

关于海底摩擦问题的探讨

秦曾灏

(山东海洋学院)

海底摩擦不仅涉及海洋环流、潮汐和风暴潮的能量耗散等海洋动力学的主要问题,而且还与海底冲蚀、沉积等海洋地质、地貌问题有关。此外,对于长期以来盛行的用全流方程研究海洋动力学问题,底摩擦的正确描述和表达是必不可少的。这个问题归结为海底底层湍流的研究。由于湍流理论和海底观测技术上的困难,迄今人们对底摩擦的知识比较贫乏,认识很不充分。本文力图使某些关于底摩擦的惯用的经验假设上升为理论,基于一个简单的海洋-大气边界层模式阐明底摩擦的规律,并和常规的考虑地转效应以及不计地转效应的海洋动力模型中获得的底摩擦相比较。最后,从含底摩擦的全流方程出发,讨论了底摩擦对海流和海洋能量的耗散。

一、底流廓线和底阻力系数

海底附近的流动性质与地面或水面上大气运动的性质相似,可以被看作流体动力粗糙面附近的湍流运动。按照 Prandtl 的混合长理论,在中性层结条件下,湍流涡动系数随深度作线性变化,可使海底边界层内的平均流速分布服从对数律,它已先后为一系列的观测所证实。这时,底摩擦应力 τ_b 和底流平均速度 \bar{u}_2 的平方成正比:

$$\tau_b = \rho_2 C_D \bar{u}_2^2$$

其中,底阻力系数

$$C_D = \left(\frac{\kappa}{\ln \frac{Z + Z_0}{Z_0}} \right)^2$$

ρ_2 为海水密度, Z_0 为海底粗糙度参数, $\kappa = 0.4$, Z 为离海底向上的铅垂距离。

随着海底底形的不同,底粗糙度可相差一个量级,从而导致底阻力系数可相差 2 倍以上 [$C_D = (2 - 4) \times 10^{-3}$] (表 1)¹⁾。从图 1 看出, C_D 值随观测高度的变化也是显著的。观测高度小时的 $C_D - Z_0$ 曲线较陡;反之,观测高度大时则较为平缓。这说明观测高度较低时, C_D 值对 Z_0 是很敏感的。譬如,对于同一粗糙度参数值,因观测高度的不同所获得的 C_D 值可以相差几倍。所以 C_D 值的正确选取需要慎重对待。

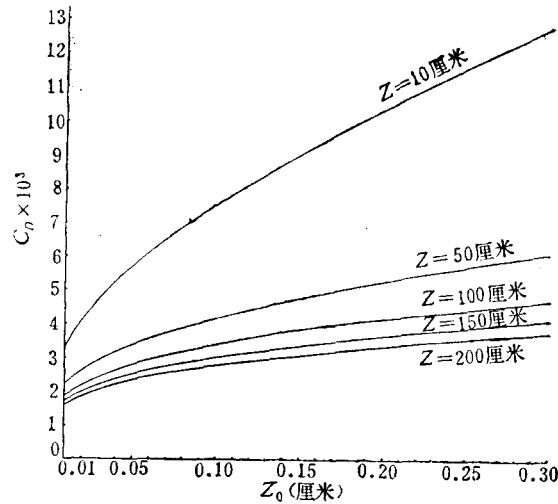
实际观测表明^[2]: 少数的底层流速分布不服从对数律,这可能是由于海水层化的影响。这时,需要对流速的对数廓线作一订正,迄今这方面的工作很少,大体上倾向于认为流速服从对数-线性廓线^[3]。

本刊编辑部收到稿件日期: 1980年2月5日。

1) 表 1 观测者原著出处不再罗列。

表 1 中性层结时离海底 100 厘米高度处的阻力系数 C_D 和底粗糙度参数 Z_0 的关系

观测者	Z_0 (厘米)	$C_D \times 10^3$
Revelle-Fleming (1937)	0.20	4.14
Lasser (1951)	0.13—0.16	3.62—3.86
Bowles et al (1958)	0.20	4.14
Charnock (1959)	0.10—0.30	3.35—4.74
Sternberg (1968, 1972)	0.0758	3.10
Weatherly (1977)	0.03	2.43

图 1 中性海洋层化条件下底阻力系数 C_D 随海底粗糙度 Z_0 和观测深度的变化

除了底摩擦应力和底流平方这一半理论-半经验关系外,为了排除非线性的数学困难,有人干脆采用底摩擦应力和底流的线性经验式^[3,6-8]。此外,还有一种物理上不真实的假设,即底摩擦应力和全流或(对深度的)平均流呈二次或线性关系,旨在使得全流方程演化成数学上是封闭可解的,(如 Hansen^[5] 关于潮汐的工作)。这种假设实际上是用全流方法处理风暴潮问题底摩擦应力表达式

$$\tau_b = -m\tau_a + \frac{n\rho_2|Q|Q^{[4]}}{(h+\zeta)^2}, \quad (1)$$

$$\tau_b = -m\tau_a + \mu Q^{[4,10]'} \quad (1)'$$

的一种特例。其中, τ_a 为海面风应力, $Q(U, V) = \int_{-h}^{\zeta} V_2 dZ$ 为全流, V_2 为流速矢, U, V 分别为 Q 在 x 和 y 方向的分量, h 为海深, ζ 为水位, m, n, μ 为经验系数。

(1)、(1)' 两式只适用于水深颇浅、湍流充分发展且地转影响微小的浅海。对于地转效应大到不能忽略的浅海和深海情形,需要另行提供底摩擦的正确表达式。

二、简单海-气边界层模式中的底摩擦

考察大气和海洋通过互相独立的 Ekman 层接壤的情形。两种流体介质分别处于力的准平衡状态,各自的密度为一恒量。于是运动方程为:

