

稳定风浪场谱特征量间的关系*

文 凡 高志一

(中国海洋大学物理海洋实验室 青岛 266003)

提要 风浪宏观特征量是描述风浪场特征的重要物理量。作者基于风浪有停留在混乱运动状态的趋势的性质对风浪场特征量间的关系进行了研究。主频波频率附近的波动自风摄取能量,风浪吸收的能量通过非线性相互作用在谱中重新分配。谱中能量的重新分配产生多尺度波动,这导致风浪波面的混乱运动(风浪处于混乱运动状态)。在稳定状态,风浪运动最为混乱。当风浪状态偏离最混乱运动状态,谱中非线性相互作用引起的能量重新分配将使风浪回到该状态。基于线性海浪理论导出风浪场特征量间的关系。导出的关系与观测结果进行了对比,发现理论结果与观测结果很好地符合。风浪场宏观特征量间存在固有关系。尽管目前风浪场特征量关系的观测结果存在差异,但本文中证明,所导出的理论关系与实验结果很好地符合。

关键词 特征量,风浪,混乱态

中图分类号 P930

风浪外观呈现复杂的随机运动特征,风浪场的主要特征可以以少数几个特征量(比如风浪波高、周期、谱宽度等)描述,这些特征量间的内在关系能在很大程度揭示风浪场物理性质。Toba(1972)由风与浪相互作用的局域平衡理论提出关于无因次波高和周期间关系的 $3/2$ 次方定律。该理论不涉及波波相互作用细节,但值得注意的是 $3/2$ 次方定律被风浪成长各阶段(组成波间各种复杂相互作用情形下)的大量观测证实。也就是说,尽管各组成波的能量摄取和消耗物理过程相当复杂,但在刻画风浪主要特征的“宏观”物理量间却可能存在某种简明的普适关系。这种普适关系对风浪现象本质的认识具有重要启发意义。

从风浪谱的角度, Toba 的 $3/2$ 次方定律反映风浪谱能量和主频波频率间的关系[Toba 的 $3/2$ 次方定律与 Mitsuyasu 等(1980)、Donelan 等(1985)、Ewans 等(1990)、Babanin 等(1998) 以及 JONSWAP 谱观测结果(Hasselmann *et al*, 1976)中谱能量和主频波频率间关系很好地符合],但 $3/2$ 次方定律未能揭示与风浪谱形相关的宏观特征量(谱宽、谱各阶矩

等)间内在关系。风浪场的基本特征是随机性。在谱空间中,谱矩等谱形宏观特征量恰是与物理空间中风浪外观随机性相关的重要物理量,谱的各阶矩间的内在关系从“宏观”角度揭示风浪场中与风浪随机性相关的物理性质。对谱的各阶矩虽然已有研究(文圣常等, 1984),但以动力学为基础迄今尚未提出谱的各阶矩间的内在关系理论。

本文中作者将变分原理运用于风浪宏观特征量的研究。对稳定状态的风浪提出波面极大值分布的信息熵的变分原理,在线性海浪模型下,以该变分原理为基础导出谱矩等宏观特征量间的两个关系。这两个关系与 JONSWAP 谱计算结果相当好地符合。波面极大值分布的信息熵的这一变分原理从风浪运动的随机混乱程度的观点研究稳定态风浪场物理特征,这对风浪现象本质的认识具有重要意义。

1 波面极大值分布信息熵及其变分原理

1.1 风浪场特征量的描述

稳定状态的风浪各特征量决定于风区和风速,某一特征量 a 可被表示为

*国家自然科学基金资助项目, 40106001 号和 40576007 号。文凡, 博士, 副教授, E-mail: fanwen@ouc.edu.cn.

收稿日期: 2006-03-09, 收修改稿日期: 2007-01-16

$$a = f_1(U, x) \tag{1}$$

其中 U 是风速, x 是风区。

特征量 a 可用另外两个独立变量 ω_0 和 m_0 描述

$$a = f_2(\omega_0, m_0) \tag{2}$$

其中 ω_0 是风浪谱主频率, m_0 是谱的零阶矩。式(1)和式(2)间的变换可利用 ω_0 和 m_0 的成长关系。比如在 JONSWAP 谱观测中

$$\frac{m_0 g^2}{U^4} = 1.6 \times 10^{-7} \frac{gx}{U^2} \tag{3}$$

$$\frac{\omega_0 U}{g} = 3.5 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{-0.33} \tag{4}$$

1.2 波面极大值分布信息熵及其变分原理

Boltzmann(Fowler, 1980)在统计力学中引入与热力学中相对应的熵的概念, Boltzmann 引入的熵描述粒子的微观状态数, 是微观粒子运动混乱程度的一种表征。Shannon(Guiasu, 1977)将 Boltzmann 熵的概念推广, 引入信息熵的概念, 用以表征随机过程中的不确定性程度。

在某随机过程中若各事件发生概率为 p_1, p_2, \dots, p_n , 信息熵定义为(Guiasu,1977)

$$H = H(p_1, \dots, p_n) = - \sum_{k=1}^n p_k \log p_k \tag{5}$$

在概率连续分布情形下, 若概率密度分布函数为 $\rho(x)$, 其信息熵定义为

$$H_\rho = - \int_a^b \rho(x) \ell_n \rho(x) dx \tag{6}$$

其中 $\rho(x)$ 满足

$$\rho(x) \geq 0 \tag{7}$$

$$\int_a^b \rho(x) dx = 1 \tag{8}$$

信息熵式(5)和式(6)通过概率分布 p_i 和 $\rho(x)$ 量化地表征系统的随机、混乱和不确定性的程度。信息熵的值越大, 系统随机混乱程度越高。

本文中研究稳定状态风浪的随机混乱程度。从直观上容易看出, 风浪随机性的一个直接表现是风浪波面具有各种不同高度的波面极大值(图 1a)。将信息熵概念应用于波面极大值的概率分布可量化地表征这种随机性和混乱性。对于单频简谐波(图 1b), 系统为完全确定性系统, 波面极大值出现的高度只有一种, 这时波面极大值分布的信息熵最小[由(5)式, 为零]。如果波面极大值出现在各种高度的概率都相同(图 1c), 系统

