第5卷 第4期　　海洋与湖沼　　Vol. 5, No. 4
1963年11月　　OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA　　Nov., 1963

論海流的空間問題*

秦曾灝
(山东海洋学院)

长期以来,全流观点曾在海流理論中占居統治地位,人們运用全流观点初步闡明了海水运动的某些基本規律。这种理論的实質在于通过流速的深度积分将作为三維問題的海水运动轉成平面問題加以研究,从而使問題的数学处理大为簡化。无疑,这样就排除了研究流場空間結构的可能性。此外,为了驗証从全流理論所获得的結論,作者們在选择全流速度无輻散层时带有很大的偶然性与任意性,通常将表层流速即当作全流速度。为了避免全流理論所固有的这些根本缺陷,擺脫用全流观点对研究海流問題的束縛,近年来对三維海流問題的研究,曾作了一些尝試。Yoshida, Mao, Horrer[7] 曾对側向渦动摩擦力作了极其簡单的假定, Hidaka[4] 曾在水平无輻散的假定下, Welander[6] 曾直截了当地忽略了側向渦动摩擦力,分别从理論上研究了海流的三維問題。他們所用的原始假定与实况出入較大。与 Линейкин[2]等人的观点不同,本文避免对热盐效应作直接的考虑,以求問題得到某种程度的簡化。

本文的目的在于利用动力学关系式,研究在常値渦动粘滞系数条件下,以及平均状况下无限深海的三維流动問題;換句話說,将 Munk 的大洋风生环流理論[5] 推广应用到三維空間中去,給出了流速的較为普遍的解析解,备供在給定风脇強場与压強場(或动力高度場)条件下算出流速的空間分布。幷以三层模式为例,給出了其数值計算方案。最后,作者对海流数值預报問題提出了初步的建議。

一、流速的确定

取 x 軸沿赤道圈向东, y 軸沿經圈向北, z 軸与未經扰动的海平面垂直幷指向下方。假定海水的側向与垂直方向的运动学渦动粘滞系数 N_l 与 N_z 不依賴于坐标,忽略了非綫性項,則稳定海流运动方程是:

$$fv + N_l\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + N_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1}$$

$$-fu + N_l\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + N_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{2}$$

其中 u, v 是分别沿 x 与 y 方向的流速分量; p 是压強; ρ 是密度; $f = 2\Omega\sin\varphi$; Ω 是地轉角速度; φ 是地理緯度。

引进新的自变量:

$$\xi = \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}x, \quad \eta = \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}y \tag{3}$$

---

* 本文承王彬华、景振华两位先生閱讀原稿,幷提供意見,謹致謝忱。

于是运动方程(1),(2)轉成:

$$N_z\left(\nabla^2 u+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+fv=\sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi} \tag{4}$$

$$N_z\left(\nabla^2 v+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)-fu=\sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta} \tag{5}$$

以 i 遍乘(5)式并与(4)式相加,则得关于复速度 $W\equiv u+iv$ 的微分方程式:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\nabla^2-a^2\right)W=P \tag{6}$$

其中 $a=\sqrt{\frac{fi}{N_z}}$; $\nabla^2\equiv\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$ 是平面拉氏算子; $P(\xi,\eta,z)\equiv\frac{1}{\sqrt{N_zN_z}}\left(\frac{1}{\rho}\times\right.$ $\left.\times\frac{\partial p}{\partial \xi}+\frac{i}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta}\right)$

問題的边界条件是:

$$\text{当 } z=-\zeta \text{(海面上)时,}\quad -N_z\frac{\partial W}{\partial z}=\frac{T}{\rho} \tag{7}$$

$$\text{当 } z=\infty \text{ 时,}\quad |W|<\infty \tag{8}$$

[1]

这里 $T(\xi,\eta,-\zeta)\equiv T_\xi+iT_\eta$ 是复数形式的风胁強場。

現在我們用 Fourier 方法求滿足边界条件(7)、(8)的微分方程(6)的解。

将(6)式右端展成 Fourier 积分:

$$P(\xi,\eta,z)=\iint_{-\infty}^{+\infty}P_{mn}(z)e^{i(m\xi+n\eta)}dmdn \tag{9}$$

其中:

$$P_{mn}(z)=\frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{+\infty}P(\xi',\eta',z)e^{-i(m\xi'+n\eta')}d\xi'd\eta' \tag{10}$$

我們求方程(6)的 Fourier 积分形式的解:

$$W(\xi,\eta,z)=\iint_{-\infty}^{+\infty}W_{mn}(z)e^{i(m\xi+n\eta)}dmdn \tag{11}$$

其中

$$W_{mn}(z)=\frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{+\infty}W(\xi',\eta',z)e^{-i(m\xi'+n\eta')}d\xi'd\eta' \tag{12}$$

于是,便有下列常微分方程:

$$\frac{d^2W_{mn}}{dz^2}-(\mu^2+a^2)W_{mn}=P_{mn} \tag{13}$$

其中: $\mu^2=m^2+n^2$.

現在边界条件变为:

$$\text{当 } z=-\zeta \text{ 时,}\quad -N_z\frac{dW_{mn}}{dz}=T_{mn} \tag{7'}$$

1) 由于这个条件,理論不适用于浅海。

$$\text{当 } z = \infty \text{ 时,} \quad |W_{mn}| < \infty \tag{8'}$$

其中

$$T_{mn}(-\zeta) = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{T(\xi', \eta', -\zeta)}{\rho(\xi', \eta', -\zeta)} e^{-i(m\xi'+n\eta')} d\xi' d\eta' \tag{14}$$

不难求到满足边界条件(7′),(8′)的微分方程(13)的解是:

$$W_{mn}(z) = \frac{T_{mn}(-\zeta)}{rN_z} e^{-r(z+\zeta)} - \frac{1}{2r} \int\limits_{-\zeta}^{\infty} [e^{-r(z'+z+2\zeta)} + e^{-r|z'-z|}] P_{mn}(z') dz' \tag{15}$$

其中 $r = \sqrt{\mu^2 + a^2}$.