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu_j \frac{\partial \mathbf{V}_j}{\partial Z} \right) - f \mathbf{k} \times (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_{g2}) = 0. \quad \begin{array}{l} \zeta \leq Z < \infty, j=1 \\ -h \leq Z \leq \zeta, j=2 \end{array} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{V}_j(u_j, v_j)$ 为水平速度矢, $\mathbf{V}_g(u_g, v_g)$ 为地转速度矢, ν_j 为涡动系数, f 为科氏参数, $Z=0$ 为未受扰动的海面, \mathbf{k} 为铅直向上的单位矢。下标 $j=1, 2$ 分别代表大气和海洋中的物理量。简单地考虑大气的斜压效应, 设地转风铅直切变矢 $\mathbf{V}_T(u_T, v_T)$ 不依赖于高度, 只是水平坐标的函数。

定解条件为:

$$\begin{array}{l} \text{海面:} \quad Z = \zeta(x, y, t), \quad \tau_a = \rho_1 \nu_1 \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial Z} = \rho_2 \nu_2 \frac{\partial \mathbf{V}_2}{\partial Z}, \quad \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2, \\ \text{海底:} \quad Z = -h(x, y), \quad \mathbf{V}_2 = 0, \\ \quad \quad \quad Z \rightarrow \infty, \quad \mathbf{V}_1 \rightarrow \mathbf{V}_{g10} \end{array} \quad (3)$$

暂且认为 ν_2 是某个确定的普遍的时-空函数。对 $j=2$ 的海水运动方程 (2) 分别就变元 Z 积分一次和三次, 利用定解条件 (3), 分别得到底摩擦应力和全流:

$$\begin{aligned} \tau_b &= \tau_a + f \rho_2 \mathbf{k} \times [(h + \zeta) \mathbf{V}_{g2} - \mathbf{Q}], \\ \mathbf{Q} &= \frac{\tau_a}{\rho_2} \int_{-h}^{\zeta} dZ \int_{-h}^Z \frac{d\xi}{\nu_2} + f \mathbf{V}_{g2} \times \mathbf{k} \int_{-h}^{\zeta} dZ \int_{-h}^Z \frac{\xi - \zeta}{\nu_2} d\xi \\ &\quad + f \int_{-h}^{\zeta} dZ \int_{-h}^Z \frac{d\xi}{\nu_2} \int_{\xi}^{\zeta} \mathbf{k} \times \mathbf{V}_2 d\eta. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\quad \quad \quad (5)$$

可见, 为了获得底摩擦的确切表达式, 必须事先给定海水涡动系数 ν_2 的函数形式, 主要是模拟 ν_2 随深度的铅直结构, 然后求 $j=2$ 的海水运动方程 (2) 满足定解条件 (3) 的解, 获得流速的铅直分布, 从而通过 (4)、(5) 两式求到底摩擦依赖于海面风应力、全流等因子的函数表达式。因此对应于一种 $\nu_2 = \nu_2(Z)$, 将导出一种确定的底摩擦表达式。下面考察两种特例:

(一) 地转效应可被忽略的情形

这相当于水深颇浅 (如我国的渤海湾、莱州湾等) 的海洋动力学问题。这种情形很简单, 不必直接求流速的铅直分布, 并且 ν_2 的函数只要形式上给出即可。于是忽略 (5) 式最后一个积分, 并从 (4)、(5) 两式中消去含 \mathbf{V}_{g2} 的项, 便得 (1)' 式, 其中

$$m = -1 - \frac{\int_{-1}^0 d\xi \int_{-1}^{\xi} \frac{d\eta}{\nu_2}}{\int_{-1}^0 d\xi \int_{-1}^{\xi} \frac{\eta d\eta}{\nu_2}}, \quad \mu = - \frac{\rho_2}{(h + \zeta)^2 \int_{-1}^0 d\xi \int_{-1}^{\xi} \frac{\eta d\eta}{\nu_2}}. \quad (6)$$

1) 山东海洋学院冯士符曾获得类似表达式。

$$\xi = \frac{Z - \zeta}{h + \zeta}, \quad (-1 \leq \xi \leq 0). \quad (6')$$

因此,原来作为经验公式的(1)'式现在从理论上得到了证实。从(6)式看到,比例系数 m 和 μ 取决于湍流的铅直结构。从(1)'、(6)两式看到,底摩擦应力和全流的比例系数 μ 与 v_2 成正比,与海深的平方成反比。这就不难理解何以湍流充分发展的、水深颇浅的海洋中底摩擦大的原因。强调指出,底阻力系数 μ 与海深的平方成反比的关系说明 μ 值对海深的依赖是十分敏感的。换句话说,在地转效应可以被忽略的深度容许范围内,浅水比水深稍大的海洋中的底阻滞要强得多。譬如在全流为零的狭长封闭海区的定常海流和风暴潮问题中,底摩擦恒与海面风应力的方向相反,其值为海面风应力的 $m (< 1)$ 倍。

1. 常涡动系数情形

最简单的情形是把 v_2 当作不依赖于水深的常数。这时, $m = 1/2$, $\mu = 3\rho_2 v_2 / (h + \zeta)^2$, 其中 m 值比北海的经验值 (< 0.1)^[4] 稍大。这是由于取 v_2 不依赖于水深的假设,不适当地夸大了湍粘性效应,事实上,正如上面所指出的,海底边界层内流速分布的对数律是基于涡动系数随离海底铅直距离的加大呈线性增长的结果。