为完全随机性系统, 可证明这是波面极大值分布信息熵最大的情形。风浪为介于完全确定性和完全随机性之间的系统, 其波面极大值分布介于上述这两种极端情形之间(图 1a), 其信息熵之值介于这两种情形之间。风浪波面越混乱, 波面极大值分布信息熵的值越大。由此可以看出波面极大值分布的信息熵是风浪随机混乱程度的一种量度。对于稳定风浪, 在线性海浪模型下风浪波面极大值分布形式为(Cartwright *et al*, 1956)

$$f(\eta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \left[\varepsilon \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\varepsilon^2}\right) + (1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \eta \exp\left(-\frac{1}{2}\eta^2\right) \int_{-\infty}^{\eta(1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}/\varepsilon} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \right] \tag{9}$$

其中

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{10}$$

η 为波面极大值无因次高度, ε 为谱宽度参量, m_0 、 m_2 和 m_4 为谱的零阶, 二阶和四阶矩。

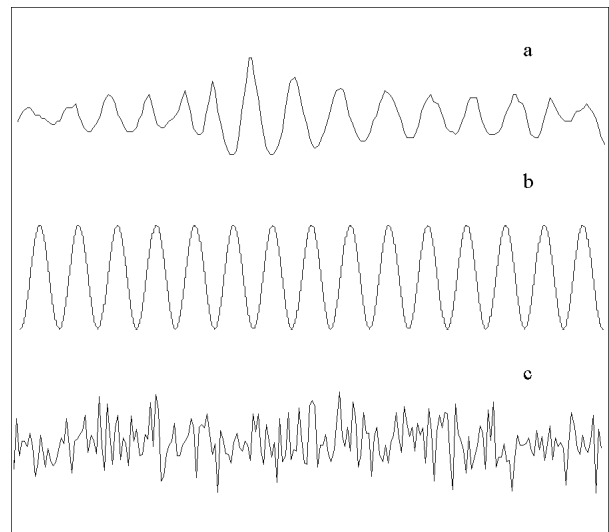


图 1 波面极大值分布 (a) 风浪(b)单频简谐波(c)波面极大值出现在各种高度的概率都相同

Fig. 1 The distribution of the surface maxima (a), wind waves (b), and sine wave with single frequency (c). The surface maxima in all altitudes occur with equal probability

自然界的大量系统, 当其处于稳定态, 其熵遵从变分原理, 取极大值。作者提出, 对处于稳定状态的风浪, 波面极大值分布的信息熵遵从变分原理, 其信息熵取极大值(这里信息熵极大值的意义是: 在某一状态信息熵的值大于该状态邻近各状态的信息熵之值)。当风浪偏离稳定态至邻近的不

稳定状态, 波面极大值分布信息熵将偏离极大值, 这时风浪将自动调节波面极大值分布, 回到波面极大值分布信息熵极大值态, 即稳定态。

现对处于稳定状态的风浪其波面极大值分布信息熵为极大值这一基本假定做进一步的分析论证和说明。

根据风浪谱成长理论 (Hasselmann *et al.*, 1976), 风的能量从风浪谱的主频波频率附近输入, 风浪组成波通过波波相互作用将此能量在谱中重新分配, 风输入的能量被传送到谱的高频区域。也就是说, 通过波波相互作用, 风浪主频波将自风吸收的能量分散至各种波长的组成波。这一物理过程将使风浪波面构形趋于混乱, 可从如下简单模型理解此过程。

设有某种单尺度波长的波动将能量分散至多种波长尺度的波动, 容易想像在能量分散后波面将变为由多种波长尺度的波动叠加形成的波面, 多种波长尺度的波动叠加后形成的波面的波面极大值分布的随机程度显然强于单尺度波长波动情形, 波面极大值分布的随机程度增强意味着波面变得混乱。

现在可将上述单尺度波长的波动设想为风浪主频波, 当风浪主频波将吸收的风能分散至各种波长尺度的波动, 按照上面的分析, 波面将变得混乱。现设想风浪从状态 1 变为状态 2。在状态 1, 风浪主频波尚未将吸收的风能传送到各种波长尺度的波动, 按风浪谱理论, 这种状态为风浪的不稳定状态。在状态 2, 主频波吸收的风能已分散至各种波长尺度的波动, 这一状态为风浪的稳定状态。因为主频波将吸收的风能传送到各种波长尺度的波动后波面将变得混乱, 风浪从状态 1(不稳定态)变为状态 2(稳定态)后波面极大值分布的信息熵将增加。因此作者基本假定被表述为: 稳定态时波面极大值分布信息熵之值大于邻近的不稳定态的该信息熵之值, 对处于稳定状态的风浪, 其波面极大值分布信息熵取极大值。

如果主频波将过多的能量传送到其他波长尺度的波动, 波面不会变得更加混乱。因为过多的能量被传送到上述各种波长尺度的波动将导致这些波长的波动的波破碎(特别是高频波), 波破碎使这些波动的能量被消耗, 即这些多种波长尺度的波动的振幅被降低。也就是说, 风浪通过波