将上式代入(11)式,并用(10)与(14)式,则有:

$$\begin{aligned} W(\xi, \eta, z) = {} & \frac{1}{4\pi^2 N_z} \iiiint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-r(z+\zeta)}}{r} \frac{T(\xi', \eta', -\zeta)}{\rho(\xi', \eta', -\zeta)} e^{i[m(\xi-\xi')+n(\eta-\eta')]} dm dn d\xi' d\eta' - \\ & - \frac{1}{8\pi^2} \int\limits_{-\zeta}^{\infty} \iiiint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} [e^{-r(z'+z+2\zeta)} + e^{-r|z'-z|}] \times \\ & \times P(\xi', \eta', z') e^{i[m(\xi-\xi')+n(\eta-\eta')]} dm dn d\xi' d\eta' dz' \end{aligned} \tag{16}$$

令 $m = \mu\cos\vartheta$, $n = \mu\sin\vartheta$, $\xi' - \xi = r'\cos\vartheta'$, $\eta' - \eta = r'\sin\vartheta'$. 则因:

$$e^{-i[m(\xi-\xi')+n(\eta-\eta')]} = e^{-i\mu r'\cos(\vartheta'-\vartheta)} \tag{17}$$

并注意到(例如見文献[3]):

$$\int\limits_0^{2\pi} e^{-i\mu r'\cos(\vartheta'-\vartheta)} d\vartheta = 2\pi J_0(\mu r') \tag{18}$$

与

$$\int\limits_0^{\infty} \frac{J_0(\mu r')}{\sqrt{\mu^2 + a^2}} e^{-\sqrt{\mu^2+a^2} S_j} \mu d\mu = \frac{e^{-aR_j}}{R_j} \tag{19}$$

其中 J_0 是零阶 Bessel 函数,$S_j = z + \zeta$, $z' + z + 2\zeta$, $|z' - z|$。与其对应的 R_j 依次为: $R_j = \sqrt{(z + \zeta)^2 + r'^2}$, $\sqrt{(z' + z + 2\zeta)^2 + r'^2}$, $\sqrt{(z' - z)^2 + r'^2}$。 于是得到問題的最終解答是:

$$\begin{aligned} W(\xi, \eta, z) = {} & \frac{1}{2\pi N_z} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-aR_1}}{R_1} \frac{T(\xi', \eta', -\zeta)}{\rho(\xi', \eta', -\zeta)} d\xi' d\eta' - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int\limits_{-\zeta}^{\infty} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{e^{-aR_2}}{R_2} + \frac{e^{-aR_3}}{R_3} \right) P(\xi', \eta', z') d\xi' d\eta' dz' \end{aligned} \tag{20}$$

分离实、虚两部,则得:

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta, z) = {} & \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{T_\xi(\xi', \eta', -\zeta)}{\rho(\xi', \eta', -\zeta)} G_1(R_1) + \frac{T_\eta(\xi', \eta', -\zeta)}{\rho(\xi', \eta', -\zeta)} G_2(R_1) \right] d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\zeta}^{\infty} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi}(\xi', \eta', z') G_3(R_2, R_3) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta}(\xi', \eta', z') G_4(R_2, R_3) \right] d\xi' d\eta' dz' \equiv u_d(\xi, \eta, z) + u_g(\xi, \eta, z) \end{aligned} \tag{21}$$

$$v(\xi,\eta,z)=\frac{1}{2\pi}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{T_\xi(\xi',\eta',-\zeta)}{\rho(\xi',\eta',-\zeta)}G_1'(R_1)+\frac{T_\eta(\xi',\eta',-\zeta)}{\rho(\xi',\eta',-\zeta)}G_2'(R_1)\right]d\xi'd\eta'+$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\zeta}^{\infty}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\xi}(\xi',\eta',z')G_3'(R_2,R_3)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\eta}(\xi',\eta',z')G_4'(R_2,R_3)\right]d\xi'd\eta'dz'\equiv v_d(\xi,\eta,z)+v_g(\xi,\eta,z)\quad(22)$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
&G_1(R_1)=\frac{e^{-bR_1}}{N_zR_1}\cos bR_1,\quad G_2(R_1)=\frac{e^{-bR_1}}{N_zR_1}\sin bR_1\\
&G_3(R_2,R_3)=-\frac{1}{2\sqrt{N_zN_l}}\left[\frac{e^{-bR_2}}{R_2}\cos bR_2+\frac{e^{-bR_3}}{R_3}\cos bR_3\right]\\
&G_4(R_2,R_3)=-\frac{1}{2\sqrt{N_zN_l}}\left[\frac{e^{-bR_2}}{R_2}\sin bR_2+\frac{e^{-bR_3}}{R_3}\sin bR_3\right]\\
&G_1'(R_1)=-G_2(R_1),\qquad G_2'(R_1)=G_1(R_1)\\
&G_3'(R_2,R_3)=-G_4(R_2,R_3),\quad G_4'(R_2,R_3)=G_3(R_2,R_3)
\end{aligned}\right\}\quad(23)$$

而

$$\begin{aligned}
R_1&=\sqrt{(z+\zeta)^2+(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2},\\
R_2&=\sqrt{(z'+z+2\zeta)^2+(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2},\\
R_3&=\sqrt{(z'-z)^2+(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2},\\
b&=\sqrt{\frac{\Omega\sin\varphi}{N_z}}.
\end{aligned}$$

