插值水位 H_r 间的相对误差,即比值 $\max|H_s - H_r| / (H_{\max} - H_{\min})$, 这里 $\max|H_s - H_r|$ 为 $|H_s - H_r|$ 在 Ω 中的最大值。由表 1 看出,将参数 K 和 h_b 由 K_o 和 h_{bo} 分别修正为 K_r 和 h_{br} 后,上述相对误差由原来的最大 18.2% 改善为最大 10.5%,平均由原来的 14.3% 减小至 7.7% (以上结果都不计 1989 年 4 月份的模拟数据,其原因见表 1 的脚注 2)。表 1 的最后 4 列为在各观测时刻,对 K, h_b 修正前后, Ω 内部的 33 个水位观测点上误差 $H_s - H_r$ 的均值和均方差,将参数 K, h_b 的值修正为 K_r, h_{br} 后,上述均值和均方差都有明显改善。

表 1 修改 K, h_b 前后模拟水位 H_s 和实测插值水位 H_r 之间的误差比较¹⁾

Tab.1 Comparison of the errors between simulated and surveyed watertables (H_s and H_r) in domain Ω before and after K, h_b are modified

时 间		H_{\max}	H_{\min}	ΔH	e_o	相对误差 $e_o / \Delta H$	e_r	相对误差 $e_r / \Delta H$	均 值 (m)		均 方 差 (m)	
年	月	(m)	(m)	(m)	(m)	(%)	(m)	(%)	M_o	M_r	D_o	D_r
1988	3	19.54	18.43	1.11	0.14	12.3	0.09	8.3	0.01	0.03	0.05	0.03
1988	4	19.56	17.52	2.04	0.18	8.6	0.17	8.1	-0.03	-0.01	0.07	0.08
1988	5	19.57	17.02	2.55	0.28	10.9	0.18	7.2	-0.03	-0.01	0.08	0.07
1988	6	19.60	17.08	2.52	0.31	12.3	0.15	5.9	-0.04	-0.01	0.09	0.06
1988	7	19.61	17.30	2.31	0.36	15.7	0.21	9.3	-0.10	-0.06	0.10	0.05
1988	8	19.67	16.87	2.80	0.46	16.5	0.22	7.8	-0.11	-0.07	0.13	0.07
1988	9	19.65	17.06	2.59	0.43	16.7	0.27	10.5	-0.11	-0.07	0.14	0.09
1988	10	19.61	17.23	2.38	0.43	18.2	0.24	9.9	-0.10	-0.06	0.13	0.08
1988	11	19.58	17.62	1.96	0.35	17.8	0.17	8.7	-0.05	-0.01	0.11	0.08
1988	12	19.56	16.91	2.65	0.31	11.6	0.15	5.5	-0.07	-0.03	0.08	0.06
1989	1	19.55	17.39	2.16	0.32	14.9	0.16	7.6	-0.03	0.01	0.10	0.08
1989	2	19.54	17.88	1.66	0.27	16.0	0.17	10.4	0.00	0.04	0.09	0.07
1989	3	19.54	17.82	1.72	0.26	15.0	0.11	6.5	0.00	0.03	0.08	0.06
1989	4	19.56	17.94	1.62	0.32	19.6	0.26	16.2	0.03	0.06	0.12	0.10
1989	5	19.57	17.69	1.88	0.25	13.3	0.12	6.5	0.00	0.04	0.08	0.05
1989	6	19.59	17.30	2.29	0.32	14.1	0.09	4.0	-0.01	0.02	0.10	0.05
平均值 ²⁾				2.14	0.31	14.3	0.17	7.7	-0.04	0.006	0.097	0.068

1) H_{\max} 和 H_{\min} 分别表示 H_r 在 Ω 中的最大值和最小值; $\Delta H = H_{\max} - H_{\min}$; e_o 表示由 K_o, h_{bo} 求得的 H_s 和 H_r 之差的绝对值 $|H_s - H_r|$ 在 Ω 中的最大值; e_r 表示由 K_r, h_{br} 求得的 H_s 和 H_r 之差的绝对值在 Ω 中的最大值; M_o, M_r 为对 K, h_b 修正前后, Ω 内部的所有 33 个水位观测点上 H_s 和 H_r 之间的误差 $e = H_s - H_r$ 的均值, D_o, D_r 是其均方差; 其中 M_o, D_o 对应于参数值 K_o, h_{bo} ; M_r, D_r 对应于 K_r, h_{br} 。

2) 1989 年 4 月底由于有较大西北风, 达布逊湖湖水被大量吹上东岸, 使东岸各观测点的卤水水位观测值都有不规则的大幅度上升 (上升幅度达 0.5m 之多), 这使得当月模拟水位和实测水位之间的误差很大, 故在计算平均值一栏中的有关数据时, 未把该月的数据考虑在内。