破碎限制了各种波长尺度的波动的振幅, 这也就限制了波面的混乱程度。

由式(6)和式(9)波面极大值分布的信息熵为

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \ell_n f(\eta) d\eta = H(\varepsilon) \quad (11)$$

信息熵(11)可被表述为

$$H = H(\varepsilon) = H(U, x) = H(\omega_0, m_0) \quad (12)$$

风浪处于稳定态, 该信息熵遵从变分原理

$$\delta H = 0 \quad (13)$$

以 ω_0 和 m_0 作为独立变量, 有

$$\delta H = \frac{\partial H}{\partial \omega_0} \delta \omega_0 + \frac{\partial H}{\partial m_0} \delta m_0 = 0 \quad (14)$$

由式(12)和式(14), 有

$$\delta H = \frac{dH}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega_0} \delta \omega_0 + \frac{dH}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial m_0} \delta m_0 = 0 \quad (15)$$

将(10)代入(15)有

$$\begin{aligned} & \frac{dH}{d\varepsilon} \left(2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0} - m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0} \right) \delta \omega_0 \\ & + \frac{dH}{d\varepsilon} m_4 \left(2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0} - \frac{m_2}{m_0} - \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0} \right) \delta m_0 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

由式(9)和式(11)可证明

$$\frac{dH}{d\varepsilon} \neq 0 \quad (17)$$

由于 ω_0 和 m_0 为独立变量, $\delta \omega_0$ 和 δm_0 相互独立。因此由(16)式有

$$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0} - m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0} = 0 \quad (18)$$

$$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0} - \left(\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0} \right) = 0 \quad (19)$$

其中 $m_2 = m_2(\omega_0, m_0)$, $m_4 = m_4(\omega_0, m_0)$ [由(2)式]。

2 理论结果与 JONSWAP 谱计算结果的比较

JONSWAP 谱是迄今对风浪做的较为系统观测所得的风浪谱。作者对 JONSWAP 谱在不同主频率、不同谱峰升高因子时的大量 m_0 、 m_2 、 m_4 以及 m_2 、 m_4 的变化率做了计算, 根据计算结果在各种主频率和谱峰升高因子情况时对以上两个关系做了系统的检验, 发现关系(18)式和(19)式与 JONSWAP 谱计算结果相当好地符合。

JONSWAP 谱存在计算四阶矩时积分不收敛的问题, 解决这一问题的通常方法是截断频率方法和 Glazman (1986)提出的时间平均方法。当使用这两种方法, JONSWAP 谱计算结果均与(18)式

和(19)式结果相当好地符合。限于篇幅,本文中只讨论 Glazman 时间平均方法及其计算结果。

JONSWAP 谱的形式为

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^4 \right] \gamma \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2 \omega_0^2} \right] \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_a = 0.07 & \omega < \omega_0 \\ \sigma = \sigma_b = 0.09 & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

α 为谱平衡域高度因子, γ 为谱峰升高因子, g 为重力加速度。

Glazman(1986) 提出时间平均方法解决 JONSWAP 谱的四阶矩积分不收敛这一问题, 海浪谱模型对应的波面各处存在无穷小曲率半径的问题, 在这些地方需要有无穷大的表面张力与之对应, 这不具有物理上的真实性, 对 JONSWAP 等海浪谱通过截断频率法计算谱矩存在理论上的缺陷; 并提出, 应对波面进行微尺度时间或空间平均, 消除具有无穷小曲率半径的波面尖峰。如果 $S(\omega)$ 为某一海浪谱, ζ 为波面位移, Glazman 提出的时间平均为

$$\bar{\zeta}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \zeta(t') dt' \quad (21)$$

其中 T 为平均时间。

经过(21)式“平滑”后的波面的谱矩为

$$m_{2n} = \int_0^{\infty} \omega^{2n} V^{2n}(\omega T) S(\omega) d\omega \quad (22)$$

(22)式的积分收敛。以这一方法可计算 PM、JONSWAP 等谱的高阶矩(Glazman, 1986)。对平均时间 T , Glazman 提出 Taylor 微尺度 T , 其定义为

$$T = (m_0 / m_2)^{1/2} \quad (23)$$

Taylor 微尺度的一个重要性质是: 如果波面平滑前的谱具有自相似性, 以 Taylor 微尺度对波面平滑后对应的谱保持自相似性这一特征(Glazman, 1986)。JONSWAP 谱具有自相似性质, 本文中作者采用 Taylor 微尺度计算 JONSWAP 谱的各阶矩。

2.1 关系(18)式

表1为根据 JONSWAP 谱的计算结果。JONSWAP 谱中的参数为 $\alpha = 8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma = 1.2$ 。当 $\gamma = 1.2$ 时, 风浪趋于充分成长状态 [在 Hasselmann 等(1976)的分析结果中, 当 $\gamma = 1.4$ 时风浪达到充分成长状态]。这里的 α 值采用 Pierson 等(1964)充分成长风浪观测结果中 α 值。应当说明的是, 目前对 α 值的观测结果(包括充分成长状态下)存在差异, 但 α 数值的差异不影响本文分析结果。在本文分析中, 如果将 α 乘以一个因子不影响分析结果。这一讨论说明见 2.1 节和 2.2 节末尾。

表 1 JONSWAP 谱计算结果 ($\alpha=8.1 \times 10^{-3}, \gamma=1.2$)

