

采用质点跟踪方法对物质输运方程 平流项数值格式的改进*

陈昞睿¹ 朱建荣¹ 戚定满²

(1. 华东师范大学河口海岸国家重点实验室 上海 200062;

2. 交通部科学研究院河口海岸科学研究中心 上海 201201)

提要 用数值模式对河口海岸地区的物质输运进行计算时, 平流项的数值格式必须要能对物质浓度锋面进行正确处理, 以避免产生过多的数值耗散或频散。本文中设计了一种在网格内设置一些质点并对质点进行跟踪的格式计算平流项。结果表明, 质点跟踪格式在一维情形下无频散和几乎没有耗散, 在二维情形下无频散和在水深变化剧烈的地方基本避免了垂向数值耗散。与其他数值格式的耗散性和频散性相比, 本文中设计的数值格式明显地提高了物质输运方程中平流项的计算精度, 在河口海洋物质输运的计算中具有较大的应用价值。

关键词 物质输运, 平流项数值格式, 质点跟踪格式

中图分类号 P731.2

为了更加正确地模拟自然界水体及其所含物质的运动状况, 以及对尚未出现的情况加以预测, 人们往往利用数值模式进行模拟计算。

利用数值模式对物质输运方程进行计算时, 一般先把方程分别写为平流项和扩散项等, 再对不同的项分别用数值方法求解处理。在对平流项的求解过程中, 根据数值格式的不同, 一般总是或多或少会存在一些计算耗散或频散(朱建荣, 2003), 给模拟结果带来误差。比如时间前差, 空间中央差的欧拉差分格式会导致既耗散又频散, 迎风差分格式也会产生耗散, Lax-Wendroff 格式虽然减少了耗散, 频散却相当严重。正因为这样, 后来人们不断发展了许多以不同方法改进的格式, 如 TVD 格式、PPM 格式、欧拉-拉格朗日方法等。比如采用欧拉-拉格朗日方法改进平流项的计算, 要比那些较原始的格式改善许多, 但仍存在一定的耗散。在需要计算精度比较高的情况下, 比如在锋面处, 这些格式就显得不太精确了。此外, 一般的平流项数值格式不仅会在水平方向产生一定

的数值耗散, 减弱锋面的强度, 而且在 σ 坐标下更有可能在水深变化剧烈的地方造成强烈的垂向数值耗散, 从而使浓度垂向不合理地均匀。所以, 有必要对物质输运中平流项的数值格式作进一步的改进, 使得数值误差进一步降低。为此, 作者设计了一种基于拉格朗日观点, 在网格内设置一些质点并对质点进行跟踪的方法, 以减少耗散, 提高平流项的计算精度。

1 几种物质输运方程中的平流项数值格式

物质输运方程中的平流项数值格式, 往往从最简单的一维情形开始研究。在一维情形下, 关于物质变量 $a(x, t)$ 的平流方程在给定速度 u 时为:

$$\partial a / \partial t = -u \partial a / \partial x \quad (1)$$

很多平流项数值格式都是通过考虑网格之间的物质变量通量来计算各网格的物质变量值的, 所以可以把它们统称为通量格式。通量格式能够保证物质守恒。假设 u 为常数, 则(1)式写成通量的形式为:

* 上海市优秀学科带头人计划支持项目, 05XD14006 号; 长江学者和创新团队发展计划项目, IRT0427 号。陈昞睿, E-mail:cu238@163.com

收稿日期: 2007-01-04, 收修改稿日期: 2007-12-06

$$\partial a / \partial t = -\partial(ua) / \partial x \quad (2)$$

欧拉格式、迎风格式和 Lax-Wendroff 格式是 3 种较为常见的通量格式。欧拉格式是时间前差、空间中央差的有限差分格式，它既耗散又频散，且对方程(2)的解是无条件不稳定的。Lax-Wendroff 格式耗散较小，但频散较严重，在满足 CFL 条件的情况下稳定；迎风格式耗散很大，也在满足 CFL 条件的情况下稳定。