从(21)、(22)两式看到水平流速是由“漂流”(u_d, v_d)与“梯度流”(u_g, v_g)[1)]两部分組成,它們均依賴于坐标。图 1 与图 2 表示取 $\varphi=45°$, $N_z=10^2$ 厘米^2·秒$^{-1}$时格林函数 $G_1(R_1)$, $G_2'(R_1)$, $G_2(R_1)$, $G_1'(R_1)$ 随深度与水平坐标而改变。图中曲綫表明:风胁強对漂流流速的影响随着深度的加大以比之指数形式更为迅速地递減;并表明:对于給定的深度,扰源所在点离求解点的水平距离愈远,則这种影响便愈小。因此,在給定风胁強条件下,漂流流速以表层最大,愈往深处,則愈变小。在質的方面,这与 Ekman 漂流理論的結論一致;但在量的方面,却有着很大的差异。具体表現在:漂流流速不仅与风胁強及垂直方向湍流混合有关,而且与側向湍流混合有关,于是空間各点便有不同的流速。再者,空間任意一点的漂流流速,并非单一地取决于該点的风力因素与湍流混合強度,而是該点所在深度全平面上各点这些因素对該点的淨貢献。

同样地,注意到流速的梯度流部分所含积分的空間性,意味着空間任意一点的梯度流流速不仅依賴于該点的压強梯度(或动力高度梯度)与湍流混合強度,同时还依賴于整个空間所有点上各該因素对該点的淨貢献。根据格林函数 $G_3(R_2, R_3)$, $G_4(R_2, R_3)$, $G_3'(R_2, R_3)$, $G_4'(R_2, R_3)$ 的性質,确定了这种影响随着离求解点距离的加大而急剧地減小。从物理意义上看来,这是合理的。

1) 注意这里的“漂流”还与密度变异有关,而“梯度流”还与涡动摩擦有关,故与它們的本义不尽相同。

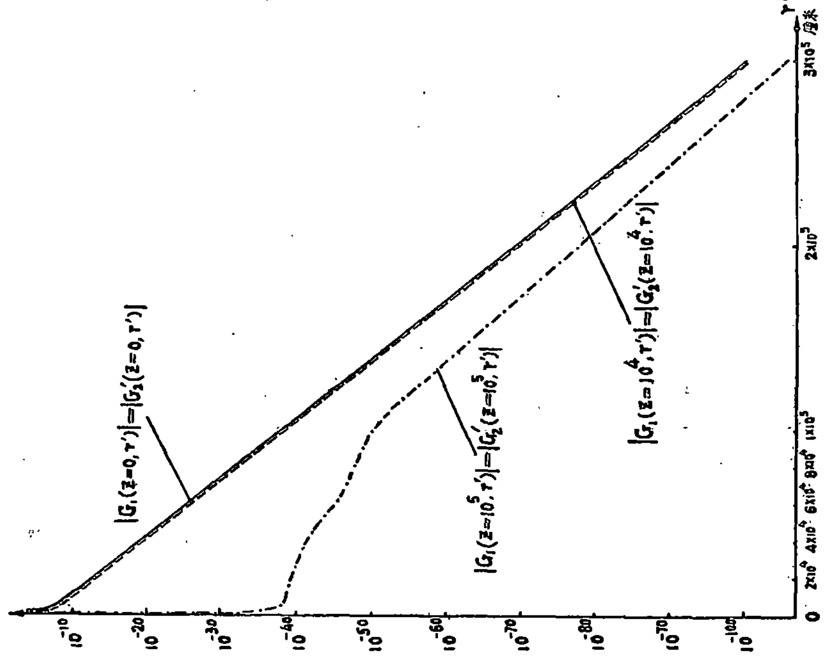

图 1

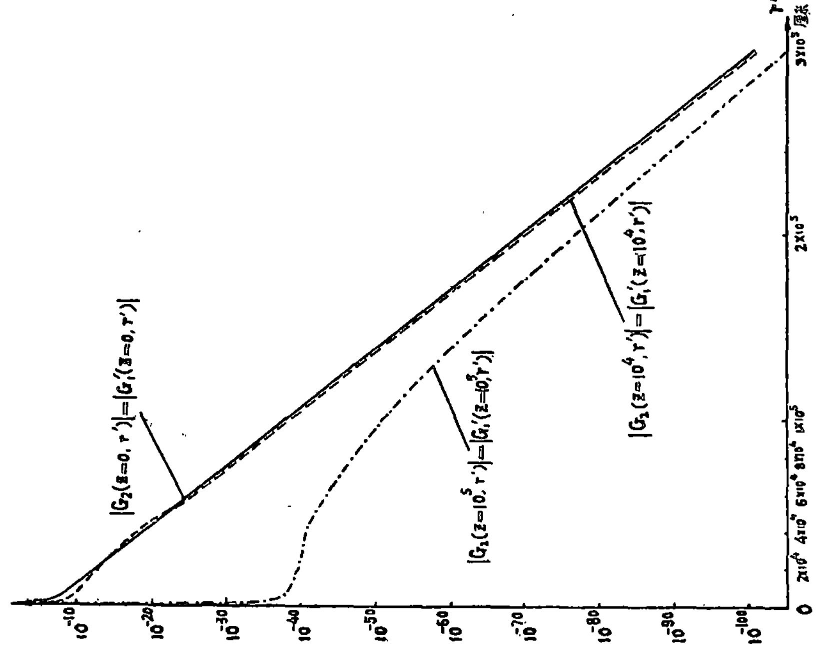

图 2

图 1—2　給定参数($N_z = 10^2$, $b = 7.1\times10^{-4}$ 克·厘米·秒制)时格林函数 $G_1(R_1)$, $G_2(R_1)$, $G_1'(R_1)$, $G_2'(R_1)$ 随 z 与 r' 的改变

Fig. 1—2. Green's functions $G_1(R_1)$, $G_2(R_1)$, $G_1'(R_1)$, $G_2'(R_1)$ as dependent on z and r' with given parameters $N_z = 10^2$, $b = 7.1\times10^{-4}$, in c.g.s. units.