Tab. 1 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=8.1 \times 10^{-3}, \gamma=1.2$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)	$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)
0.4	5.91	1.63	0.62	9.31	9.39
0.5	2.42	1.04	0.62	4.74	4.78
0.6	1.16	0.73	0.62	2.74	2.76
0.7	0.63	0.53	0.62	1.72	1.73
0.8	0.37	0.41	0.62	1.14	1.16
0.9	0.23	0.32	0.62	0.81	0.81
1.0	0.15	0.26	0.62	0.58	0.59
1.2	7.30×10^{-2}	0.18	0.62	0.34	0.34
1.4	3.94×10^{-2}	0.13	0.62	0.21	0.21
1.6	2.30×10^{-2}	0.10	0.62	0.14	0.14
1.8	1.44×10^{-2}	8.06×10^{-2}	0.62	9.86×10^{-2}	0.10
2.0	9.46×10^{-3}	6.53×10^{-2}	0.62	7.30×10^{-2}	7.36×10^{-2}
2.2	6.46×10^{-3}	5.39×10^{-2}	0.62	5.47×10^{-2}	5.52×10^{-2}
2.4	4.56×10^{-3}	4.53×10^{-2}	0.62	4.16×10^{-2}	4.23×10^{-2}

由表 1 可见, 关系(18)式和 JONSWAP 谱的计算结果很好地符合。对 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的计算方法如下。计算 $2m_4 \frac{\Delta m_2}{\Delta \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\Delta m_4}{\Delta \omega_0}$ 时, 条件为 m_0 固定。取两个 JONSWAP 谱, 这两个谱的 m_0 相同。谱的主频率为 ω_0 , 谱的主频率为 $\omega_0 + \Delta\omega$ 。由于两个谱的 ω_0 不同而 m_0 相同, 这两个谱的参数 α 和 γ 必然不同。例如, 对谱, $\omega_{0I} = 0.5 \text{ rad/s}$, $\alpha_I = 8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma_I = 1.2$, 由此可计算出谱的零阶矩 $m_{0I} = 2.42 m^2$ 。对谱, $\omega_{0II} = 0.505 \text{ rad/s}$ 。由于两个谱的 m_0 必须相同, 欲使 $m_{0II} = m_{0I} = 2.42 m^2$, 谱的参数 α 和 γ 与谱的 α_I 和 γ_I 必不相同。

在目前观测中, γ 随风浪状态的变化的观测结果中存在差异。作者在计算中将利用已有的 γ 观测结果, 然后证明观测结果中存在的差异对计算结果影响很小。在 Mitsuyasu 等(1980)的观测中, α 和 γ 随风区的变化为

$$\alpha = 8.17 \times 10^{-2} \bar{x}^{-2/7} \quad (24)$$

$$\gamma = 7.0 \bar{x}^{-1/7} \quad (25)$$

由式(24)和式(25)

$$\alpha = 1.67 \times 10^{-3} \gamma^2 \quad (26)$$

根据式(26), 谱和谱的参数 α 和 γ 间的关系为

$$\frac{\gamma_{II}}{\gamma_I} = \left(\frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} \right)^{0.5} \quad (27)$$

由式(27), γ 的变化依赖于 α 的变化, 因此在谱中只需独立改变 α , 使 $m_{0II} = m_{0I} = 2.42 m^2$, 谱中 γ 应取之值可根据式(27)计算出。当 $m_{0II} = 2.42 m^2$, α 和 γ 的值应为 $\alpha_{II} = 8.38 \times 10^{-3}$ 和 $\gamma_{II} = (\alpha_{II} / \alpha_I)^{0.5} \gamma_I = 1.22$ 。

根据 α_I 、 γ_I 、 α 和 γ 的值可计算出 m_{2I} 、 m_{4I} 、 m_{2II} 和 m_{4II} 。由此有

$$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0} = 2 \frac{m_{4I} + m_{4II}}{2} \frac{m_{2II} - m_{2I}}{\omega_{0II} - \omega_{0I}} = 4.74 m^4 s^{-5} \quad (28)$$

$$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0} = \frac{m_{2I} + m_{2II}}{2} \frac{m_{4II} - m_{4I}}{\omega_{0II} - \omega_{0I}} = 4.78 m^4 s^{-5} \quad (29)$$

在目前的观测中关于 JONSWAP 谱中的谱峰升高因子 γ 的观测结果存在差异, 但容易证明, 尽管 γ 观测结果存在差异, 这种差异对 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$

和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 计算结果影响很小。按相似律 (Kitaigorodskii, 1962), 谱中参数只是无因次风区 gx/U^2 的函数, 现将 α 和 γ 随无因次风区变化成长关系写为

$$\alpha = c_1 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{k_1} \quad (30)$$

$$\gamma = c_2 \left(\frac{gx}{U^2} \right)^{k_2} \quad (31)$$

其中 c_1 、 c_2 、 k_1 和 k_2 为常数。

由式(30)和式(31)有

$$\gamma = c_\gamma \alpha^n \quad (32)$$

其中 $n = k_2 / k_1$, c_γ 为一常数。

利用上文所述 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的计算方法和关系式(32)可计算当 n 取各种不同值时 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的值。结果表明 n 值对计算结果影响相当小。对平均 JONSWAP 谱 ($\gamma = 3.3$), 当 $n = 0$ 时, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 相差在 1% 之内; 当 $n = 1$, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 相差 1%; 当 $n = 3$, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 相差 1% 到 4%。