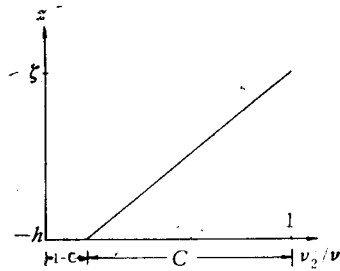


图2 海水涡动系数随水深的线性变化

2. 涡动系数是水深的线函数情形

比较接近实际的是涡动系数随着远离海底高度作线性增长的情形^[3]。设 $v_2 = \bar{v}(1 + c\xi)$ (图2), $0 \leq c < 1$, ξ 是由(6)'式表示的无因次深度变量, $\bar{v}(x, y)$ 为海面 $Z = \zeta$ 处的涡动系数,于是从(6)式得:

$$m = \frac{(c - 1)[c + \ln(1 - c)] - \frac{1}{2}c^2}{c\left(1 + \frac{1}{2}c\right) + \ln(1 - c)} \geq 0,$$

$$\mu = -\frac{\rho_2 \bar{v}}{(h + \zeta)^2 S} \geq 0, \quad S = \frac{c\left(1 + \frac{1}{2}c\right) + \ln(1 - c)}{c^3} < 0.$$

表2 m, S 值对 c 的依赖关系

c	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
m	0.500	0.487	0.472	0.456	0.438	0.417	0.392	0.362	0.323
S	-1/3	-0.361	-0.393	-0.432	-0.482	-0.545	-0.631	-0.755	-0.956
c	0.9	0.95	0.99	0.9983	0.999	0.9999	...	1	
m	0.265	0.219	0.145	0.100	0.091	0.065	...	0	
S	-1.368	-1.860	-3.221	-4.906	-5.426	-7.713	...	$-\infty$	

从表2看到: (1) 当 $c = 0$ 时, 则 $m = 0.5$, $S = -1/3$, 这时的底阻力系数最大, 相当于常涡动系数的情形; (2) 当 $c \rightarrow 1$ 时, 则 $m \rightarrow 0$, $S \rightarrow -\infty$, $\mu \rightarrow 0$, 这相当于底摩擦为零, 也是底摩擦和底阻力系数为最小的情形; (3) 随着 c 值的增大, m 值渐减

$|S|$ 值渐增。如果按北海的经验值 $m < 0.1$, 则有 $c > 0.9983$ 。如取 $m = 0.1$ 时, 则 $\mu = 0.204\rho_2\bar{v}/(h + \zeta)^2$ 。由此看来, m, μ 值的合理选取直接依赖于海深、海水密度以及 \bar{v} 和 c 值, 后者在很大程度上还得依赖于实验的办法。

(二) 涡动系数不依赖于水深的情形

这相当于取 v_2 为一恒量或至多为水平坐标的函数, 这时不难求到 $j = 2$ 的方程 (2) 满足定解条件 (3) 的流速解为:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_{g2} - e^{a_2(Z-\zeta)} [(u_{g2} - u_0) \cos a_2(Z - \zeta) - (v_{g2} - v_0) \sin a_2(Z - \zeta)] \\ &\quad - 2[\alpha \cos a_2(Z - \zeta) \operatorname{sh} a_2(Z - \zeta) - \beta \sin a_2(Z - \zeta) \operatorname{ch} a_2(Z - \zeta)], \\ v_2 &= v_{g2} - e^{a_2(Z-\zeta)} [(v_{g2} - v_0) \cos a_2(Z - \zeta) + (u_{g2} - u_0) \sin a_2(Z - \zeta)] \\ &\quad - 2[\beta \cos a_2(Z - \zeta) \operatorname{sh} a_2(Z - \zeta) + \alpha \sin a_2(Z - \zeta) \operatorname{ch} a_2(Z - \zeta)]. \end{aligned} \quad (7)$$

其中,

$$\begin{aligned} u_0 &= (1 - \lambda_1)u_{g0} - \lambda_2v_{g0} - \frac{\kappa}{2a_2} (\lambda_3u_T + \lambda_4v_T) \\ &\quad + \left(\lambda_1 - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \delta^2} \right) u_{g2} + \left(\lambda_2 - \frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} \right) v_{g2}, \\ v_0 &= \lambda_2u_{g0} + (1 - \lambda_1)v_{g0} - \frac{\kappa}{2a_2} (\lambda_4u_T - \lambda_3v_T) \\ &\quad + \left(\frac{\delta}{\gamma^2 + \delta^2} - \lambda_2 \right) u_{g2} + \left(\lambda_1 - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \delta^2} \right) v_{g2} \end{aligned} \quad (7)'$$

为海面风速; (u_{g0}, v_{g0}) 为海面地转风。

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{\gamma^2 + \delta^2} \left[\frac{b}{2} \operatorname{sh} 2a_2(h + \zeta) + \cos^2 a_2(h + \zeta) + \operatorname{sh}^2 a_2(h + \zeta) \right], \\ \lambda_2 &= \frac{b \sin 2a_2(h + \zeta)}{2(\gamma^2 + \delta^2)}, \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2(\gamma^2 + \delta^2)} \{ \operatorname{sh} 2a_2(h + \zeta) + \sin 2a_2(h + \zeta) \\ &\quad + 2b[\sin^2 a_2(h + \zeta) + \operatorname{sh}^2 a_2(h + \zeta)] \}, \\ \lambda_4 &= \frac{1}{2(\gamma^2 + \delta^2)} \{ \operatorname{sh} 2a_2(h + \zeta) - \sin 2a_2(h + \zeta) \\ &\quad + 2b[\sin^2 a_2(h + \zeta) + \operatorname{sh}^2 a_2(h + \zeta)] \}, \\ \alpha &\approx \frac{e^{-a_2(h+\zeta)}}{2(\gamma^2 + \delta^2)} \left\{ \gamma \left\{ \left[-bu_{g0} - \frac{\kappa}{2a_2} (u_T + v_T) \right] \cos a_2(h + \zeta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[-bv_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T - v_T) \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sin a_2(h + \zeta) \right\} + \delta \left\{ \left[-bv_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T + v_T) \right] \cos a_2(h + \zeta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[bu_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T + v_T) \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sin a_2(h + \zeta) \right\} \right\} - \frac{1+b}{2(\gamma^2 + \delta^2)} (\gamma u_{g2} + \delta v_{g2}), \end{aligned}$$