可以預期,在固定测站的某一深度处，流速的漂流部分与梯度流部分等値而异号,流速为零。从(21)、(22)两式看到:糾使在平均情况下,这零速深度仍因测站地理緯度而异,因此可以断定,零速深度面只能是曲面。这个面与漂流流速为零、等压面与等势面重合的无运动面完全不同。

漂流流速为零的深度可以直接取(21)、(22)两式的双重积分号内的量恆等于零而求到。

当 $\frac{T_\xi}{\rho}$ 与 $\frac{T_\eta}{\rho}$ 不依賴于坐标 r' 时,则由(21)、(22)两式所表示的漂流流速当为:

$$\left.\begin{aligned} u_d &\approx \frac{e^{-bz}}{2bN_z}\left[\left(\overline{\frac{T_\eta}{\rho}}\right)(\cos bz + \sin bz) - \left(\overline{\frac{T_\xi}{\rho}}\right)(\sin bz - \cos bz)\right] \\ v_d &\approx -\frac{e^{-bz}}{2bN_z}\left[\left(\overline{\frac{T_\xi}{\rho}}\right)(\cos bz + \sin bz) + \left(\overline{\frac{T_\eta}{\rho}}\right)(\sin bz - \cos bz)\right] \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

其中 $(\overline{\quad}) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\quad)d\vartheta'$ 为中心在 $r' = 0$ 的同心圆环上的平均量。

如风力只沿 y 軸方向作用,并引入 $D = \pi\sqrt{\frac{N_z}{\Omega \sin\varphi}}$。

则得:

$$\left.\begin{aligned} u_d &\approx \sqrt{2}\, u_{d0} e^{-\frac{\pi}{D}z} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{D}z\right) \\ v_d &\approx \sqrt{2}\, v_{d0} e^{-\frac{\pi}{D}z} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{D}z\right) \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

其中 $u_{d0} = v_{d0} = \frac{1}{2\sqrt{N_z\Omega\sin\varphi}}\left(\overline{\frac{T_\eta}{\rho}}\right)$ 是表层漂流流速。上式卽为熟知的 Ekman 关于无限深海漂流的解,D 卽为"摩擦深度"。

其次,我們轉入对流速解(21)、(22)两式中梯度流部分 (u_g, v_g) 的簡化分析。

当水平压強梯度不依賴于坐标 r' 时,那么对(21)、(22)两式中 u_g, v_g 部分求积分后,我們近似地获得:

$$\left.\begin{aligned} u_g &\approx e^{-bz}(u_{g0}\cos bz + v_{g0}\sin bz) \\ v_g &\approx e^{-bz}(v_{g0}\cos bz - u_{g0}\sin bz) \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

其中 $u_{g0} = -\frac{1}{f}\left(\overline{\widetilde{\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}}}\right)$, $v_{g0} = \frac{1}{f}\left(\overline{\widetilde{\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}}}\right)$ 分别是表层梯度流速沿 x 与 y 方向的分量。$(\widetilde{\quad})$ 表示对深度(从 $-\zeta$ 至 ∞)的积分平均量。

如果选择 y 軸方向与平均压強梯度 $-\overline{\widetilde{\nabla}}p$ 方向一致,并引进 b 的表达式,(26)式便轉成:

$$\left.\begin{aligned} u_g &\approx e^{-\frac{\pi}{D}z} W_{g0} \cos\frac{\pi}{D}z \\ v_g &\approx -e^{-\frac{\pi}{D}z} W_{g0} \sin\frac{\pi}{D}z \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

或用复速度表示:

$$W_g \approx W_{g0} e^{-(1+i)\frac{\pi}{D} z} \tag{27'}$$

其中 $W_{g0} = u_{g0}$。上式表明：与漂流部分相似，流速的梯度流部分量值以表层最大，并随深度作指数地递減，它的速矢端迹(Hodograph)也是右旋的 Ekman 螺綫 (图 3)。在 $z=D$ 处，流速量值为表层流的 4.3%，方向恰得其反。与 Ekman 漂流不同的是：表层梯度流与平均压強梯度方向垂直并指向其右方，而不象表层漂流那样与风胁強方向斜交成45°。对于同一地点，漂流摩擦深度一般地与梯度流的 $z = D$ 深度不同，它以风胁強与平均压強梯度的大小为轉移。

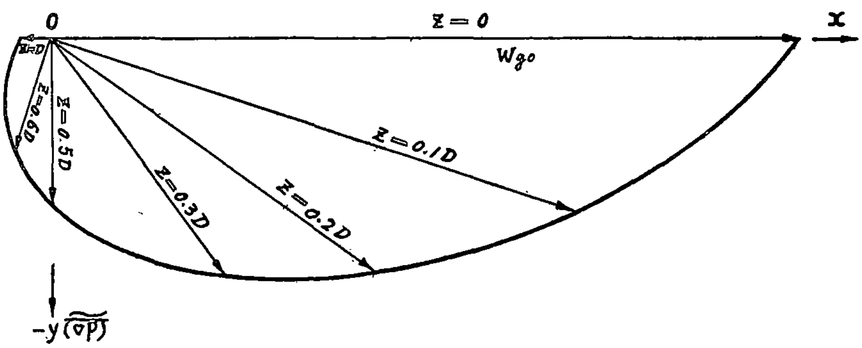

图 3　对压強梯度取空間积分平均后所得到的梯度流速矢端迹

Fig. 3. Diagram showing the hodograph of gradient current with certain assumption to the pressure gradient.

应該指出：梯度流随深度的改变依賴于瞬时的密度分布，沒有肯定的、一般的規律可循，这里所給的梯度流按 (27′) 式随深度改变的規律同样只能被認为是一种特殊規律，甚至也不一定是平均情况下的規律。但可期望，在适合的密度場与湍流混合条件下，实际海洋中会出現这种梯度流的分布。

不能不看到湍流混合在决定梯度流分布时所起的重要作用，上面所表明的梯度流的速矢端迹为一右旋的 Ekman 螺綫的事实足以說明这一点。

在密度均匀(或近似地密度成层分布)的无限深海里，此时 $\nabla p = \rho g \nabla \zeta$。对連續方程作关于变元 z 的从 $-\zeta$ 到 ∞ 的积分，忽略海面微小的垂直运动，则有：

$$\int_{-\zeta}^{\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) dz = 0 \tag{28}$$