这些结果表明, 关系式(18)与观测结果相当好地符合。因为虽然 γ 的观测结果有差异, 但这些观测结果中的一个共同特征是 γ 随风区降低的速率低于 α 降低的速率。这在 Mitsuyasu 等(1980)和 Babanin 等(1998)的观测结果中表现出来。在 JONSWAP 谱观测中 (Hasselmann *et al*, 1976) 未发现 γ 随风区变化的趋势, 而 α 随风区变化趋势是明显的。在 Ewans 等(1990)的结果中同样未发现 γ 随风区变化的趋势, 而 α 明显随风区变化, Ewans 的结论为 γ 是不随风区变化的常数。上面这些观测结果表明, 如果 γ 随风区变化, 其变化率低于 α 的变化率, 因此根据(30)和(31)式, 在(32)式中有 $n = k_2 / k_1 < 1$ 。当 $n < 1$, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和

$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 相差在 1% 之内。在 $n = 3$ 的情形, γ 随风区降低的速率是 α 的 3 倍, 这一变化率远远

超出真实风浪情形。因为如果 $n=3$, γ 随风区变化趋势将远比 α 的变化趋势明显, 这在观测结果中将明显表现出来。而 Mitsuyasu 等(1980)、Babanin 等(1998)、Ewans 等(1990)以及 JONSWAP 谱观测结果表明, 真实风浪显然不是这种情形, 但即使是在 $n=3$ 的情形, 由上述结果可见, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的差别在 4% 之内。因此可得结论: 在观测结果中 γ 的差异对 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的计算结果影响相当小。这一结果事实上从 JONSWAP 谱的形式中容易理解。JONSWAP 谱的谱值比例于 α , 而 γ 仅在主频率邻近很窄的范围内对谱值有明显影响。 α 的变化对 m_2 和 m_4 之值的影响远远超过 γ 的影响。因此观测结果中, γ 的差异对 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的计算结果影响很小。

JONSWAP 谱中另一参数是谱形参量 σ 。在 JONSWAP 谱观测和 Ewans 等(1990)结果中, 未发现 σ 随风区变化趋势。通常 σ 值取为 JONSWAP 谱观测中的平均值 $\sigma_a = 0.07$, $\sigma_b = 0.09$ 。如果 σ 随风区变化, 在 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的计算中应考虑 σ 的变化。计算分析表

明, σ 的变化对 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 值的影响很小(与 γ 的影响相当)。可将 σ 随风区变化写为与(31)式相同的形式, 分析 σ 的变化对计算结果的影响。这一分析过程与上文 γ 的情形相同, 在此不再赘述。

表 2—表 4 列出 $\gamma=2, 3$ 和 5 时 JONSWAP 谱计算结果。关系(18)式与 JONSWAP 谱结果相当好地符合。在表 2—表 4 中 α 的值分别为 2.25×10^{-2} 、 5.06×10^{-2} 和 1.40×10^{-1} 。 α 的这些值是根据表 1 中 α 之值和关系式(27)计算得到。例如, 表 1 中 $\alpha_{Table1} = 8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma_{Table1} = 1.2$ 。在表 2 中 $\gamma_{Table2} = 2$, 因此表 2 中 α 应为 $\alpha_{Table2} = (\gamma_{Table2} / \gamma_{Table1})^2 \alpha_{Table1}$ 。应当指出的是, 目前观测中, γ 观测结果的差异会影响到由此计算所得的 α 值结果。而另一方面, 在目前对 α 值的大量观测结果中也存在差异。但容易看出, 这一问题不影响 JONSWAP 谱计算结果中 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$

和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 的关系。因为 m_2 和 m_4 都与 α 成比例,

将 α 乘以一个因子不影响 $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 间的关系。

从表 1—表 4, $2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ 和 $m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ 相差在 2% 以内。

表 2 JONSWAP 谱计算结果($\alpha=2.25 \times 10^{-2}$, $\gamma=2$)

Tab. 2 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=2.25 \times 10^{-2}$, $\gamma=2$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)	$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)
0.4	19.42	4.99	1.74	78.92	79.17
0.5	7.96	3.19	1.74	40.23	40.34
0.6	3.84	2.22	1.74	23.23	23.28
0.7	2.07	1.63	1.74	14.56	14.61
0.8	1.21	1.25	1.74	9.68	9.74
0.9	0.76	0.99	1.74	6.84	6.85
1.0	0.50	0.80	1.74	4.97	4.99
1.2	0.24	0.55	1.74	2.88	2.89
1.4	0.13	0.41	1.74	1.79	1.80
1.6	7.59×10^{-2}	0.31	1.74	1.20	1.21
1.8	4.74×10^{-2}	0.25	1.74	0.84	0.85
2.0	3.11×10^{-2}	0.20	1.74	0.61	0.62
2.2	2.12×10^{-2}	0.17	1.74	0.46	0.46
2.4	1.50×10^{-2}	0.14	1.74	0.36	0.36

表3 JONSWAP 谱计算结果 ($\alpha=5.06 \times 10^{-2}$, $\gamma=3$)
Tab. 3 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=5.06 \times 10^{-2}$, $\gamma=3$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)	$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)
0.4	51.32	12.41	3.99	4.49×10^2	4.47×10^2
0.5	21.02	7.94	3.99	2.28×10^2	2.28×10^2
0.6	10.14	5.52	3.99	1.31×10^2	1.31×10^2
0.7	5.47	4.05	3.99	82.97	82.50
0.8	3.21	3.10	3.99	55.30	55.10
0.9	2.00	2.45	3.99	38.80	38.63
1.0	1.31	1.99	3.99	27.96	28.03
1.2	0.63	1.38	3.99	16.31	16.25
1.4	0.34	1.01	3.99	10.19	10.19
1.6	0.20	0.78	3.99	6.77	6.80
1.8	0.13	0.61	3.99	4.80	4.79
2.0	8.21×10^{-2}	0.50	3.99	3.50	3.50
2.2	5.61×10^{-2}	0.41	3.99	2.59	2.61
2.4	3.96×10^{-2}	0.34	3.99	2.01	2.01

