

窄缝法在河口区悬沙输运数值 计算中的应用*

孙 琪 孙效功 李瑞杰

(青岛海洋大学海洋地球科学学院 青岛 266003)

提要 窄缝法作为动边界问题的一种处理方法,已被用于潮流及污染物扩散的数值模拟中,并取得了较好的效果。本文将窄缝法应用于悬沙输运数值计算中,推导出了考虑窄缝时的泥沙输运方程,建立了一种具有动边界功能的泥沙输运模型。计算结果与实测值吻合较好,表明该模型在模拟河口区悬沙输运方面是正确可行的。

关键词 窄缝法,悬沙输运,数值模拟

中图分类号 P736

对于悬浮泥沙输运的数值模拟分为二维模型和三维模型,其中二维模型的发展更为成熟,并得到了广泛的应用(曹祖德等,1993; Clarke *et al.*, 1998; Guan *et al.*, 1998),而三维模型近年来也得到了一定的发展(白玉川等,2000)。对于边界的处理则分为固定边界和动边界两种处理方法。对于漫滩范围较小的海湾来说,采用固定边界来进行计算,影响不是很大。但对于具有平缓岸坡的河口海湾水域,由于涨潮与落潮时岸滩淹没与干出的区域较大,此时在进行数值模拟时如果仍然采用固定边界处理则会引起较大的误差,因而需采用动边界方法进行处理。目前,国内外最为广泛采用的动边界处理方法为干湿网格法(Leendertse *et al.*, 1971; Lin *et al.*, 1997)。所谓干湿网格法即运用一定的干湿点判断规则对网格点进行判断,其计算域在每一个时间步长都是改变的。该方法原理简单,适用性强,可以处理复杂的边界条件,而且在二维与三维模型中都有所应用,但是该方法判断较为烦琐,计算量大。史峰岩等(1993, 1995)曾经提出了一种岸界适应干湿网格变边界模型,并对黄河三角洲海域风暴潮的漫滩进行了数值模拟。

窄缝法是近年来出现的处理动边界的另一种方法。它的特点是将岸滩前的水域引入到岸滩上,即通过引入化引水深的概念使原来没有水的区域也可参与到计算中来,从而可以运用固定的计算边界来进行计算。其最大优点在于它可以不必象其它动边界方法那样对每一个时间步长,每一个节点都进行判断,而是直接将动边界问题转化为固定边界计算。何少苓等(1986)将此方法运用到了杭州湾的潮流计算中,取得了较好的结果;王泽良等(1999)将此方法运用到了渤海湾中,较好地模拟了具有广阔潮间带海域污染物的迁移扩散。

* 国家自然科学基金项目,40076026号。孙琪,女,出生于1976年3月,硕士, E-mail: sunxgn@mail.ouqd.edu.cn
收稿日期:2000-01-22,收修改稿日期:2000-12-26

本文将窄缝法这一动边界处理方法运用到泥沙输运的二维数值计算中,推导出考虑窄缝时的泥沙输运方程,并将其应用于套儿河口区潮流作用下泥沙输运的实际计算之中,取得了较好的模拟效果。

1 基本原理

1.1 窄缝法简介

窄缝法的基本思想(何少苓等,1986)是设想在岸滩上各空间步长内存在一条很窄的缝隙,缝内的水和岸滩前的水相连,这相当于把岸滩前的水域延伸到岸滩内,这样就可以把计算边界设在岸滩的窄缝内,使动边界问题化为固定边界问题。图 1 为其基本原理示意图。

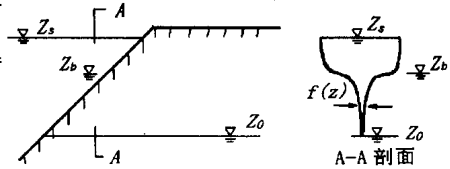


图 1 窄缝法基本原理示意

Fig. 1 The principle sketch of the slot method

1.1.1 窄缝宽度 $f(z)$ 定义各空间步长内单位宽度的窄缝宽度为:

$$f(z) = \begin{cases} \varepsilon + (1 - \varepsilon)e^{\alpha(z - z_b)} & z \leq z_b \\ 1.0 & z > z_b \end{cases}$$