将(21)、(22)两式代入上式，則得决定海面形状 $\zeta(\xi, \eta)$ 的 Poisson 型微分方程：

$$\nabla^2 \zeta = -A \operatorname{div} \mathbf{T} - B \operatorname{curl}_z \mathbf{T} \tag{29}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} A(\xi, \eta) &= \frac{1}{\rho} \int_{-\zeta}^{\infty} G_1(R_1) dz \Big/ \iint_{-\zeta}^{\infty} G_3(R_2, R_3) dz dz' \\ B(\xi, \eta) &= \frac{1}{\rho} \int_{-\zeta}^{\infty} G_2(R_1) dz \Big/ \iint_{-\zeta}^{\infty} G_3(R_2, R_3) dz dz' \\ \operatorname{div} \mathbf{T} &= \frac{\partial T_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial T_\eta}{\partial \eta}, \quad \operatorname{curl}_z \mathbf{T} = \frac{\partial T_\eta}{\partial \xi} - \frac{\partial T_\xi}{\partial \eta} \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

方程(29)在无穷平面的正则解是:

$$\zeta(\xi,\eta)=\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\ln\frac{1}{\sqrt{(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2}}[A\operatorname{div}\mathbf{T}+B\operatorname{curl}_z\mathbf{T}]\,d\xi'd\eta' \quad (31)$$

按格林函数 $\ln\frac{1}{\sqrt{(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2}}$ 随 $\sqrt{(\xi-\xi')^2+(\eta-\eta')^2}$ 增加而迅速遞減的性質,容易将上式轉成数値求解(仿后(36)式)。側向边界条件可取表层海域边界諸网格点上的 $\zeta=0$。

既然求到流速的水平分量,那么借助連續方程关于变元 z 的从 $-\zeta$ 到任意深度 H 的积分,忽略海面微小的垂直运动,则得 $z=H$ 处的垂直速度为:

$$w_H=\int_H^{-\zeta}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dz \quad (32)$$

将(21)、(22)两式代入上式,并注意到 $\frac{\partial G_j}{\partial\xi}=-\frac{\partial G_j}{\partial\xi'}$, $\frac{\partial G'_j}{\partial\eta}=-\frac{\partial G'_j}{\partial\eta'}$, $(j=1,2,3,4)$ 以及格林函数 G_j, G'_j 在无穷远处的性質,则得:

$$\begin{aligned}w_H(\xi,\eta)=&-\frac{\sqrt{N_z/N_l}}{2\pi}\int_{-\zeta}^{H}\iint_{-\infty}^{+\infty}\Big\{G_1(R_1)\Big[\frac{\partial}{\partial\xi'}\Big(\frac{T_\xi}{\rho}\Big)+\frac{\partial}{\partial\eta'}\Big(\frac{T_\eta}{\rho}\Big)\Big]+\\&+G_2(R_1)\Big[\frac{\partial}{\partial\xi'}\Big(\frac{T_\eta}{\rho}\Big)-\frac{\partial}{\partial\eta'}\Big(\frac{T_\xi}{\rho}\Big)\Big]\Big\}d\xi'd\eta'dz+\\&+\frac{\sqrt{N_z/N_l}}{2\pi}\int_{-\zeta}^{H}\int_{-\zeta}^{\infty}\iint_{-\infty}^{+\infty}\Big\{G_3(R_2,R_3)\Big[\frac{\partial}{\partial\xi'}\Big(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\xi}\Big)+\frac{\partial}{\partial\eta'}\Big(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\eta}\Big)\Big]+\\&+G_4(R_2,R_3)\Big[\frac{\partial}{\partial\xi'}\Big(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\eta}\Big)-\frac{\partial}{\partial\eta'}\Big(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\xi}\Big)\Big]\Big\}d\xi'd\eta'dz'dz\end{aligned} \quad (33)$$

据此,原則上可作数値計算。

二、三层模式的計算方案

决定流速的公式(21)、(22)与(33)具有較大的普遍性。为了进行具体的計算,与所有其他实际問題一样,对 ξ', η', z' 与 z 的积分都用和数代替之。对于积分区間 $0\leqslant z'<\infty$ 所分割的間隔数目的不同,我們便得到不同层数的模式。无疑,分割的間隔数目越多,得到的流速垂直結构越是細致,可是計算工作量也就随之而相应地增大。現在我們举一个三层模式計算方案的例子。即将 $0\leqslant z'<\infty$ 分成深度不同的三层:$z'=0$ 米,$z'=h_1$ $(=100$ 米$)$,$z'=h_2$ $(=1000$ 米$)$,由这三层上的流动描述海流的垂直結构。

利用梯形公式,对任意函数 $F(z')$ 有:

$$\int_{-\zeta}^{\infty}F(z')dz'\approx\left[\int_0^{h_1}+\int_{h_1}^{h_2}+\int_{h_2}^{h}\right]F(z')dz'\approx$$

$$\approx\frac{1}{2}[h_1F(0)+h_1F(h_1)+(h-h_1)F(h_2)+(h-h_2)F(h)]^{1)} \quad (34)$$

1) $z=h$ 是海深。

利用上式，将(21)、(22)两式分别写在 $z = 0$，$z = h_1$ 与 $z = h_2$ 深度位面上，注意到对于足够大的海深 h，格林函数趋于零的性质，則有：

$$\left.\begin{matrix} u(\xi,\eta,0) \\ v(\xi,\eta,0) \end{matrix}\right\rangle \approx \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\left[\frac{T_\xi}{\rho}\begin{pmatrix} G_1 \\ G_1' \end{pmatrix} + \frac{T_\eta}{\rho}\begin{pmatrix} G_2 \\ G_2' \end{pmatrix}\right]_{z=0} r'dr'd\vartheta' +$$
$$+\frac{1}{4\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\left\{\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi}\begin{pmatrix} G_3 \\ G_3' \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta}\begin{pmatrix} G_4 \\ G_4' \end{pmatrix}\right]_{z=z'=0} h_1 + \right.$$
$$+\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi}\begin{pmatrix} G_3 \\ G_3' \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta}\begin{pmatrix} G_4 \\ G_4' \end{pmatrix}\right]_{\substack{z=0 \\ z'=h_1}} h_2 +$$
$$\left.+\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi}\begin{pmatrix} G_3 \\ G_3' \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta}\begin{pmatrix} G_4 \\ G_4' \end{pmatrix}\right]_{\substack{z=0 \\ z'=h_2}} (h - h_1)\right\} r'dr'd\vartheta' \tag{35}$$