表4 JONSWAP 谱计算结果 ($\alpha=1.40 \times 10^{-1}$, $\gamma=5$)
Tab. 4 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=1.40 \times 10^{-1}$, $\gamma=5$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2m_4 \frac{\partial m_2}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)	$m_2 \frac{\partial m_4}{\partial \omega_0}$ (m ⁴ s ⁻⁵)
0.4	1.81×10^2	40.51	11.60	4.28×10^3	4.22×10^3
0.5	74.15	25.93	11.60	2.18×10^3	2.15×10^3
0.6	35.76	18.01	11.60	1.25×10^3	1.24×10^3
0.7	19.30	13.23	11.60	7.90×10^2	7.80×10^2
0.8	11.31	10.13	11.60	5.26×10^2	5.20×10^2
0.9	7.06	8.00	11.60	3.70×10^2	3.65×10^2
1.0	4.63	6.48	11.60	2.69×10^2	2.66×10^2
1.2	2.23	4.50	11.60	1.54×10^2	1.53×10^2
1.4	1.21	3.31	11.60	96.91	96.16
1.6	0.71	2.53	11.60	65.10	64.47
1.8	0.44	2.00	11.60	45.73	45.27
2.0	0.29	1.62	11.60	33.15	32.90
2.2	0.20	1.34	11.60	25.04	24.78
2.4	0.14	1.13	11.60	19.28	19.08

2.2 关系(19)式

表5 列出由 JONSWAP 谱计算所得 $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和

$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 之值。JONSWAP 谱中参数为

$\alpha=8.1 \times 10^{-3}$ 和 $\gamma=1.2$ 。由表5可见关系(19)式与 JONSWAP 谱计算结果相当好地符合。

对 $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和 $\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 的计算方法如下:

计算 $2 \frac{\Delta m_2}{\Delta m_0}$ 和 $\frac{m_2}{m_4} \frac{\Delta m_4}{\Delta m_0}$ 时, 条件为 ω_0 固定。取具

有相同 ω_0 的两个 JONSWAP 谱。对谱 I, 零阶矩为 m_{0I} , 对谱 II, 零阶矩为 m_{0II} 。由于两个谱中 ω_0 相同, m_0 不同, 两个谱中参数 α 和 γ 数值必不相同, 可根据两个谱中的 α 和 γ 之值

计算 $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和 $\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 。例如对谱 I,

$\omega_{0I}=0.5 \text{rad/s}$, $\alpha_I=8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma_I=1.2$ 。对谱 II,

表 5 JONSWAP 谱计算结果 ($\alpha=8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma=1.2$)
 Tab. 5 Calculation result of JONSWAP spectrum ($\alpha=8.1 \times 10^{-3}$, $\gamma=1.2$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ (s ⁻²)	$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ (s ⁻²)
0.4	5.91	1.63	0.62	0.52	0.52
0.5	2.42	1.04	0.62	0.82	0.82
0.6	1.16	0.73	0.62	1.18	1.18
0.7	0.63	0.53	0.62	1.60	1.61
0.8	0.37	0.41	0.62	2.09	2.10
0.9	0.23	0.32	0.62	2.65	2.66
1.0	0.15	0.26	0.62	3.27	3.28
1.2	7.30×10^{-2}	0.18	0.62	4.70	4.72
1.4	3.94×10^{-2}	0.13	0.62	6.40	6.43
1.6	2.30×10^{-2}	0.10	0.62	8.36	8.39
1.8	1.44×10^{-2}	8.06×10^{-2}	0.62	10.58	10.62
2.0	9.46×10^{-3}	6.53×10^{-2}	0.62	13.07	13.11
2.2	6.46×10^{-3}	5.39×10^{-2}	0.62	15.80	15.87
2.4	4.56×10^{-3}	4.53×10^{-2}	0.62	18.81	18.88

$\omega_{0II} = 0.5 \text{ rad/s}$ 。将谱中 α_{II} 之值取为 $\alpha_{II} = \alpha_I + \Delta\alpha = 1.02\alpha_I$ 。由(27)式, γ_{II} 之值应为 $\gamma_{II} = (\alpha_{II} / \alpha_I)^{0.5} \gamma_I = 1.21$ 。

由 α_I 、 γ_I 、 α_{II} 和 γ_{II} 可计算 m_{0I} 、 m_{2I} 、 m_{4I} 、 m_{0II} 、 m_{2II} 和 m_{4II} 。由此有

$$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0} = 2 \frac{m_{2II} - m_{2I}}{m_{0II} - m_{0I}} = 0.82 \text{ s}^{-2} \quad (33)$$

$$\frac{\partial m_4}{\partial m_0} = \frac{\frac{m_{2II} + m_{2I}}{2} + \frac{m_{2II} + m_{2I}}{2} \frac{m_{4II} - m_{4I}}{m_{0II} - m_{0I}}}{\frac{m_{0II} + m_{0I}}{2} + \frac{m_{4II} + m_{4I}}{2} \frac{m_{0II} - m_{0I}}{m_{0II} - m_{0I}}} = 0.82 \text{ s}^{-2} \quad (34)$$

与关系(18)式的情形相同, 参数 γ 和 σ 的变化对 $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和 $\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 的计算结果影响很小。计算分析表明, 对平均 JONSWAP 谱 ($\gamma = 3.3$),

当式(32)中的 n 从 0—3 变化, $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和

$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 相差在 2% 之内。 σ 的变化对 $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$