$$\beta \approx \frac{e^{-a_2(h+\zeta)}}{2(\gamma^2 + \delta^2)} \left\{ \delta \left[\left[bu_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T + v_T) \right] \cos a_2(h + \zeta) \right. \right. \\ \left. \left. + \left[bv_{g0} - \frac{\kappa}{2a_2} (u_T - v_T) \right] \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin a_2(h + \zeta) \right\} + \gamma \left[\left[-bv_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T - v_T) \right] \cos a_2(h + \zeta) \right. \right. \\ \left. \left. + \left[bu_{g0} + \frac{\kappa}{2a_2} (u_T + v_T) \right] \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin a_2(h + \zeta) \right\} \right\} + \frac{1+b}{2(\gamma^2 + \delta^2)} (\delta u_{g2} - \gamma v_{g2}),$$

$$\gamma = \cos a_2(h + \zeta) [\operatorname{ch} a_2(h + \zeta) + b \operatorname{sh} a_2(h + \zeta)],$$

$$\delta = \sin a_2(h + \zeta) [\operatorname{sh} a_2(h + \zeta) + b \operatorname{ch} a_2(h + \zeta)],$$

$$b = \frac{\rho_1}{\rho_2} \sqrt{\frac{v_1}{v_2}}, \quad a_2 = \sqrt{\frac{f}{2v_2}}, \quad \kappa = \frac{\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2}.$$

将(7)式代入(5)式,利用(4)式消去其中含 \mathbf{V}_{g2} 的项,经整理后可得底摩擦应力与海面风应力、全流以及海面地转风和热成风的一个确定的线性函数:

$$\boldsymbol{\tau}_b = -(A_R + A_I \mathbf{k} \times) \boldsymbol{\tau}_s - f \rho_2 (B_R + B_I \mathbf{k} \times) \mathbf{Q} \\ + f \rho_2 (h + \zeta) \left[(C_R + C_I \mathbf{k} \times) \mathbf{V}_{g0} + \frac{1}{a_2} (D_R + D_I \mathbf{k} \times) \mathbf{V}_T \right]. \quad (8)$$

其中, \mathbf{V}_{g0} 是海面地转风矢:

$$A = A_R + iA_I = 1/\{2v_2 a_2 [1 + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)] \\ \cdot [(1+i)a_2(h+\zeta) \operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) - \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)]\} \\ \times \{[\operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)] \\ \cdot \{2v_2(h+\zeta)^3 a_2^4 (i-1) + fi(h+\zeta)[2a_2(h+\zeta) \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta) \\ + (i-1)(\operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) - 1 + ia_2^2(h+\zeta)^2)]\} \\ - 2v_2 a_2 [1 + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)] \cdot [(1+i)a_2(h+\zeta) \\ \times \operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) - \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)]\}, \\ B = B_R + iB_I = i - \{2a_2^3 v_2 (h+\zeta)(i-1)[\operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) \\ + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)]\} / \{f[1 + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)] \\ \cdot [(1+i)a_2(h+\zeta) \operatorname{ch} (1+i)a_2(h+\zeta) - \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)]\}, \\ C = C_R + iC_I = \frac{ib \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)}{1 + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)}, \\ D = D_R + iD_I = \frac{\kappa \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)}{(1-i)[1 + b \operatorname{sh} (1+i)a_2(h+\zeta)]} \\ (i = \sqrt{-1}) \quad (8)'$$

是一组无因次复系数,其值取决于地理纬度、海深、海洋和大气的密度和涡动系数。这些参数一旦给定,上述诸系数便唯一地确定了。

对比(1)'、(8)两式发现,不计地转效应时的底摩擦,对海面风应力与全流的线性依赖关系的形式就较简单;考虑了地转效应后,底摩擦除了线性地依赖上述两因子外,还线

性地依赖于海面地转风和热成风,而且底摩擦对这些因子就由单向依赖变为交叉依赖了。后者由于科氏力的加入,因而已早在预料之中。

三、简单海-气边界层模式中的二维控制方程组

形如(1)'式的底摩擦只局限于水深颇浅的线性准平衡模型,对于水深大到地转效应变得不可忽视的浅海和深海,这时似乎应该屏弃(1)'式改用形式远为复杂的(8)式。对深度取平均的海水运动方程和连续方程的完整形式为:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla + f\mathbf{k} \times\right) \mathbf{q} = -g\nabla\zeta - \frac{1}{\rho_2} \nabla p_a + \frac{\boldsymbol{\tau}_a - \boldsymbol{\tau}_b}{\rho_2(h + \zeta)}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \zeta)\mathbf{q}] = 0. \quad (10)$$

其中, $\mathbf{q}(u_2, v_2) = \mathbf{Q}/(h + \zeta)$ 为对深度的积分平均流速, ∇ 为二维梯度算子; p_a 为海面气压; t 为时间。