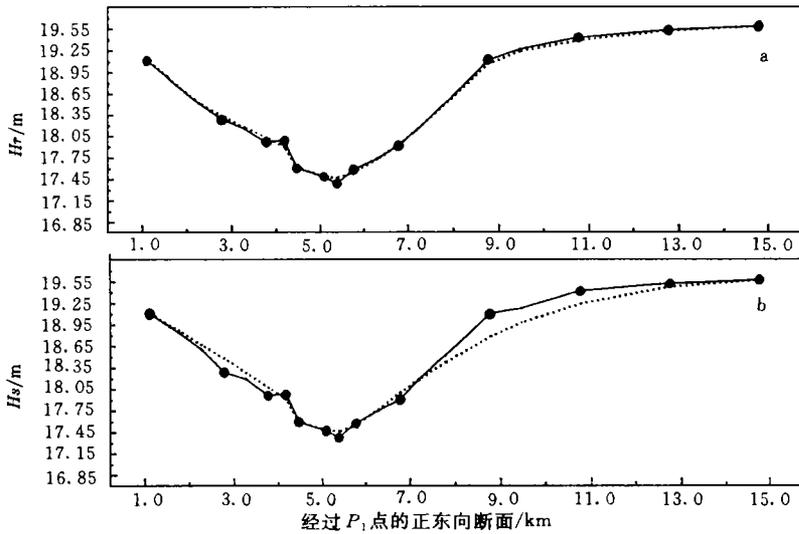


图 2 参数 K, h_b 被修正前后 1989 年 6 月底过图 1 中 P_1 点的东西断面上 H_s 和 H_r 的比较曲线
 Fig.2 Comparison of the H_s and H_r curves for the west-east cross-section through the point P_1 in Fig.1 in June 1989 before and after K, h_b are modified

a. K, h_b 分别取值为 $K_p, h_{b,r}$ 时的计算结果; b. K, h_b 分别取值为 $K_o, h_{b,o}$ 时的计算结果
 为模拟水位 H_s ; —— 为实测插值水位 H_r ; ● 为实际观测值

图 1 为 1989 年 6 月份的观测时刻, 参数值 K 和 h_b 修正前后, H_s 和 H_r 的等值线比较图。显见图 1b 中 C_5 和 C_7 的重合性以及 C_7 的光滑性比图 1a 中大有改善。图 2 是 K, h_b 被修正前后, 1989 年 6 月底过图 1 中 P_1 点的东西向断面上 H_s 和 H_r 的比较曲线。由图 2 显见, K, h_b 被修正后 H_s 和 H_r 的吻合性得到了明显的改善。

3 结论

- 3.1 察尔汗盐湖首采区采卤过程中第一卤水矿层内卤水的运动可由数学模型 (1) — (6) 很好地得到描述。
- 3.2 利用等值线比较法修正和反求 (1) 式中的未知分布参数 K, h_b 是成功的。
- 3.3 理论上还未证明用等值线比较法反求模型中分布参数的唯一性和收敛性。

致谢 本研究曾得到陈克造、祁永唐、郑喜玉、于升松、李家炎、张明刚先生的帮助, 谨致谢忱。

参 考 文 献

郑绵平, 向 军, 1989. 青藏高原盐湖. 北京: 科学技术出版社. 330—342
 薛禹群, 朱学愚, 1979. 地下水动力学. 北京: 地质出版社. 25—27, 107—108, 272—273
 Remson I, 1971. 罗焕炎 李鸿吉译, 1977. 地下水文学的数值法. 北京: 地质出版社, 34—40

THE DYNAMICS OF UNDERGROUND BRINE IN AN AREA WITHIN CHAERHAN SALT LAKE, QINGHAI, CHINA

LI Hai-long, MA Guo-xiang

(*Department of Mathematics, Anshan Teachers' College, Anshan, 114005*)

Abstract Chaerhan Salt Lake in Qinghai is one of the largest dry salt lakes in the world. Underground brine in this area is being exploited to produce fertilizer, salt and other products, at an increasing rate. Therefore, a study of the movement of the underground brine in the course of its exploitation is important to the development of the industry of salt chemistry in this area. So far, our institute established about 100 measuring stations for the underground brine watertable measurement in an area of Chaerhan Salt Lake in the summer of 1987 and the measurement started from March, 1988.

In this paper, a mathematical model is built to describe the dynamics of underground brine in the area. The model consists of an initial-boundary value problem of the boussinesq equation, which is a nonlinear parabolic equation. Numerical solutions to the model are obtained using Finite Element Method and iteration. On the basis of this, using the monthly-surveyed data of the watertable of ground brine at 65 surveying stations in the area, from March 1988 to June 1989, the isopleths-comparison method is applied to modify the hydrology-geological parameters of the salt layer, such as the permeability and the thickness of the salt layer, which were estimated using experimental and measured values and interpolation at the beginning of the calculation.

Through the modification of the above-mentioned hydrology-geological parameters, the relative errors between the simulated and surveyed values of the watertable of underground brine are reduced.

Key words Watertable of underground brine in salt lakes Numerical simulation
Isopleths-comparison method Chaerhan Salt Lake

Subject classification number P59