以上 3 种格式一般认为是最基本的三种通量格式。后来通量格式有了很大的发展，演变出很多种方法，而一般可以像 Yang 等(1992)那样把这些方法中的绝大多数分为代数格式和几何格式两类。代数格式基本上都是混合格式，其通量由一个低阶耗散基本格式(比如一阶迎风格式)的通量和一个高阶频散基本格式(比如 Lax-Wendroff 格式)的通量组合而成。各种代数格式之间的不同在于它们计算两个基本格式的通量所占权重的方法不同。几何格式则是在每个网格单元内构造一个关于平流物质变量的变化函数，通过保持其单调性来保证不产生新的极值，交界面处的通量可以用某种上游方法计算。最简单的几何格式为每个网格单元内没有变化，此时相当于一阶迎风格式。可以在每个网格单元内构造线性变化(Van Leer, 1979)，而一种名叫 PPM 的几何格式则在网格单元内构造了抛物线变化(Colella *et al*, 1984)。James(1996)曾测试了一种叫做 TVD 的代数格式和几何格式 PPM 在陆架浅海的表现，其结果显示这两种格式都无频散、低耗散，而 PPM 的数值耗散更小。由于需要把 TVD 格式和其他格式作比较，所以在此介绍一下本文中使用的 TVD 格式。

TVD 格式是一种代数格式，即它的通量由一个低阶格式的通量和一个高阶格式的通量组合而成。这里用的 TVD 格式是由一阶迎风格式和 Lax-Wendroff 格式组合而成(James, 1996; Roe, 1986; Sweby, 1984)，其总通量为：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} + \phi(r)(F_{i+\frac{1}{2}}^{LW} - F_{i+\frac{1}{2}}^{UP}) \quad (3)$$

其中 F^{UP} 和 F^{LW} 分别是由迎风格式和 Lax-Wendroff 格式所提供的通量。函数 $\phi(r)$ 是根据物质浓度值 a 的变化确定的限制函数(Yang *et al*, 1992)：

$$r = F_{i+\frac{1}{2}-s}^{LMU} / F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU} \quad (4)$$

其中：

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU} = F_{i+\frac{1}{2}}^{LW} - F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} \quad (5)$$

$$= \left(u_{i+\frac{1}{2}} \right) - \Delta t u_{i+\frac{1}{2}}^2 / \Delta x (a_{i+1} - a_i) / 2 \quad (6)$$

以及：

$$s = \text{sign}(u_{i+\frac{1}{2}}) \quad (7)$$

如果 $F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU} = 0$ ，则取 $r = 0$ ，此时等式(10)对任何有限的 $\phi(r)$ 都有： $F_{i+\frac{1}{2}} = F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} = F_{i+\frac{1}{2}}^{LW}$ 。

有很多限制函数可供 TVD 格式调用(Yang *et al*, 1992; Roe, 1986; Sweby, 1984)。其中包括：

$$\text{Minimode: } \phi(r) = \max(0, \min(1, r)) \quad (8)$$

$$\text{Monotonic: } \phi(r) = (r + |r|) / (1 + r) \quad (9)$$

$$\text{MUSCL: } \phi(r) = \max(0, \min(2, 2r, (1+r)/2)) \quad (10)$$

$$\text{Superbee: } \phi(r) = \max(0, \min(2r, 1), \min(r, 2)) \quad (11)$$

这些限制函数具有不同的保持锋面的能力。本文中的例子里采用 superbee 限制函数，它被认为是耗散最小的限制函数之一(Yang *et al*, 1992; Roe, 1986; Sweby, 1984)。

欧拉-拉格朗日方法则是与通量格式不同的另一类平流项数值格式(Zhu *et al*, 2001; Neuman, 1981; Cheng *et al*, 1984; Casulli, 1990)。这类方法在计算物质输运方程中平流项时，首先采用逆向跟踪法确定水质点的历史位置，再用拉格朗日插值的方法确定该点的平流物质变量的值。以一维平流方程(1)为例，该式可以写为拉格朗日形式：

$$da/dt = 0 \quad (12)$$

即水质点的物质浓度值在只考虑平流的情况下不随时间而改变。所以如果 $n+1$ 时刻位于网格点 Q 的水质点在 n 时刻位于 P 点，那么只考虑平流有：

$$a^{n+1}(Q) = a^n(P) \quad (13)$$

所以只要确定 P 点在 n 时刻的坐标位置，就可以用拉格朗日插值法求出 $a^n(P)$ 从而得到 $a^{n+1}(Q)$ 的值。在二维或三维情形中的处理方法也同样如此。确定 P 点在 n 时刻的坐标位置，可以用多步逆向跟踪法或者预估修正法等方法确定；插值 $a^n(P)$ 则根据插值方法的不同有好几种方法，一般来说，一阶拉格朗日插值耗散太大，二阶插值往往比较适用。Zhu 等(2001)曾介绍了一种用一阶与二阶相结合的插值方法插值 $a^n(P)$ 的欧拉-拉格朗日方法。欧拉-拉格朗日方法的一大优点是安全，它一方面较少受到 CFL 条件的限制，另一方面通过对插值结果的控制可以完全避免出现新的极值。而由于在三维 σ 坐标下的 σ 面在垂向的过分弯曲