将(8)式代入(9)式,并利用地转风关系,得:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla - fB_R + f(1 - B_I)\mathbf{k} \times\right] \mathbf{q} \\ & = -g\nabla\zeta + \frac{1}{\rho_2(h + \zeta)} [(1 + A_R) + A_I\mathbf{k} \times] \boldsymbol{\tau}_a \\ & \quad - f \left\{ \left[C_R + \left(C_I - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \mathbf{k} \times \right] \mathbf{V}_{g0} + \frac{1}{a_2} (D_R + D_I\mathbf{k} \times) \mathbf{V}_T \right\}, \quad (9)' \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} fB_R & = -\frac{2\nu_2(h + \zeta)a_2^3}{\Phi^2 + \Psi^2} (\Phi\chi + \Psi\varrho) < 0, \\ f(1 - B_I) & = \frac{2\nu_2(h + \zeta)a_2^3}{\Phi^2 + \Psi^2} (\Phi\varrho - \Psi\chi) > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Phi & = a_2(h + \zeta) \left[\cos a_2(h + \zeta) \operatorname{ch} a_2(h + \zeta) \right. \\ & \quad \left. - \sin a_2(h + \zeta) \operatorname{sh} a_2(h + \zeta) + \frac{b}{2} (\cos 2a_2(h + \zeta) \right. \\ & \quad \left. \times \operatorname{sh} 2a_2(h + \zeta) - \sin 2a_2(h + \zeta) \operatorname{ch} 2a_2(h + \zeta)) \right] \\ & \quad - \cos a_2(h + \zeta) \operatorname{sh} a_2(h + \zeta) + b [\cos^2 a_2(h + \zeta) \\ & \quad - \cos 2a_2(h + \zeta) \operatorname{ch}^2 a_2(h + \zeta)], \\ \Psi & = a_2(h + \zeta) \left[\cos a_2(h + \zeta) \operatorname{ch} a_2(h + \zeta) \right. \\ & \quad \left. + \sin a_2(h + \zeta) \operatorname{sh} a_2(h + \zeta) + \frac{b}{2} (\sin 2a_2(h + \zeta) \right. \\ & \quad \left. \times \operatorname{ch} 2a_2(h + \zeta) + \cos 2a_2(h + \zeta) \operatorname{sh} 2a_2(h + \zeta)) \right] \end{aligned}$$

1) 如果需要考虑与潮汐有关的问题,可以在此方程的右端形式地引入引潮力项。

$$\begin{aligned}
 & -\sin a_2(h+\zeta) \operatorname{ch} a_2(h+\zeta) - \frac{b}{2} \sin 2a_2(h+\zeta) \times \operatorname{sh} 2a_2(h+\zeta), \\
 \chi &= -\cos a_2(h+\zeta) [\operatorname{ch} a_2(h+\zeta) + b \operatorname{sh} a_2(h+\zeta)] \\
 & -\sin a_2(h+\zeta) [\operatorname{sh} a_2(h+\zeta) + b \operatorname{ch} a_2(h+\zeta)], \\
 \Omega &= \cos a_2(h+\zeta) [\operatorname{ch} a_2(h+\zeta) + b \operatorname{sh} a_2(h+\zeta)] \\
 & -\sin a_2(h+\zeta) [\operatorname{sh} a_2(h+\zeta) + b \operatorname{ch} a_2(h+\zeta)].
 \end{aligned}$$

注意到本模型中的海面风应力具有如下的形式:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \rho_1 v_1 [\mathbf{V}_T + a_1 (\mathbf{V}_{g0} + \mathbf{k} \times \mathbf{V}_{g0})]_0 \quad (12)$$

其中, $a_1 = (f/2v_1)^{1/2}$ 。将 (12) 式代入 (9)' 式得:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla - fB_R + f(1 - B_I)\mathbf{k} \times \right] \mathbf{q} \\
 & = -g\nabla\zeta + (E + F\mathbf{k} \times)\mathbf{V}_{g0} + (G + H\mathbf{k} \times)\mathbf{V}_{T0}
 \end{aligned} \quad (9)''$$

其中,

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{\rho_1 v_1 a_1 (1 + A_R - A_I)}{\rho_2 (h + \zeta)} - fC_R, \\
 F &= \frac{\rho_1 v_1 a_1 (1 + A_R + A_I)}{\rho_2 (h + \zeta)} + f \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - C_I \right), \\
 G &= \frac{\rho_1 v_1 (1 + A_R)}{\rho_2 (h + \zeta)} - \frac{fD_R}{a_2}, \\
 H &= \frac{\rho_1 v_1 A_I}{\rho_2 (h + \zeta)} - \frac{fD_I}{a_2}.
 \end{aligned} \quad (9)'''$$

方程 (9)'' 和 (10) 组成了含未知函数 $\tilde{u}_2, \tilde{v}_2, \zeta$ (或 U, V, ζ) 的封闭系统, 这是用全流方法处理海洋动力学问题的控制方程, 也可以在已知的定解条件下求其数值解。方程组的优点在于诱导(对深度的)平均流和水位的大气强迫力是以海面地转风和热成风的形式出现的, 它们可以直接由海面大气压场方便地给出。因此, 一旦给出海区内海面大气温、压场、初始水位场以及相应的水深资料和某些参数值, 借助对方程 (9)''、(10) 的数值积分即可作出风暴潮的定量预报。从 (9)'' 式明显地看到摩擦对平均流的阻尼以及从量值上改变科氏力的效应。这个问题留待第七节中阐述。

四、常规的、非海-气联合模式中的底摩擦和二维控制方程组

当海水涡动系数仅为水平坐标函数或为恒量时, 不难求到海水运动方程 (2) 满足 (3) 式中的一、三两个条件的解为:

$$\begin{aligned}
 u_2 + iv_2 &= \frac{(\tau_{ax} + i\tau_{ay}) \operatorname{sh} [(1+i)a_2(Z+h)]}{\rho_2 v_2 a_2 (1+i) \operatorname{ch} [(1+i)a_2(h+\zeta)]} \\
 &+ (u_{g2} + iv_{g2}) \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch} [(1+i)a_2(Z-\zeta)]}{\operatorname{ch} [(1+i)a_2(h+\zeta)]} \right\}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

将 (13) 式代入 (5) 式并利用 (4) 式, 便得底摩擦应力:

$$\boldsymbol{\tau}_b = -(M_R + M\mathbf{k} \times)\boldsymbol{\tau}_a - f\rho_2(N_R + N_I\mathbf{k} \times)\mathbf{Q}_0 \quad (14)$$