式中, Z 为计算点的垂向坐标值; Z_b 为床底高程; ε 为窄缝系数, 即当窄缝内的水位无限低于床底高程时相应的值; α 为参数, 决定窄缝随深度变化的快慢; Z_0 为人为设定的窄缝底部高程, 一般令其低于可能出现的最低水位; 图 1 中 Z_s 为水面高程。

1.1.2 化引水深 h_x 和 h_y 根据窄缝宽度的定义, 可以得出 x 方向上化引水深的公式为:

$$h_x = \frac{A_x}{\Delta Y} = \frac{\int_{z_0}^{z_s} f(z) \Delta Y dz}{\Delta Y} = \begin{cases} \varepsilon(z_s - z_0) + \frac{1 - \varepsilon}{\alpha} e^{\alpha(z_0 - z_b)} (e^{\alpha(z_s - z_0)} - 1) & z_s \leq z_b \\ (z_s - z_b) + \varepsilon(z_b - z_0) + \frac{1 - \varepsilon}{\alpha} (1 - e^{\alpha(z_0 - z_b)}) & z_s > z_b \end{cases}$$

其中, A_x 为垂直于 X 轴的过水面积; ΔY 为 Y 方向上的空间步长。

同理, 可以得出 Y 方向上的化引水深 h_y 的表达式。

1.2 基本方程

1.2.1 二维潮流基本方程组 选取如图 2 所示的单元体。根据连续性原理, 可推导出考虑窄缝时的连续方程为 U (何少苓等, 1986):

$$\frac{\partial}{\partial x}(uA_x) \Delta X + \frac{\partial}{\partial y}(vA_y) \Delta Y + \frac{\partial}{\partial t} [\Delta X A_x + \Delta Y A_y - \int_{z_0}^{z_s} f(z)^2 \Delta X \Delta Y dz] = 0$$

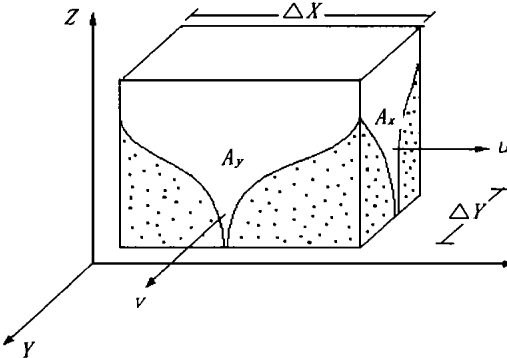


图 2 控制体示意

Fig. 2 The sketch of the control-body

设 $U = u \frac{A_x}{\Delta Y}$, $V = v \frac{A_y}{\Delta X}$, $\Delta X = \Delta Y$, 并定义 $F(z) = 2f(z) - [f(z)]^2$, 则可得到化简后的连续方程为:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{F(z)} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{F(z)} \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

其中, u, v 分别为沿 x, y 方向上的流速分量; A_x, A_y 分别为垂直于 X, Y 轴的过水面积。考虑了窄缝后的动量方程为($h_x = h_y$):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{h_x} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{V}{h_x} \frac{\partial U}{\partial Y} + h_x g \frac{\partial Z}{\partial X} - fV + g \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2 h_x^2} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{h_x} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{V}{h_x} \frac{\partial V}{\partial Y} + h_x g \frac{\partial Z}{\partial Y} + fU + g \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2 h_x^2} = 0 \tag{3}$$

其中, $h_x = h_y$ 为化引水深; C 为谢才系数; $f = 2\omega \sin \phi$ 为科氏参数。

1.2.2 泥沙运输方程 由所选取的控制体(图2)可以推导出考虑窄缝条件下的泥沙运输方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[A_x \Delta X S + A_y \Delta Y S - \int_{z_0}^z S f(z)^2 \Delta X \Delta Y dz \right] + \frac{\partial}{\partial X} (u A_x S) \Delta X + \frac{\partial}{\partial Y} (v A_y S) \Delta Y \\ & = \int_{z_0}^z [2 \Delta X \Delta Y f(z) - \Delta X \Delta Y f(z)^2] dz \alpha \omega (\beta S_* - S) \end{aligned}$$