和 $\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ 的影响与 γ 的影响相当。由此

可得结论: 尽管 γ 观测结果存在差异, 关系(19)式与观测结果相当好地符合。

表 6—表 8 为 $\gamma = 2, 3$ 和 5 时 JONSWAP 谱计算结果。由表 6—表 8 可见, 关系(19)式与

JONSWAP 谱结果相当好地符合。与关系(18)式的情形相同, 目前观测中 α 数值的差异不影响关系(19)式。因为 m_0 、 m_2 和 m_4 均比例于 α , 将 α 乘以一个因子不改变关系(19)式。

从表 5—表 8 可以看出, $2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ 和 $\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$

相差在 1% 之内。

2.3 关于信息熵变分原理的分析讨论

关系(18)式和(19)式是从波面极大值信息熵的变分原理导出。在谱空间中, 这对应着一个谱形特征量的变分原理。设有某一谱形特征量 G 只是谱宽度的函数

$$G = G(\varepsilon) \quad (35)$$

稳定态风浪有两个独立变量, G 可被表述为

$$G = G(\varepsilon) = G(\omega_0, m_0) \quad (36)$$

如果这一特征量遵从变分原理

$$\delta G = 0 \quad (37)$$

由(36)式和(37)式有

$$\delta G = \frac{dG}{d\varepsilon} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega_0} \delta \omega_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial m_0} \delta m_0 \right) = 0 \quad (38)$$

如果 $dG/d\varepsilon \neq 0$, 由于 ω_0 和 m_0 相互独立, 由(38)式可导出关系(18)式和(19)式[由(37)式导出(18)式, (19)式的过程与(13)式—(18)式, (19)式的推导过程相同]。(37)式可被表述为: 对稳定风浪, 存在某一谱形特征量, 该特征量遵从变分原理。即: 当风浪处于稳定态, 与谱形相关的某一特征量取极值。这与自然界许多物理系统的情形

表6 JONSWAP 谱计算结果($\alpha=2.25 \times 10^{-2}$, $\gamma=2$)
Tab. 6 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=2.25 \times 10^{-2}$, $\gamma=2$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ (s ⁻²)	$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ (s ⁻²)
0.4	19.42	4.99	1.74	0.48	0.48
0.5	7.96	3.19	1.74	0.76	0.76
0.6	3.84	2.22	1.74	1.09	1.09
0.7	2.07	1.63	1.74	1.48	1.48
0.8	1.21	1.25	1.74	1.94	1.94
0.9	0.76	0.99	1.74	2.45	2.45
1.0	0.50	0.80	1.74	3.03	3.03
1.2	0.24	0.55	1.74	4.36	4.36
1.4	0.13	0.41	1.74	5.94	5.94
1.6	7.59×10^{-2}	0.31	1.74	7.75	7.76
1.8	4.74×10^{-2}	0.25	1.74	9.81	9.82
2.0	3.11×10^{-2}	0.20	1.74	12.11	12.12
2.2	2.12×10^{-2}	0.17	1.74	14.66	14.67
2.4	1.50×10^{-2}	0.14	1.74	17.44	17.45

表7 JONSWAP 谱计算结果 ($\alpha=5.06 \times 10^{-2}$, $\gamma=3$)
Tab. 7 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=5.06 \times 10^{-2}$, $\gamma=3$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ (s ⁻²)	$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ (s ⁻²)
0.4	51.32	12.41	3.99	0.45	0.45
0.5	21.02	7.94	3.99	0.71	0.71
0.6	10.14	5.52	3.99	1.02	1.02
0.7	5.47	4.05	3.99	1.39	1.39
0.8	3.21	3.10	3.99	1.82	1.82
0.9	2.00	2.45	3.99	2.31	2.30
1.0	1.31	1.99	3.99	2.84	2.84
1.2	0.63	1.38	3.99	4.10	4.09
1.4	0.34	1.01	3.99	5.58	5.57
1.6	0.20	0.78	3.99	7.29	7.27
1.8	0.13	0.61	3.99	9.22	9.20
2.0	8.21×10^{-2}	0.50	3.99	11.38	11.36
2.2	5.61×10^{-2}	0.41	3.99	13.78	13.75
2.4	3.96×10^{-2}	0.34	3.99	16.40	16.35

类似: 系统的稳定性与一变分原理对应。但其中关键问题是 $G(\varepsilon)$ 的具体形式及其进一步的物理解释。

风浪波面极大值分布信息熵的变分原理从风浪场随机混乱程度的角度认识风浪状态的稳定性。风浪外观呈现随机混乱运动特征, 这种随机混乱性的一个最直接的体现就是风浪波面具有各种不同高度的波面极大值。波面极大值分布的信息熵定量化地表征这种混乱性, 该信息熵变分原理意味着: 只有处在某种随机混乱程度状态的风

浪(波面极大值分布信息熵取极大值)才是稳定的。当波面极大值分布的信息熵偏离极大值, 风浪将自动调节波面极大值分布, 回到该信息熵极大值态。

熵的变分原理在自然界具有普遍意义。自然界的大量系统, 当其处于稳定平衡态, 在微观图像下, 粒子处于最混乱运动状态。当系统偏离稳定态处于不稳定态, 其熵将偏离极大值, 这时粒子将通过相互作用回到最混乱运动状态, 在宏观上, 这使系统回到稳定态, 即熵极大值态。本文

表 8 JONSWAP 谱计算结果($\alpha=1.40 \times 10^{-1}$, $\gamma=5$)
Tab. 8 Calculation result of JONSWAP spectrum($\alpha=1.40 \times 10^{-1}$, $\gamma=5$)