可能会导致在 σ 面内插值不合理, 所以也可以改进为在同一高度的水平面内插值, 从而进一步避免垂向的数值耗散。本文中所使用的欧拉-拉格朗日方法就是在同一高度的水平面内插值的, 并且使用了防止极值出现的二阶插值法。

2 质点跟踪格式

质点追踪的方法由来已久, 比如早期 Chorin (1973) 就做过这样的工作。而近期江文胜等 (2000, 2001) 则改进了悬浮物三维粒子追踪模式 (SPM 模式), 并用它模拟了黄河排出的细颗粒物在渤海中的运动和大风情况下悬浮物的输运。不过总体来说, 质点追踪法目前在海洋研究中的应用并不是很多, 而本文中则要用类似的方法改进对物质输运中平流项的计算。

作者根据质点追踪的思想, 设计了一种在水平取曲线坐标、垂向取 σ 坐标的三维 ECOM 模式下的新的计算物质输运方程平流项的数值格式。由于这种格式采用了在网格 (由水平网格和垂向 σ 层分割而成的最小单元) 内设置一些质点并对质点进行跟踪的方法, 所以本文中将其称为质点跟踪格式。以往的许多数值格式之所以不能精确地模拟锋面的情形, 很大程度上是由于信息的不完备, 比如大多数格式都只在网格点上定义了物质浓度值, 如果要反映一小团盐度为 10 的不扩散盐水在淡水中的纯平移运动, 网格点上就不得不用到中间过渡值, 即介于 0 到 10 之间的值, 所以不可避免地产生耗散。所以, 质点跟踪格式的处理方法与一般方法有所不同, 它利用了更多的信息, 通过质点把这些信息“安全准时”地从一个网格送到另一个网格。质点跟踪格式的计算过程如下:

初始化

初始时刻在每个计算网格内均匀放置 m 个质点, 给每个质点赋予初始场的物质浓度。

每次循环的操作

(1) 滩地与水体的交界处, 在由干转湿而重新参与计算的网格点内重新均匀放置 m 个质点, 并根据周围情况赋予质点新的物质浓度。

(2) 把上一步中所有非平流因素造成的网格点物质浓度变化传递给网格内的各质点。

(3) 根据流场计算所有质点的新位置。

(4) 把越过网格边界的质点转交给新的网格, 其中如果某网格内出现质点数减少到 0 的情况, 则在该网格内重新均匀放置 m 个质点并赋予上游物质浓度信息, 如果某网格内出现质点多达 $2n$ 个的情形, 则把 $2n$ 个质点两两合并成 n 个质点, 新质点的位置和物质浓度值均为原来两点的平均。

(5) 对网格内的所有质点的物质浓度值作平均得到网格点的物质浓度值, 以供其他过程 (如扩散) 和下一步计算。(注: 由此得到的网格点的物质浓度值并不参与下一步平流项的计算, 所以不会因为它是简单的算术平均方法而产生数值耗散。)

其中 m 和 n 都是自然数常数。

原则上每个网格内的质点数越多, 计算精度就越高, 所以 m 和 n 应该取得尽可能大。然而事实上只要质点能大致均匀分布到网格内的各个区域, 即能具有相当的代表性, 所以未必需要非常多的质点, 而且质点过多的话, 计算量也会变得非常大。所以在综合考虑计算精度和客观需要的情况下, 作者把每个网格内的质点数限制在 8 个以内, 而初始时只设置 4 个, 即 $m=n=4$ 。