其中, S 为含沙量; ω 为泥沙沉降速度; β 为线形比例系数; S_* 为水流挟沙力; α 为泥沙颗粒沉降几率。

令 $\Delta X = \Delta Y$, 并设 $FF(z) = \int_{z_0}^z [2f(z) - f(z)^2] dz$, 整理可得:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{U}{FF(z)} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{V}{FF(z)} \frac{\partial S}{\partial Y} = \alpha \omega (\beta S_* - S) \tag{4}$$

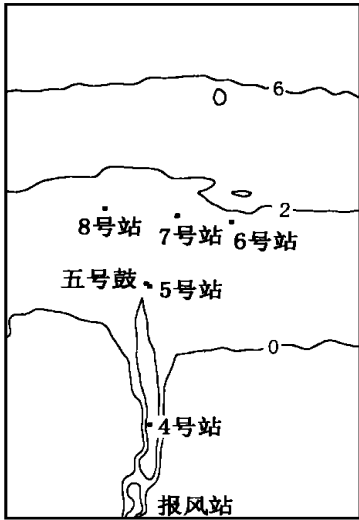


图3 研究区域及水文观测站位
Fig. 3 The study area and hydro-observation stations

U, V 的定义同上。

1.2.3 初边值条件 水边界条件:

$$z |_{\text{边界}} = H \cos(\alpha - g); s |_{\text{边界}} = s(x, y, t) \text{ (入流时)}$$

其中, H, g 分别为 M_2 分潮的振幅和相位。

岸边界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial n} = 0$$

初始条件由起算时刻的实测资料直接给出。

1.3 差分格式

对二维潮流方程的差分采用 ADI 法, 对泥沙运输方程运用显式差分格式进行离散, 所采用的网格为交错网格, 对此已有文献论述 (Leendertse *et al*, 1971)。

2 计算结果及验证

依据以上推导出的适于窄缝法的泥沙运输方程, 这里对套儿河河口区的泥沙运输进行了实际计算, 计算区域如图3所示。计算时所采用的网格大小为 70×120 , 空间步

长为 200m, 时间步长为 30s, 整个计算区域的面积约为 338km^2 。计算所采用的水深数据

为 1992 年的实测水深, 水文泥沙数据为 1992 年 5 月 16 日至 17 日实测的同步水文泥沙资料。考虑到套儿河海域的潮汐特点, 计算时仅取 M_2 分潮。计算过程中, 潮流差分方程在循环 4 个潮周期后即趋于稳定, 泥沙输运差分方程在循环 8 个潮周期后即达到稳定。

在报风站及五号鼓两个潮位站进行了潮位验证, 在 4 号、5 号、6 号、7 号、8 号站进行了流速、含沙量验证, 限于篇幅, 这里仅列出部分验证结果(图 4—图 6)。从图 4、5、6 中可以看出, 计算值与实测值吻合较好。为了验证窄缝对计算结果的影响, 对窄缝系数 ϵ 分别取 0.05、0.03、0.01 进行了计算(图 6b), 从中可以明显地看出随着窄缝系数的减小, 含沙量的计算值将越接近于其实测值。