至于 $z = h_1$ 与 $z = h_2$ 处的流速有类似的公式。上式中的无穷平面积分可以用一定半径的圓域替代之，此圓域半径据格林函数的性状决定之。由上述分析得知：諸格林函数随着远离求解点的距离的加大而极其迅速地减小，这就有考虑大大縮小影响范围的可能。考虑到大洋測站的密度以及用差分逼近微分的精确度，試取差分网格格距 $\delta S = 550$ 公里，則得工作公式：

$$\left.\begin{matrix} u(\xi,\eta,0) \\ v(\xi,\eta,0) \end{matrix}\right\rangle \approx \begin{pmatrix} a_0 \\ a_0' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\xi 0}}{\rho_0}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_1' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\eta 0}}{\rho_0}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} a_2 \\ a_2' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=0} +$$
$$+\begin{pmatrix} a_3 \\ a_3' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=0} + \begin{pmatrix} a_4 \\ a_4' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=h_1} +$$
$$+\begin{pmatrix} a_5 \\ a_5' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_1} + \begin{pmatrix} a_6 \\ a_6' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=h_2} + \begin{pmatrix} a_7 \\ a_7' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_2} \tag{36}$$

$$\left.\begin{matrix} u(\xi,\eta,h_1) \\ v(\xi,\eta,h_1) \end{matrix}\right\rangle \approx \begin{pmatrix} b_0 \\ b_0' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\xi 0}}{\rho_0}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_1' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\eta 0}}{\rho_0}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} b_2 \\ b_2' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=0} +$$
$$+\begin{pmatrix} b_3 \\ b_3' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=0} + \begin{pmatrix} b_4 \\ b_4' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=h_1} +$$
$$+\begin{pmatrix} b_5 \\ b_5' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_1} + \begin{pmatrix} b_6 \\ b_6' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_2} + \begin{pmatrix} b_7 \\ b_7' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_2} \tag{37}$$

$$\left.\begin{matrix} u(\xi,\eta,h_2) \\ v(\xi,\eta,h_2) \end{matrix}\right\rangle \approx \begin{pmatrix} c_0 \\ c_0' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\xi 0}}{\rho_0}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_1' \end{pmatrix}\left(\frac{T_{\eta 0}}{\rho}\right)_{z=0} + \begin{pmatrix} c_2 \\ c_2' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=0} +$$
$$+\begin{pmatrix} c_3 \\ c_3' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=0} + \begin{pmatrix} c_4 \\ c_4' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=h_1} +$$
$$+\begin{pmatrix} c_5 \\ c_5' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_1} + \begin{pmatrix} c_6 \\ c_6' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \xi}\right)_{z'=h_2} + \begin{pmatrix} c_7 \\ c_7' \end{pmatrix}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial \eta}\right)_{z'=h_2} \tag{38}$$

其中附标"0"表示求解点的量。諸系数值列在表 1 內，它們是在給定参数（$h_1 = 10^4$，$h_2 = 10^5$，$h = 4 \times 10^5$，$N_z = 10^2$，$N_l = 10^7$，$b = 7.1 \times 10^{-4}$ 克·厘米·秒单位制）时求得的。这組系数只适用于緯度 45° 处的流速計算。考虑到緯度变化对流場影响的重要性，拟每隔 5 个緯度依次作出(36)—(38)式中的諸系数值，此处不再列出。

根据逐层逐点温度与盐度的观測，便可算出逐层逐点的动力高度 D_h 值，于是各点的压強梯度值可以按动力高度梯度依下式 $\frac{1}{\rho}\nabla p = \nabla D_h$ 求到。

表 1 公式(36)、(37)、(38)式中的系数值

Table 1. Calculated coefficients involving in formulas (36)、(37) & (38) for $\varphi = 45^\circ$ with given parameters $h_1 = 10^4$, $h_2 = 10^5$, $h = 4\times10^5$, $N_z = 10^2$, $N_l = 10^7$, $b = 7.1\times10^{-4}$ in c.g.s. units

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
7.04	7.04	−111.44	−111.44	0.04	−1.30	8.11×10^{-23}	-3.81×10^{-23}
a'_0	a'_1	a'_2	a'_3	a'_4	a'_5	a'_6	a'_7
−7.04	7.04	111.44	−111.44	1.30	0.04	3.81×10^{-23}	8.11×10^{-23}
b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
-2.59×10^{-4}	8.21×10^{-3}	4.09×10^{-3}	−0.13	−55.7	−55.7	1.52×10^{-25}	-4.67×10^{-25}
b'_0	b'_1	b'_2	b'_3	b'_4	b'_5	b'_6	b'_7
-8.21×10^{-3}	-2.59×10^{-4}	0.13	4.09×10^{-3}	55.7	−55.7	4.67×10^{-25}	1.52×10^{-25}
c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
-1.32×10^{-30}	6.20×10^{-31}	2.08×10^{-29}	-9.79×10^{-30}	3.89×10^{-26}	-1.20×10^{-25}	-2.17×10^{3}	-2.17×10^{3}
c'_0	c'_1	c'_2	c'_3	c'_4	c'_5	c'_6	c'_7
-6.20×10^{-31}	-1.32×10^{-30}	9.79×10^{-30}	2.08×10^{-29}	1.20×10^{-25}	3.89×10^{-26}	2.17×10^{3}	-2.17×10^{3}

必須指出，除非在迫不得已情况下，我們才采用密度均匀或現有的密度模式(Reid，Штокман，Takano，Линейкин 等)去求积分压強的水平梯度值，因为无論那一种密度模式都带有很大的局限性。