如果说欧拉-拉格朗日方法是通过逆向跟踪质点来计算平流项的话, 那么质点跟踪格式则是通过正向跟踪来完成这一使命。质点跟踪格式避免了欧拉-拉格朗日方法的反复插值过程, 从而极大地避免了耗散。但是质点跟踪格式也不可避免地会遇到个别网格中出现质点数减少到 0 的情况, 这时要用上游的信息补充, 造成局地物质浓度变化比实际情况略快的情况。不过根据很多算例的经验, 这种可能性都仅仅大约为 1%, 所以只造成了约 1% 的物质移动加快, 对计算的影响很小。此外, 上游位置的计算采用了绝对位置, 所以避免了因 σ 层的波动带来的误差。至于网格内质点达到 $2n$ 个而合并的措施虽然会造成耗散, 但是由于网格已经是计算的最小单位, 所以这种耗散是极其微小的。质点跟踪格式和欧拉-拉格朗日方法一样无法产生新的极值, 从而避免了频散。

质点跟踪格式对网格的要求相对比较严格。如果网格在水平方向或者垂向的尺度变化过大, 那么就会增加网格内质点数减少到 0 或增加到 $2n$ 的可能, 从而使物质移动加快的现象发生得更加频繁, 或者数值耗散更大。而如果垂向分层太少, 那么由于垂向的分辨率过低, 整体的精度也会受到影响。

3 各种格式的试验比较

为了测试各种格式,作者设计了两个理想试验。第一个试验是一维的,主要测试各种格式在简单流动下的耗散和频散;第二个试验是二维的,主要测试各种格式在水深变化剧烈处的垂向耗散和频散。

(1) 一维试验

在首先进行的一维试验中,共有 100 个网格(也可以看成是线段),它们从左到右排成一行,分别标号为网格 1 到网格 100。所有网格的长度都是 100m。给定这些网格的初始物质浓度值场:网格 1—49 的初始物质浓度为 0kg/m^3 , 网格 50—100 的初始物质浓度为 20kg/m^3 。给定按时间变化的均匀分布的流场:

流速 $u = \cos(n*2\pi/400)$, 其中 n 为时间步, 单位时间步长 $\Delta t=25\text{s}$ 。

如此,便形成了一个人工的以 400 步即 10000s 为周期的往复流。假定该物质浓度变化只受平流影响,不受扩散等其他因素影响,在上述往复流下,用平流格式对物质浓度变化进行计算,使用不同的平流格式将得到不同的结果。本试验中每 100 步输出物质浓度值场一次,以观察各种格式的表现。理论上完美的格式应该是没有频散或者耗散的,即始终能保持浓度 0kg/m^3 与浓度 20kg/m^3 的明显分界,当中应该没有中间数值。

这个试验共测试并比较了 5 个平流格式,它们分别是迎风格式、Lax-wendroff 格式、TVD 格式、欧拉-拉格朗日方法和质点跟踪格式。试验结果显示,迎风格式耗散极其严重,3 个周期后, 0kg/m^3 到 20kg/m^3 的锋面几乎完全耗尽;Lax-wendroff 虽然耗散控制得较小,但是频散十分明显;TVD 格式和欧拉-拉格朗日方法没有发生频散,且耗散较小,表现优于前两种格式,其中 TVD 格式耗散更小;质点跟踪格式几乎完美,十分逼近真解,所以可以看出一维试验下质点跟踪格式保留了突变的锋面,是 5 个格式中最好的格式。

图 1 和图 2 为欧拉-拉格朗日方法和质点跟踪格式在该试验中的表现。

(2) 二维试验

这是一个水平一维、垂向一维的二维试验。其中水平方向的网格数量和大小与前面的试验一(一维试验)相同,垂向采用 σ 坐标,均匀地分为 25 层。水平网格也像试验一那样从左到右标号为 1 到 100,其中 1 到 48 号网格设定水深为 20m, 49 号为 30m, 50 号为

40m, 51 号为 60m, 52 号为 80m, 53 到 100 号则设定为 120m。这样,就人为地构造了一个水深剧烈变化的陡坡,陡坡两端水深相差 6 倍。给定这些网格的初始物质浓度值场:网格 1—48 的初始物质浓度为 20kg/m^3 , 网格 49—100 的初始物质浓度为 0kg/m^3 。给定按时间变化的均匀分布的流场:在每个网格的水深 20m 以上部分, $u = \cos(n*2\pi/400)$, 其中 n 为时间步;在每个网格的水深 20m 以下部分,流速 $u = 0$;单位时间步长 $\Delta t=25\text{s}$ 。