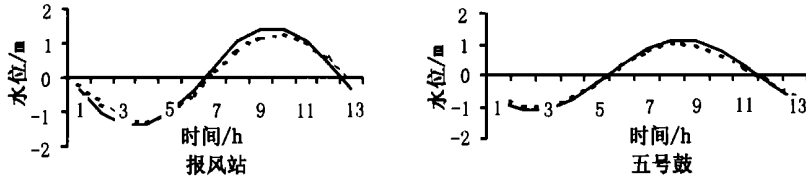


图 4 水位验证图

Fig. 4 Comparison between computed and measured water-levels

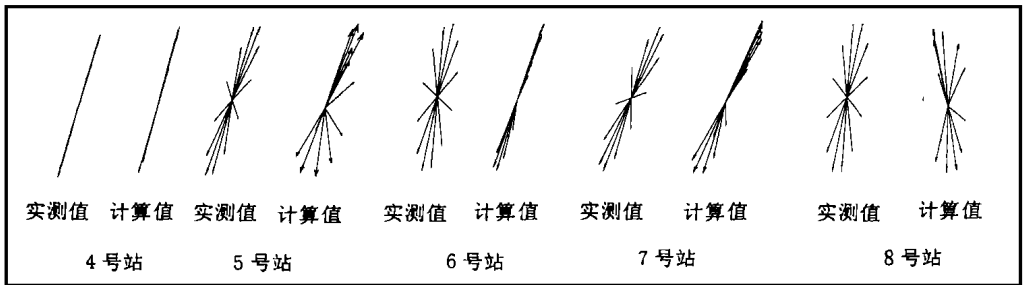


图 5 流速验证图

Fig. 5 Comparison between computed and measured tidal current velocities

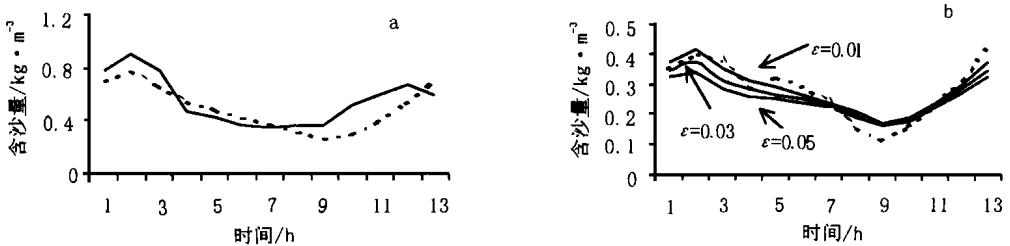


图 6 含沙量验证(a. 5 号站, 实线为实测值, 虚线为计算值; b. 6 号站, 实线为计算值, 虚线为实测值)

Fig. 6 Comparison between computed and measured sand concentrations

图 7 为套儿河口涨急与落急时的计算流场图。计算结果表明, 由于套儿河口区距离 M_2 无潮点较近, 约为 60km, 所以该区的潮流值较大。另外, 由于套儿河口区两侧的岸滩

比较平缓,所以漫滩的区域较大,而若用固定边界处理则必将会引起较大的误差。

图8为套儿河口涨急、落急时的计算含沙量等值线分布图。由于套儿河径流量较小,基本上属于潮沟性质,所以本区的泥沙来源主要为当地的再悬浮泥沙。由图8可以明显地看出,同一含沙量等值线在涨潮时比在落潮时更向河口靠近,这是由于涨潮时含沙量低的外部海水流入河口,而在退潮时含沙量高的海水流出河口的缘故。它与实际的潮流作用下的泥沙输运变化特点是一致的。

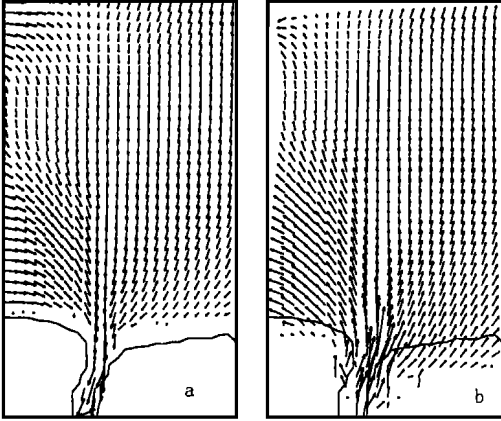


图7 涨急(a)、落急(b)时的流场

Fig. 7 Flow fields at flood maximum (a) and ebb maximum (b)

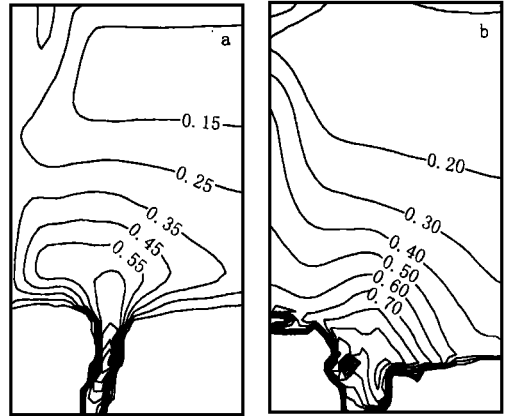


图8 涨急(a)、落急(b)时的含沙量分布图

Fig. 8 Distributions of suspended sediment concentration at flood maximum (a) and ebb maximum (b)