用网格法(最好用三角形网格[1])計算流速时，計算海域(三层)的側向边界可以选得与实际海域側边界形状足够地趋近，边界值可取側边界网格点上的流速等于零 $[u(\xi, \eta, h_i)|_{\Gamma_j} = v(\xi, \eta, h_i)|_{\Gamma_j} = 0$，$i = 0, 1, 2$。$\Gamma_j$ 是边界的格点序号]。于是借助工作公式(36)、(37)、(38)三式与观測資料，便能对上述三层各点的流速进行計算了。

三、关于海流数值預报問題

限于海洋科学的发展水平，迄今为止，有关海流非定常間題的探討还处在萌芽阶段。这样从热力-动力观点出发，借助数值方法計算海流未来状态的間題还沒有被提到日程上来。可是国民經济的需要，对海洋科学提出了越来越高的要求。为了使这种要求迅速地变为現实，我們对海流数值預报提出試探性的綫索。

大家知道，准确的风海流預报是以准确的近海面风場預报作为先决条件的。如果海上气象观測資料較多，那么，目前天气数值預报能够較有成效地提供海面风場(从而风胁強場)的定量預报。于是流速的风海流部分 (u_d, v_d) 便可借助給定有效时限內关于海面风場的預报，按(21)、(22)两式右方第一部分[或(36)、(37)、(38)三式右方头两項]作出預先計算。

至于流速梯度流部分 (u_g, v_g) 的数值預报，很大程度上有賴于海水本身固有的热力-动力状态。我們認为，由 L. Richardson，J. G. Charney 等人发展起来的天气数值預报方法原則上适用于作梯度流的数值預报。以下拟将这种方法引伸到最簡单情形下梯度流的

預报。

如果流速的风海流部分单独地满足运动方程：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u_d}{\partial t} &= f v_d + N_z\left(\nabla^2 u_d + \frac{\partial^2 u_d}{\partial z^2}\right)\\ \frac{\partial v_d}{\partial t} &= -f u_d + N_z\left(\nabla^2 v_d + \frac{\partial^2 v_d}{\partial z^2}\right)\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

那么，按(21)、(22)两式流速的梯度流部分 (u_g, v_g) 应满足下面的关系式：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u_g}{\partial t} &= f v_g - \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\frac{\partial D_h}{\partial \xi} + N_z\left(\nabla^2 u_g + \frac{\partial^2 u_g}{\partial z^2}\right) - \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\left(u_g\frac{\partial u_g}{\partial \xi} + v_g\frac{\partial u_g}{\partial \eta}\right)\\ \frac{\partial v_g}{\partial t} &= -f u_g - \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\frac{\partial D_h}{\partial \eta} + N_z\left(\nabla^2 v_g + \frac{\partial^2 v_g}{\partial z^2}\right) - \sqrt{\frac{N_z}{N_l}}\left(u_g\frac{\partial v_g}{\partial \xi} + v_g\frac{\partial v_g}{\partial \eta}\right)\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

根据給定的初始动力高度場，按(21)、(22)两式的第二部分可以求到初始时刻 $t = t_0$ 的梯度流場 $(u_g)_{t=t_0}$, $(v_g)_{t=t_0}$。因此(40)式等式右方各量，在初始时刻 $t = t_0$ 皆为已知。經过关于場量的差分計算，由(40)式获得除了預报海域側边界网格点 $\left(取\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_j} = \left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_j} = 0,\ j = 0, 1, 2, \cdots\right)$ 外全部网格点上的 $\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}$ $\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}$ 值，借助时間差分式：

$$\left.\begin{aligned}(u_g)_{t=t_0+\delta t} &\approx (u_g)_{t=t_0} + \left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}\cdot\delta t\\ (v_g)_{t=t_0+\delta t} &\approx (v_g)_{t=t_0} + \left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}\cdot\delta t\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

便能求到 $t = t_0 + \delta t$ 时刻的梯度流場。

取(40)式对时間 t 的偏微商，考慮到海流的梯度流部分随时間变化相当緩慢的事实，可取 $\frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \approx \frac{\partial^2 v_g}{\partial t^2} \approx 0$，則有：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right) &= \sqrt{\frac{N_l}{N_z}} f\frac{\partial v_g}{\partial t} + \sqrt{N_z N_l}\left[\nabla^2\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)\right] - \\ &\quad - \left[\frac{\partial u_g}{\partial t}\frac{\partial u_g}{\partial \xi} + \frac{\partial v_g}{\partial t}\frac{\partial u_g}{\partial \eta} + u_g\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right) + v_g\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)\right]\\ \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right) &= -\sqrt{\frac{N_l}{N_z}} f\frac{\partial u_g}{\partial t} + \sqrt{N_z N_l}\left[\nabla^2\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)\right] - \\ &\quad - \left[\frac{\partial u_g}{\partial t}\frac{\partial v_g}{\partial \xi} + \frac{\partial v_g}{\partial t}\frac{\partial v_g}{\partial \eta} + u_g\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right) + v_g\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)\right]\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

既知 $(u_g)_{t=t_0}$, $(v_g)_{t=t_0}$ 与 $\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}$, $\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0}$，代入上式，利用网格法，則由(42)式中的任一个求到 $\left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right)_{t=t_0}$，于是借助下式求到 $t = t_0 + \delta t$ 时刻預报海域內每一格点上的动力高度場：

$$(D_h)_{t=t_0+\delta t} \approx (D_h)_{t=t_0} + \left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right)_{t=t_0}\cdot\delta t \tag{43}$$

此时預报海域側边界上的格点，仍取 $\left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right)_{t=t_j} = 0 \ (j = 0, 1, 2, \cdots)$。然后将求得的 $(u_g)_{t=t_0+\delta t}$，$(v_g)_{t=t_0+\delta t}$，$(D_h)_{t=t_0+\delta t}$ 場代回(40)式，便能求到 $\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t}$ 与 $\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t}$ 場。$t = t_0 + 2\delta t$ 时刻的梯度流場可由下面关系式求到：

$$\left.\begin{aligned}(u_g)_{t=t_0+2\delta t} &\approx (u_g)_{t=t_0+\delta t} + \left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t} \cdot \delta t \\ (v_g)_{t=t_0+2\delta t} &\approx (v_g)_{t=t_0+\delta t} + \left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t} \cdot \delta t\end{aligned}\right\} \qquad (44)$$