其中, M, N 是异于 A, B, C, D 的另一组无因次复系数, 其表达式从略。可见, 底摩擦

仍为海面风应力和全流的线性函数,其形式比(8)简单,因为它不再依赖于海面地转风和热成风了,但由于考虑了科氏力,(14)式比不计地转效应的(1)'式仍要复杂些。

将(14)式代入(9)式,便得二维控制方程组:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla - fN_R + f(1 - N_I)\mathbf{k} \times \right] \mathbf{q} \\ = -g\nabla\zeta - \frac{1}{\rho_2} \nabla p_a + \frac{1}{\rho_2(h + \zeta)} [(1 + M_R) + M_I \mathbf{k} \times] \boldsymbol{\tau}_a \quad (15)$$

和(10)式。这里,海面风应力通常是通过海面以上测风高度上的风速平方值由经验公式算出^[10]。显然,这和(9)'、(10)两式相比是不方便的,因为通常海面风场资料稀少,而海面大气温、压资料倒是可以不断提供的。这充分显示了考虑海洋-大气联合模式的优越性。

五、简单海-气边界层模式中的海水机械能方程

求 \mathbf{q} 与方程(9)'的标积,利用地转风和热成风关系:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{V}_{g_0} = \frac{1}{f} \mathbf{F}_p$$

和

$$\mathbf{k} \times \mathbf{V}_T \approx -\frac{g}{f} \nabla \ln T_1 = \frac{1}{f} \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial Z}$$

(其中, $\mathbf{F}_p = -\frac{1}{\rho_1} \nabla p_a$ 为作用在海面上单位质量空气的水平气压梯度力, T_1 是海面气温) 便得:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\mathbf{q} \cdot \nabla K \underset{(1)}{} - g\mathbf{q} \cdot \nabla \zeta \underset{(2)}{} + \frac{1}{\rho_2(h + \zeta)} [(1 + A_R) \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\tau}_a \underset{(3)}{} \\ - A_I \mathbf{k} \cdot (\mathbf{q} \times \boldsymbol{\tau}_a)] + \left(C_I - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \mathbf{q} \cdot \mathbf{F}_p \underset{(5)}{} \\ - C_R \mathbf{k} \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{F}_p) - \frac{1}{a_2} \left[D_I \mathbf{q} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial Z} \underset{(7)}{} \right. \\ \left. + D_R \mathbf{k} \cdot \left(\mathbf{q} \times \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial Z} \right) \right] - 2|fB_R|K \underset{(9)}{} \quad (16)$$

这里, $K = \frac{1}{2} \mathbf{q}^2 = \frac{1}{2} (\tilde{u}_2^2 + \tilde{v}_2^2)$ 是单位质量海水微团的水平运动动能¹⁾。上式表明: 以(对深度的)平均速度运动的单位质量海水微团的动能局地变化由下列诸原因引起: (1)以平均流速对动能的平流输送; (2)以水位坡度表达的水平压强梯度力对微团施加的功率; (3)海面风应力对微团施加的功率; (4)单位时间内风应力对以微团为中心的力矩; (5)海面水平气压梯度力对微团施加的功率; 只有当海水的平均流线和海面气压等值线相交时,方对微团动能有所贡献,并以正交时贡献最大; (6)单位时间内海面水平气压梯度力对以微团为中心的力矩; 只有当平均流线和海面气压等值线不正交时方对微团动能

1) 由于浅海中铅直运动动能相对于水平运动动能而言为一小量,因此此后均把水平运动动能近似地当作动能。

有所贡献,并以平时贡献最大;(7)相隔单位高度的水平气压梯度力的矢量差对微团施加的功率;只有当海洋平均流有穿越海面气温等值线的分量时方对微团动能变化有贡献,并以平均流线和海面气温等值线正交时贡献最大;(8)相隔单位高度的水平气压梯度力的矢量差于单位时间内对以微团为中心的力矩;只有当平均流线和海面气温等值线不正交时,才能使微团动能发生变化,并以平时贡献最大;(9)底摩擦对微团动能的消耗,这是因为底阻力系数 $-fB_R > 0$,它总使微团动能减小。即使不考虑底摩擦的耗散效应,由于方程(16)中“做功项”和“力矩项”并存,因而不论海水微团在上述诸力场中的运动形式如何,其动能必将发生变化。

注意到方程(16)中的诸系数即可发现,微团动能的变率不仅与微团的运动形式有关,而且还取决于微团所在的纬度、海深、海水和空气的湍动系数及其密度。

为了计算位能的方便,将铅直坐标原点 $Z = 0$ 从静止海面移到平坦海底平面上,这样 h 应理解为静止海面离海底 $Z = 0$ 平面的铅直距离。用 $(h + \zeta)$ 遍乘方程(16)的两边加上用方程(10)乘以 $g(h + \zeta)$ 的得式,并利用(10)式,得到铅直水柱的机械能方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [(h + \zeta)K + P] = & -\nabla \cdot [(h + \zeta)K + 2P]\mathbf{q} \\ & + \frac{h + \zeta}{f} \left[E\mathbf{k} \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{F}_p) + \mathbf{F}_q \cdot \mathbf{F}_p \right. \\ & \left. + G\mathbf{k} \cdot \left(\mathbf{q} \times \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial Z} \right) + H\mathbf{q} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial Z} \right] - 2|fB_R|(h + \zeta)K. \quad (17) \end{aligned}$$

其中, $P = \frac{1}{2} g(h + \zeta)^2$ 为单位水平截面积的铅直水柱位能。求上式对整个海域 σ 的积分,应用 Gauss 定理得:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathcal{K} + \mathcal{P}) = - \int_{\Gamma} [(h + \zeta)K + 2P]q_n d\Gamma - 2\overline{|fB_R|} \mathcal{K} + \mathcal{F}. \quad (17)'$$