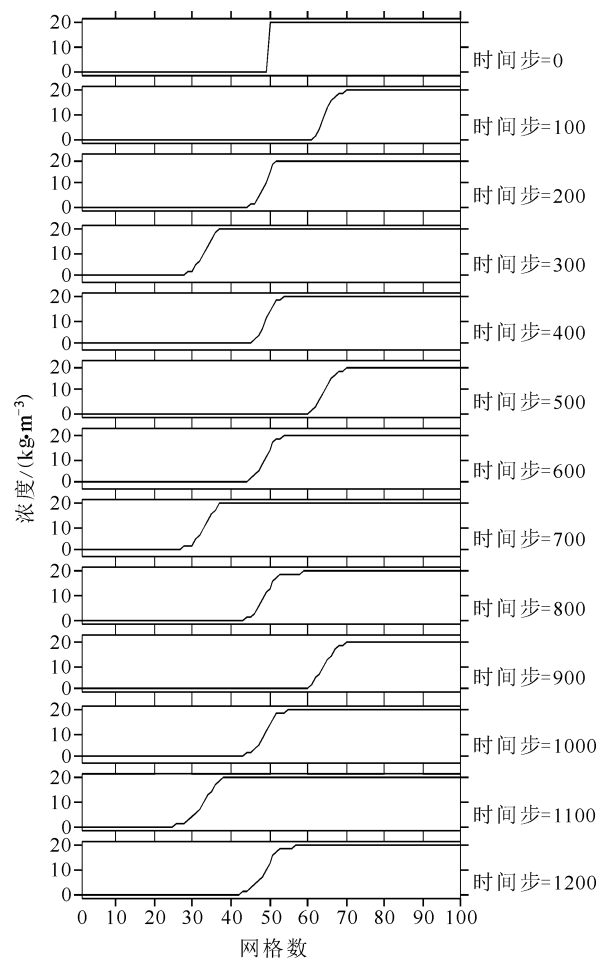


图 1 欧拉-拉格朗日方法在一维情形下的表现

Fig.1 Performance of the Eulerian-Lagrangian Method in one-dimensional case

如此,便在网格 1—48 形成了一个人工的以 400 步即 10000s 为周期的往复流,在网格 49—100 的每个网格的水深 20m 以上部分也形成了同样的往复流,而在网格 49—100 的每个网格的水深 20m 以下部分则没有任何流动。假定物质浓度变化只受平流影响,不受扩散等其他因素影响,用平流格式对物质浓度

变化进行计算, 并每 100 步输出物质浓度值场一次, 以观察各种格式的表现。在完美的格式下, 初始场中在网格 1—48 的 20 kg/m^3 浓度值将无法影响网格 49—100 的每个网格的水深 20m 以下部分区域, 同时也不会受其影响, 20m 以下部分区域将保持 0 kg/m^3 的浓度。由于在水深变化剧烈的地方, 大多数格式都很容易出现垂向明显的数值耗散, 所以这里重点关注各种格式的垂向数值耗散情况。