再将 $(u_g)_{t=t_0+\delta t}$，$(v_g)_{t=t_0+\delta t}$，$\left(\frac{\partial u_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t}$，$\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t}$ 場代入(42)式中的任意一个，求到 $\left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t}$ 場，借助时間差分式：

$$(D_h)_{t=t_0+2\delta t} \approx (D_h)_{t=t_0+\delta t} + \left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right)_{t=t_0+\delta t} \cdot \delta t \qquad (45)$$

求到 $t = t_0 + 2\delta t$ 时刻的动力高度場。如此反复利用(40)式与(42)式中的任意一个以及时間差分式，卽能預先算出 $t = t_0 + n\delta t$（n 据預报时限及时間步长 δt 确定）时刻的梯度流場来。它与根据天气数値預报按(21)、(22)两式第一部分求到的 $t = t_0 + n\delta t$ 时刻的风海流 $(u_d)_{t=t_0+n\delta t}$，$(v_d)_{t=t_0+n\delta t}$ 部分加在一起，卽为 $t = t_0 + n\delta t$ 时刻海流流速預报場。据此海流水平流速的預报值代入(33)式，卽可給出 $t = t_0 + n\delta t$ 时刻的垂直速度場。

必須指出，为了保証計算稳定性，在选择用于計算的时間步长 δt 与空間步长 δs 时，必須遵循其間的某种关系式。如前所述，空間步长 δs 的选取还必須与海上測站网的密度相适应，可取 $\delta s = 550$ 公里。由于原始方程对海洋短波的"过敏性"，时間步长 δt 将要选得足够的小。因此，海流預报的数値計算工作必須在快速电子計算机上进行之。

四、結 語

在粘性理論范疇內，在限制較寬的条件下，給出了运动方程的积分，它具有較大的普遍性。空間任意一点的流速可以被分成各用解析函数表示的漂流与梯度流之和。分析表明：Ekman 关于无限深海的漂流是(21)、(22)式漂流部分的特例。对压強梯度作了簡化假定后，表明：流速的梯度流部分的速矢端迹也是右旋的 Ekman 螺綫，这是密度特殊分布下的梯度流廓綫。它显示出湍流混合作用的重要性。

只要垂直方向分层合适，(21)、(22)两式原則上可以被用于計算空間任意点的流速。当用网格法計算流速时，可以选择計算域与实际海域无限地接近，而不必象許多作者所做的那样，人为地假定海域的形状。

所提出的海流数値預报方案是最初步的，自然也是比較簡陋的。所用的流速风海流部分关系式(39)，实际上忽略了非綫性項，它的作用是需要进一步澄清的。

用网格法作海流計算与預报时，选择适宜的时間步长与空間步长的工作，旣是个理論問題，又是个实踐問題。因为只有通过长期的試算，才能提供合理的步长。

粘性全流理論的某些个别缺点，例如选取側向与垂直方向渦动粘滞系数的任意性仍

保留在我們的理論中。为了避免因直接考虑热盐环流作用而引起的复杂性，我們采用通过压強梯度对热盐效应的反应，間接地体現出它对海水运动的影响。

毫无疑問，对于浅海情形，N_z 与 z 无关的假定便不再适用，这时我們就有必要考虑将无限深海海流空間問題的解(21)、(22)向浅海情形轉化。只要 N_z 的函数形式考虑得当，按照現在所提供的理論处理方法，这种轉化是不难达成的。可以想象，轉化后的解的形式将是十分复杂的。由于实际的需要，解非定常的海流空間問題也是我們要做的工作。

考虑到所提出的理論具有較大的普遍性，可以預期通过大量的計算，能够成功地闡明实际海流流場結构的主要特征。本理論三层模式的流速計算結果，将另文发表。

参 考 文 献

[1] 秦曾灝，1963。一个两参数斜压模式。气象学报 **33**(2):131—144。
[2] Линейкин, П. С., 1957. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Гидрометеоиздат. стр. 15—137.
[3] Erdélyi, A. & Collaborators, 1953. Higher Transcendental Functions. MacGraw-Hill Book Co. Inc., Vol. 2, pp. 1—114.
[4] Hidaka, Koji, 1955. A theoretical study on the general circulation of the Pacific Ocean. *Geophy. Notes* 8(1):183—220.
[5] Munk, W. H., 1950. On the Wind-driven Ocean Circulation. *J. Met.* 7(1):79—93.
[6] Welander, Pierre, 1957. Wind action on a shallow sea: Some generalizations of Ekman's theory. *Tellus.* 9(1):45—52.
[7] Yoshida, Kozo, Han-Lee Mao & P. L. Horrer, 1953. Circulation in the upper mixed layer of the equatorial north Pacific. *J. Mar. Res.* **12**(1):99—120.

ON THE OCEAN CURRENTS AS A THREE-DIMENSIONAL PROBLEM

Chin Tseng-hao
(*Shantung College of Oceanology*)

(Abstract)

In this article, Munk's well-known theory of the wind-driven ocean circulation[5] is extended to the three dimension of space.

An analytical solution for the equations of motion governing the non-accelerated movement of sea water with the assumption of both constant coefficients of lateral and vertical eddy viscosity is given. The current velocities are composed of two parts: e.g. wind-driven's and gradient's. Ekman's solution concerning the wind-driven current in an ocean of infinite depth can be derived from the author's solution as a special case. With this solution, the horizontal velocity field of ocean currents may be determined in terms of the knowledge of the wind stresses and the pressure (or dynamic height) fields. The vertical component velocity can thus be derived by integrating the equation of continuity. Moreover, a scheme for numerically calculating the current velocities with special application to the three-level ocean model is designed. Finally, this article also deals briefly with the problem for numerically predicting the ocean currents.