其中,

$$\mathcal{K} = \iint_{\sigma} (h + \zeta)K d\sigma$$

和

$$\mathcal{P} = \iint_{\sigma} P d\sigma$$

分别为海水的总动能和总位能; q_n 为通过海域边界 Γ 的平均流的向外法线分量; \mathcal{F} 是(17)式中含 \mathbf{F}_p 和 $\partial \mathbf{F}_p / \partial Z$ 项的面积分; $\overline{(\quad)}$ 代表海域内的平均量。

(17)' 式表明: 指定海域内的海水总机械能的时变率系由通过边界的动能和位能的输送、海面水平气压梯度力及其铅直变率对海水做功或产生力矩以及底摩擦的耗散所致。后两者分别是机械能的源和汇。如果封闭海(或全球海洋)的海面气压和气温为均匀场,忽略底摩擦效应,那么总机械能便守恒。

六、底摩擦对海水动能的耗散

现在单独地讨论底摩擦对海水动能的耗散作用。从(17)' 式求到受底摩擦作用动能按底阻力系数的指数平方衰减律:

$$\mathcal{K} = \mathcal{K}_0 e^{-2|fB_R|t} \quad (18)$$

这里， \mathcal{K}_0 是初动能。上式表明：只有当时间趋向无穷时，动能始因底摩擦而消耗殆尽；但实际上当超过某一时限 T 时，即可以认为动能几乎被耗尽。若取 $e^{-x} = 0.043 \ll 1$ ，则 $T = \pi/2|fB_R|$ ，此后称 T 为动能被耗尽所需时间，简称“动能耗尽时间”。从(11)式看到，底阻力系数 $|fB_R|$ 依赖于地点纬度、海深以及海水和空气的涡动系数和密度。尽管 $\overline{|fB_R|}$ 代表一个海域内的 $|fB_R|$ 平均值，但我们仍然针对不同的海域以便考察纬度、海深、涡动系数对底阻力系数的影响，从而导致对动能消耗的差异。由于(9)'式，从而(18)式的获得是基于从线性准平衡的超浅海^[4]零阶模型和相应的大气线性准平衡模型(2)、(3)获得的底摩擦(8)和海面风应力(12)，因而只局限于研究海深在 Ekman 深度 $D_w = \pi/(f/2\nu)^{1/2}$ 以内的超浅海情形。

计算表明(图 3)：

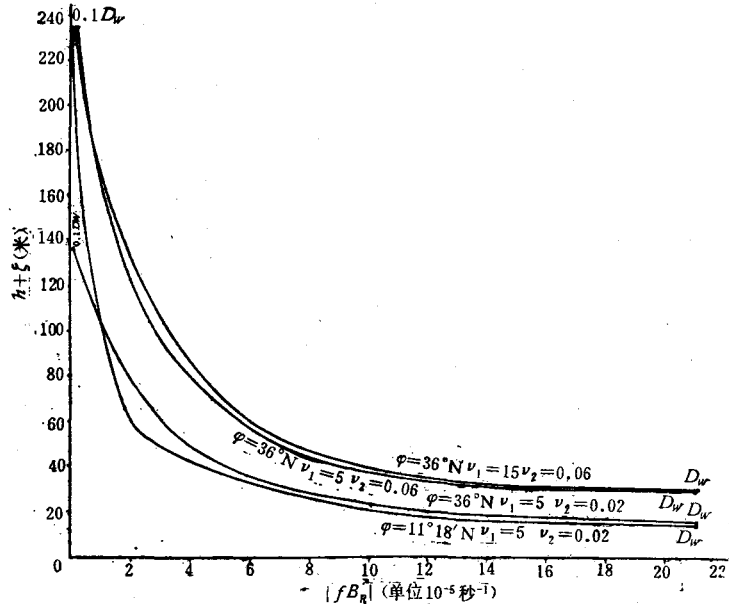


图 3 底阻力系数 $|fB_R|$ 随纬度、海深、海洋和大气涡动系数的依赖关系(取 $\rho_1 = 1.24 \times 10^{-3}$, $\rho_2 = 10^0$ MTS 制)

1. 在其他条件相同的情况下，底阻力系数 $|fB_R|$ ，从而相应的动能指数衰减率 $2|fB_R|$ 随着海水或者空气的涡动系数的增大(减小)而增大(减小)，其物理意义是明显的。不论底阻力系数抑或动能的指数衰减率都对海水涡动系数比对空气涡动系数敏感得多，这说明空气的涡动粘滞性对底阻力系数的影响以及对动能的耗散作用较小。

2. 在其他条件相同时，底阻力系数和动能的指数衰减率随着纬度的增加而增大，也即地处高纬(低纬)的海洋具有比低纬(高纬)海洋更大(小)的海底阻滞和更强(弱)的动能衰减率。底阻力系数和动能的指数衰减率总是与纬度的影响有机地联系在一起。

3. 不论海域的纬度、海洋和大气的涡动粘滞性以及其它参数的取值如何，底阻力系数和动能的指数衰减率一致地随着海的变浅而加大，这种变化趋势在海浅时比较缓和，海深

时比较剧烈。譬如,在图3所取的参数范围内,海深小于20—35米的浅海,底阻力系数和动能的指数衰减率几乎不随海深变化。

和上述结论相对应,便得(图4):