ω_0 (rad s ⁻¹)	m_0 (m ²)	m_2 (m ² s ⁻²)	m_4 (m ² s ⁻⁴)	$2 \frac{\partial m_2}{\partial m_0}$ (s ⁻²)	$\frac{m_2}{m_0} + \frac{m_2}{m_4} \frac{\partial m_4}{\partial m_0}$ (s ⁻²)
0.4	1.81×10^2	40.51	11.60	0.42	0.42
0.5	74.15	25.93	11.60	0.66	0.66
0.6	35.76	18.01	11.60	0.95	0.95
0.7	19.30	13.23	11.60	1.29	1.29
0.8	11.31	10.13	11.60	1.69	1.68
0.9	7.06	8.00	11.60	2.14	2.12
1.0	4.63	6.48	11.60	2.64	2.62
1.2	2.23	4.50	11.60	3.80	3.78
1.4	1.21	3.31	11.60	5.18	5.14
1.6	0.71	2.53	11.60	6.76	6.71
1.8	0.44	2.00	11.60	8.56	8.50
2.0	0.29	1.62	11.60	10.56	10.49
2.2	0.20	1.34	11.60	12.78	12.69
2.4	0.14	1.13	11.60	15.21	15.11

研究的风浪状态和波面极大值分布的信息熵在意义上与统计力学的平衡态和熵有所不同,但在更广泛的意义上有共同之处。统计力学中熵是系统混乱性的量度。信息熵是这一概念的一个推广,其核心仍是描述某种混乱性。本文研究的风浪场混乱程度和稳定态关系可被表述为:当风浪场处于某种混乱运动状态,在这一状态下的混乱程度强于邻近的各状态,这一风浪状态是稳定的。

3 结论

本文中作者将变分原理运用于风浪宏观特征量的研究,对稳定状态的风浪提出波面极大值分布的信息熵的变分原理。在线性海浪模型下,以该变分原理为基础导出谱矩等宏观特征量间的两个关系。这两个关系与 JONSWAP 谱计算结果相当好地符合。尽管目前在 JONSWAP 谱中参数的观测结果中存在差异,但分析表明,这些差异对计算结果影响很小,因此本文结果与观测结果很好地符合。波面极大值分布的信息熵的这一变分原理从风浪运动的随机混乱程度的观点研究稳定态风浪场的物理特征,对风浪现象本质的认识具有重要意义。

参 考 文 献

文圣常, 余宙文, 1984. 海浪理论与计算原理, 北京: 科学出版社, 1—662
Babanin A V, Soloviev Y P, 1998. Field investigation of

transformation of the wind wave frequency spectrum with fetch and the stage of development. *J Phys Oceanogr*, 28: 563—576

Cartwright D E, Longuet-Higgins M S, 1956. The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proc Roy Soc London*, 237(1209): 212—232

Donelan M A, Hamilton J, Hui W H, 1985. Directional spectra of wind-generated waves. *Philos Trans Roy Soc London, Ser. A*, 315: 509—562

Ewans K C, Kibblewhite A C, 1990. An examination of fetch-limited wave growth off the west coast of New Zealand by a comparison with the JONSWAP results. *J Phys Oceanogr*, 20: 1278—1296

Fowler, 1980. *Statistical Mechanics*. Cambridge University Press, London, 1—532

Glazman R E, 1986. Statistical characterization of sea surface geometry for a wave slope field discontinuous in the mean square. *J Geophys Res*, 91 C(5): 6629—6641

Guiasu S, 1977. *Information theory with applications*, McGraw-Hill. Inc., London, 1—439

Hasselmann K, Ross D B, Muller P *et al*, 1976. A parametric wave prediction model. *J Phys Oceanogr*, 6: 200—228

Kitaigorodskii S A, 1962. Applications of the theory of similarity to the analysis of wind-generated wave motion as a stochastic process. *Izv Akad Nauk SSSR, Geophys, Ser. 1*, 105—117

Mitsuyasu H, Tasai F, Suhara T *et al*, 1980. Observation of the power spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. *J Phys Oceanogr*, 10: 286—296

Pierson W J, Jr, Moskowitz L, 1964. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. *J Geophys Res*, 69: 5181—5190

Toba Y, 1972. Local balance in the air-sea boundary processes I. On the growth process of wind waves, *J Oceanogr Soc Japan*, 28: 109—120

RELATIONS AMONG CHARACTERISTIC VARIABLES OF STEADY WIND WAVES

WEN Fan, GAO Zhi-Yi

(Physical Oceanography Laboratory, Ocean University of China, Qingdao 266003)

Abstract The macroscopic variables of wind waves are important for describing wind wave fields. The relations among characteristic variables of wind wave fields are studied on the basis that wind waves have a tendency to stay in chaotic state. The waves in frequencies close to the peak frequency of a spectrum absorb energy from wind. The absorbed energy is redistributed through non-linear interactions in the spectrum. The energy redistribution in the spectrum is responsible for the chaotic state of the waves, which leads to waves of multiple scales and chaotic motion of wave surface (chaotic state of the wave field). In steady state of wind waves, the motion of wave surface is the most chaotic. When the state of wind waves deviates from the most chaotic point, the energy redistribution in the spectrum by non-linear interactions will drive waves back to the chaotic state. The relations among characteristic variables of wind wave fields are established on the basis of linear theory of wind waves, and well agreed with the observations. The relations among macroscopic variables of wind wave fields are intrinsic. Although difference exist among the observations, the derived results in the paper agree well with the results of experiments.

Key words Characteristic variable, Wind waves, Chaotic state