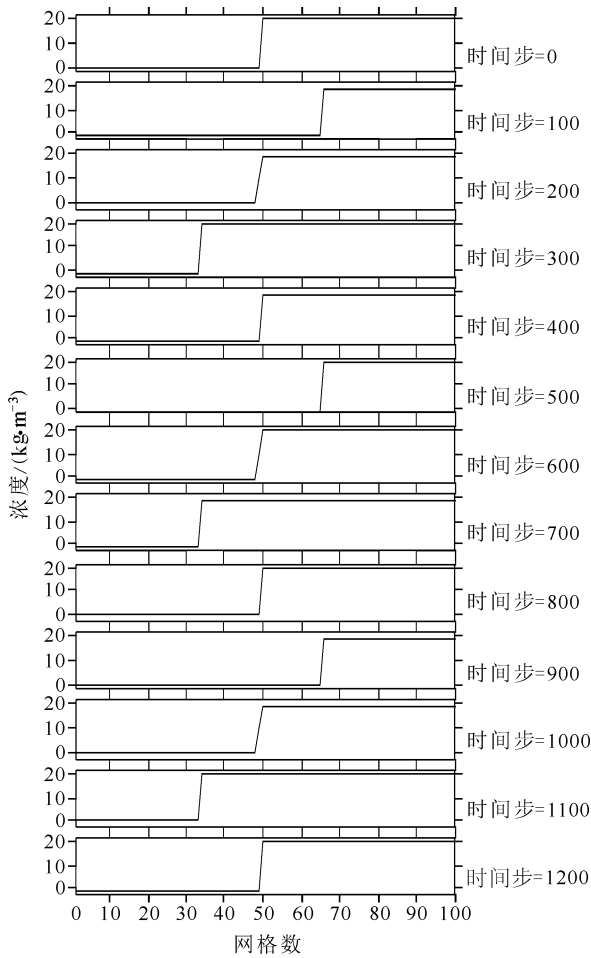


图 2 质点跟踪格式在一维情形下的表现

Fig.2 Performance of the Particle-tracking Method in one-dimensional case

这个试验仍然测试并比较了迎风格式、Lax-wendroff 格式、TVD 格式、欧拉-拉格朗日方法和质点跟踪格式这 5 种格式。其中欧拉-拉格朗日方法和质点跟踪格式在该试验中的表现见图 3 和图 4。

数值试验的结果表明, 迎风格式耗散相当严重; Lax-Wendroff 格式由于高频散而彻底失败; TVD 格式在此水深变化剧烈处也耗散不小; 欧拉-拉格朗日方法比前三者都要好, 但是耗散也是明显的; 只有质点

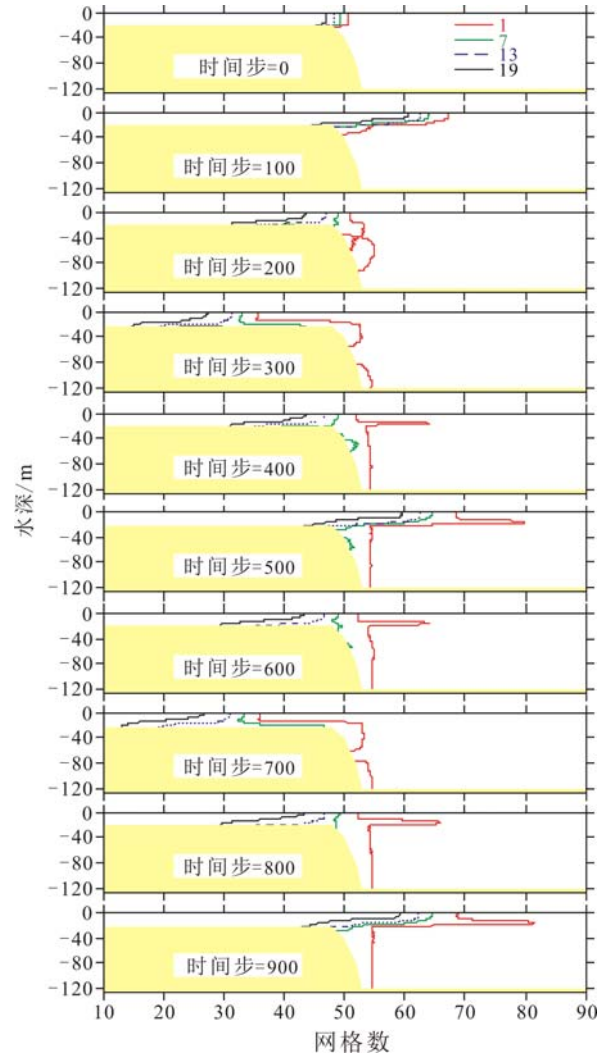


图 3 欧拉-拉格朗日方法在二维情形下的表现

Fig.3 Performance of the Eulerian-Lagrangian Method in two-dimensional case

跟踪格式 4 条等值线比较紧凑, 体现出了低耗散的特性, 并且网格 49—100 的每个网格的水深 20m 以下部分区域基本保持了 0 kg/m^3 的浓度。此外, 通过对数据的分析, 还发现前 3 种格式都存在频散, 其中 Lax-Wendroff 的频散非常显著, 而余下 2 种格式虽然在一维试验中并无频散, 但是由于它们也是通量格式, 所以在水深剧烈变化处也会造成少量的频散。欧拉-拉格朗日方法由于其主要方法是插值, 所以避免了频散。而质点跟踪格式同样没有频散, 所以, 质点跟踪格式最能保证在水深变化剧烈的情况下不出现大的耗散或频散。