3 结语

3.1 运用窄缝法所计算出的含沙量与实测结果吻合较好,含沙量等值线分布图也是合理的,这说明将窄缝法用于泥沙输运数值计算的动边界处理问题是正确可行的,并且能够正确地模拟漫滩时河口区含沙量的变化。

3.2 窄缝系数 ε 的确定较大地影响着计算结果的精确性。从理论上讲,窄缝系数 ε 越小,则计算结果越精确,但当窄缝系数 ε 取值过小时,则会导致计算溢出。在计算时发现,窄缝系数 ε 在 0.01 左右取值时,既能满足精度上的要求,又不会引起计算溢出。

3.3 人为设定的窄缝底部高程 Z_0 的取值虽然对计算结果的精度影响不大,但如果选择不当,则容易导致计算机计算时溢出,一般应使其低于计算区域的最低高程。

3.4 窄缝法是处理动边界的一种较好的方法,它原理明确,计算简便、灵活,可以将计算边界设置在固定边界上,即计算域是固定的,而不必象其它动边界处理方法那样要进行烦琐的判断。目前,窄缝法的应用还仅限于二维模型中,如果能建立起考虑窄缝时的三维数学模型,则无论在理论上还是在实践上都具有重要的意义。

参 考 文 献

王泽良,王日新,陶建华. 1999. 渤海湾流场以及污染物分布的数值模拟研究. 海洋与湖沼, 30(2): 224-230

白玉川. 2000. 潮流波浪联合输沙及海床冲淤演变的理论体系及其数学模拟. 海洋与湖沼, 31(2): 185-196

- 史峰岩, 孙文心, 1993. 渤海局部海域风暴潮漫滩的数值模拟. 海洋与湖沼, 24(1): 16—23
- 史峰岩, 孙文心, 1995. 极坐标变换变边界模型及其应用. 海洋与湖沼, 26(4): 369—376
- 何少苓, 王连祥, 1986. 窄缝法在二维边界变动水域计算中的应用. 水利学报, 12: 11—19
- 曹祖德, 王桂芬, 1993. 波浪掀沙、潮流输沙的数值模拟. 海洋学报, 15(1): 107—118
- Clarke S, Elliott A J, 1998. Modeling suspended sediment concentrations in the firth of forth. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 47: 235—250
- Guan W B, Wolanski E, Dong L X, 1998. Cohesive sediment transport in the Jiaojiang River Estuary, China. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 46: 861—871
- Leendertse J J, Graton E C, 1971. A Water Quality Simulation Model for Well Mixed Estuaries and Coastal Seas: Vol. II, Computation Procedures. The Rand Corporation, 1—53
- Lin B, Falconer R A, 1997. Three-dimensional layer-integrated modeling of estuarine flows with flooding and drying. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 44: 737—751

APPLICATION OF THE SLOT METHOD IN NUMERICAL MODELING OF SUSPENDED SEDIMENT TRANSPORT IN ESTUARIES

SUN Qi SUN Xiao-Gong LI Rui-Jie

(College of Marine Geosciences, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003)

Abstract The slot method is effective in dealing with the problem of moving boundary. It has been applied to numerical simulation of tidal motion and pollutant diffusion. In this paper, the method is applied to compute the transport of suspended sediment. A new sand transport equation which can simulate the moving boundary is founded using the slot method. The computational results are in good agreement with *in situ* data. The main conclusions are as follows:

1. The slot method can be used to simulate the trend of suspended sediment transport in estuaries.
2. The slot coefficient ε affects the accuracy of the computational result. In theory, the smaller the slot coefficient ε is, the more accurate the result is. However, if ε is too small, it may lead to overflow.
3. Z_0 does not affect the accuracy of the computational result much. However, if it is not properly chosen, it may lead to overflow.
4. The slot method is very effective and should be applied to three dimensional numerical modelling.

Key words Slot method, Transportation of the suspended sediment, Numerical simulation