以上两个理想试验的结果表明, 质点跟踪格式不仅没有频散, 而且耗散很小, 在各种用来比较的格式中具有突出的优势。然而, 格式之间的比较尚需在

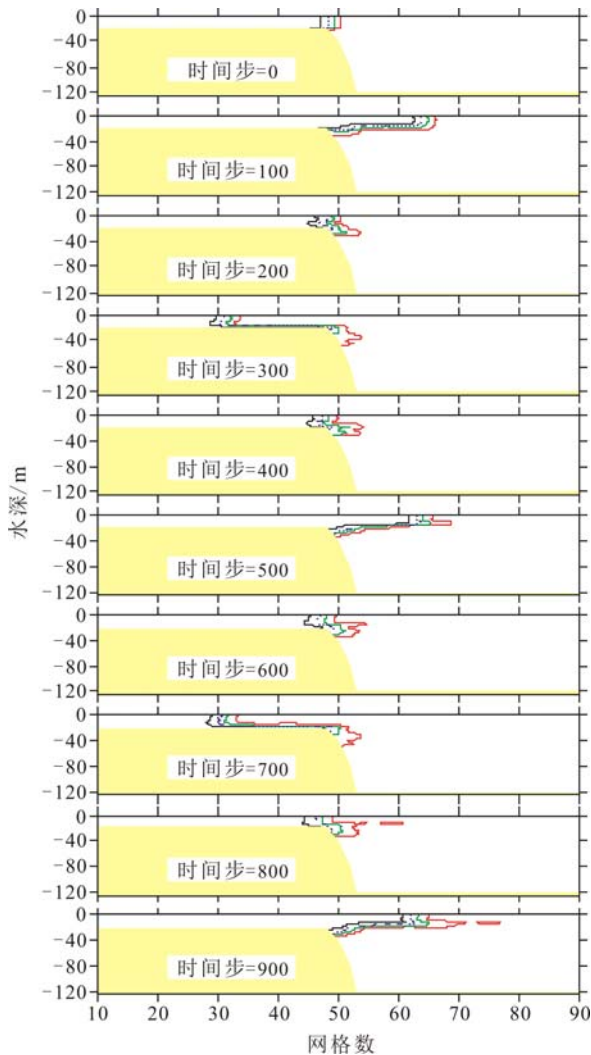


图4 质点跟踪格式在二维情形下的表现

Fig.4 Performance of the Particle-tracing Method in two-dimensional case

相同的基本条件下进行才具有说服力,即需要比较在相同的计算量下的计算精度。如果对网格在3个方向各均匀加密一倍,即把每个网格均匀加密为8个网格,然后再使用欧拉-拉格朗日方法,同样也能减少耗散。为此,本文中还对质点跟踪格式和欧拉-拉格朗日方法这两种无频散的格式作了计算量和计算精度的综合比较。

首先,网格加密8倍的欧拉-拉格朗日方法在每个方向只是加密了一倍,所以仅相当于把欧拉-拉格朗日方法的耗散距离减小了一半。从一维试验的结果来看,欧拉-拉格朗日方法中由于耗散而导致浓度值介于1和19之间的网格有10个之多,网格加密一倍后也还有5个,在效果上仍大不如质点跟踪格式,质点跟踪格式中最多只有1个这样的网格。其次,虽然

在质点跟踪格式中每个网格包含了1到7个质点,但是由于质点跟踪格式中的质点不需要像欧拉-拉格朗日方法中那样每步都进行插值,所以计算量并不是很大。根据实际的计算经验,质点跟踪格式的计算时间大约为欧拉-拉格朗日方法的2到3倍,而把网格加密8倍的欧拉-拉格朗日方法则需要约8倍的计算时间,所以质点跟踪格式在计算时间上也比加密8倍的欧拉-拉格朗日方法要节省。综上所述,综合计算量和计算精度两方面考虑,质点跟踪格式要比欧拉-拉格朗日方法更具优势。

4 结语

在对河口海岸地区的物质输运问题进行数值模拟时,平流项的计算往往至关重要。例如,在研究长江河口盐水入侵问题时就必须密切关注平流项的计算,因为平流作用是影响盐水入侵的主要因素。用不同的物质输运平流项数值格式对盐水入侵问题进行模拟计算,所得到的结果将大相径庭。目前工程界还不乏有用欧拉格式或迎风格式来计算平流项的,而这两种格式或是耗散太强,或是频散太大,会给模拟结果带来很大误差。而笔者所在研究组则一般使用欧拉-拉格朗日方法,大大减小了耗散,消除了频散,对计算精度有很大提高。但是,欧拉-拉格朗日方法仍然是有一定耗散的,在精度要求特别高的场合仍显不足。所以,本文中设计了一种耗散更小的平流格式:质点跟踪格式。试验表明,质点跟踪格式是一种低耗散、无频散的物质输运平流项数值格式,它即使在水深变化剧烈的地方也能基本保持物质浓度锋面不被扭曲或减弱。质点跟踪格式不仅对盐水入侵问题的模拟计算有帮助,而且可以进一步应用到其他各种物质输运问题中去,比如泥沙问题、污染物问题等。由于质点跟踪格式需要精确计算各质点的移动情况,而且每个网格包含1到7个质点,所以在获得较精确的数值解的同时也会相应地增加一定的计算量。但随着计算机技术的快速发展,计算量不会影响该计算格式的推广应用。

参 考 文 献

- 江文胜, 孙文心, 2000. 渤海悬浮颗粒物的三维输运模式 I. 模式. 海洋与湖沼, 31(6): 682—688
 江文胜, 孙文心, 2001. 渤海悬浮颗粒物的三维输运模式 II. 模拟结果. 海洋与湖沼, 32(1): 94—100
 朱建荣, 2003. 海洋数值计算方法和数值模式. 北京: 海洋出版社, 116—119

- Casulli V, 1990. Semi-implicit finite difference methods for the two-dimensional shallow water equations. *Journal of Computational Physics*, 86: 56—74
- Cheng R T, Casulli V, Nevil M, 1984. Eulerian-Lagrangian Solution of the Convection-Dispersion Equation in Natural Coordinates. *Water Resources Research*, 20(7): 944—952
- Chorin A J, 1973. Numerical study of slightly viscous flow. *J Fluid Mechanics*, 57: 785—796
- Colella P, Woodward P R, 1984. The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations. *J Comput Phys*, 54: 174—201
- James I D, 1996. Advection schemes for shelf sea models. *Journal of Marine Systems*, 8: 237—254
- Neuman S P, 1981. A Eulerian-Lagrangian numerical scheme for the dispersion-convection equation using conjugate space-time grids. *Journal of Computational Physics*, 41: 270—294
- Roe P L, 1986. Characteristic-based schemes for the Euler equations. *Ann Rev Fluid Mech*, 18: 337—365
- Sweby P K, 1984. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM J Numer Anal*, 21: 995—1011
- Van Leer B, 1979. Towards the ultimate conservative difference scheme, V. A second-order sequel to Godunov's method. *J Comput Phys*, 32: 101—136
- Yang H Q, Przekwas A J, 1992. A comparative study of advanced shock capturing schemes applied to Burger's equation. *J Comput Phys*, 102: 139—159
- Zhu Shouxian, Dind Pingxing, Sha Wenyu *et al*, 2001. New Eulerian-Lagrangian Method for Salinity Calculation. *China Ocean Engineering*, 15(4): 553—564

IMPROVEMENT IN NUMERICAL SCHEME ON THE ADVECTION TERM OF MASS TRANSPORT EQUATION USING PARTICLE-TRACING METHOD

CHEN Bing-Rui¹, ZHU Jian-Rong¹, QI Ding-Man²

(1. *State Key Laboratory of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai, 200062;*

2. *Scientific Research Institute of the Ministry of Communications, Scientific Research Centre for River Estuary and Coastline, Shanghai, 201201*)

Abstract When mass transport in the areas of estuary and coast is simulated, the numerical scheme of the advection term of mass transport equation should be designed correctly for the fronts of sharp concentration gradients to prevent excessive numerical diffusion or dispersion. In this paper, the particle-tracing method, in which particles are initially set and then traced, is designed to improve the advection scheme. The results of our digital simulation show that the new method has no dispersion and almost no diffusion in one-dimensional case, and has no dispersion with tiny vertical diffusion in sharp-slope topography in two-dimensional case. Compared with other numerical schemes, this method has significantly higher calculation precision for the advection term, and should be recommended for simulating mass transport in estuary and coast.

Key words Mass transport, Numerical scheme of the advection term, Particle-tracing method