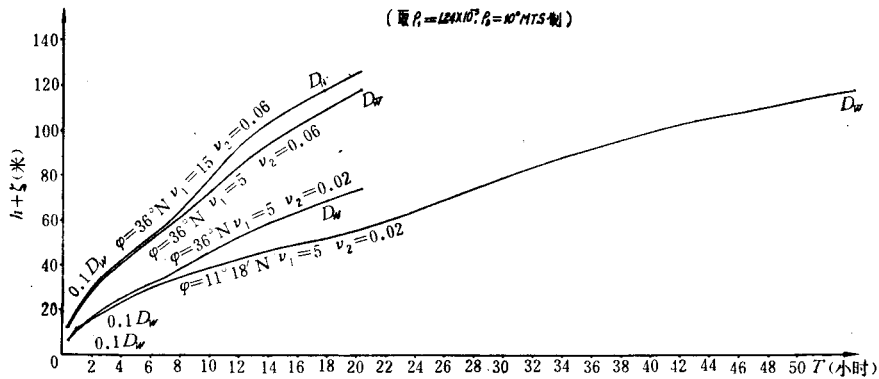


图4 动能衰减为其初值的4.32%所需时间 $T = \pi/(2|fB_R|)$ 随纬度、海深、海洋和大气涡动系数的依赖关系(取 $\rho_1 = 1.24 \times 10^{-3}$, $\rho_2 = 10^\circ \text{MTS}$ 制)

4. 对于同样的纬度、海深和其他参数值,海水或空气涡动粘滞性越强,海水动能耗尽时间则越短,反之也真。在海较浅时,因海水或空气的涡动粘滞性的差异引起海水动能耗尽时间变差较小,但随着海的加深,不仅动能耗尽时间变长,而且时间变差也变得越来越。例如,在纬度 36°N 、 $\nu_1 = 5$ 米²/秒和其他如图4所列参数值、海深为20米情况下,强海水涡动粘滞性($\nu_2 = 0.06$ 米²/秒)相当的 T 为1.2小时,弱海水粘滞性($\nu_2 = 0.02$ 米²/秒)相当的 T 为2.6小时,前者比后者缩短1.4小时;但当海深加大到60米时,强海水涡动粘滞性相当的 T 增为7.8小时,而与弱海水涡动粘滞性相对应的 T 却增为14.7小时,前者比后者缩短6.9小时。又如在 36°N 、 $\nu_2 = 0.06$ 米²/秒和其他图4所列参数值、海深为20米的情况下,强空气涡动粘滞性($\nu_1 = 15$ 米²/秒)相当的 T 为1小时;而弱空气涡动粘滞性($\nu_1 = 5$ 米²/秒)相对应的 T 为1.1小时,前者比后者仅缩短6分钟;但当海深变为60米时,和强空气涡动粘滞性情形相当的 T 增大为7.4小时,和弱空气涡动粘滞性情形相当的 T 则增大为7.8小时,前者比后者缩短24分钟。从这两个涡动系数分别相差3倍的对比例子看到,和海水涡动粘滞性对海水动能消耗的贡献相比,空气涡动粘滞性的影响较小。

5. 在其他条件相同的情况下,低纬度的动能耗尽时间比高纬度要长些。随着海的加深,动能耗尽时间变长,且其时间变差增大。譬如,对海深20米, $\nu_1 = 5$ 米²/秒, $\nu_2 = 0.02$ 米²/秒及其他图4所列参数值,纬度 $11^\circ 18' \text{N}$ 处的 T 为3小时,而纬度 36°N 处相当的 T 为2.5小时,前者比后者延长半小时;但海深加大到60米时,纬度 $11^\circ 18' \text{N}$ 处相当的 T 为22.4小时;而纬度 36°N 处 T 的对应值为14.7小时,前者比后者延长了7.7小时。由此可见,包含在底摩擦中的纬度效应对于海水动能的耗散是重要的。

6. 在其他条件相同的情况下,海水动能耗尽时间随着海深的增大而变长。例如,在 $\nu_1 = 5$ 米²/秒, $\nu_2 = 0.06$ 米²/秒及其他图4所列参数条件下,纬度 36°N 处海深为20米时的 T 为1.2小时,而海深为60米时的 T 则为7.8小时,前者比后者缩短了6.6小时。这

反映了底摩擦对海深是敏感的。

综上所述，除了空气的涡动粘滞性的影响稍小外，含于底摩擦中的海水涡动粘滞性、纬度和海深具有同等重要性。

七、底摩擦对海流的阻尼

现在讨论旋转地球上无大气强迫力时的海流，旨在了解底摩擦对线性海流的影响。从运动方程 (9)' 或 (9)'' 得：

$$\ddot{u}_2 + i\ddot{v}_2 = (\ddot{u}_0 + i\ddot{v}_0)e^{-|fB_R|t} \cdot e^{i\omega t} \quad (19)$$

其中， $\omega = f(1 - B_I)$ ； \ddot{u}_0, \ddot{v}_0 是平均流的初值。上式表明：在这种情形下，平均流为一阻尼的惯性流动，其振动频率为 ω ，振幅的指数衰减率为 $|fB_R|$ ，其值为动能指数衰减率之半。换句话说，在同样的底摩擦作用下，衰减后的平均流振幅相对于其初值之比达某值时所需的时间，恰为动能的相对振幅达同一比值时所需时间的两倍。由于平均流速和动能的指数衰减率互成比例，因而上节获得的结论同样定性地适用于底摩擦中的阻力系数对平均流的耗散。此外，在本模式中，底摩擦对平均流的影响还体现在它导致作用于海水微团上的科氏力数值的改变。具体计算表明(图 5, 图 6)：在水深界于 0.1—1 倍 Ekman 深度的浅海中，底摩擦加强了已有的科氏力效应，使平均流的惯性振动频率加大，周期变小。例如在 36°N 以及其他图 6 所列参数情况下，考虑了底摩擦效应可使平均流的惯性振动周期少则缩短约 3 小时，多则缩短约 7 小时；由于纬度的差异(36°N 与 $11^\circ 18'\text{N}$)，底

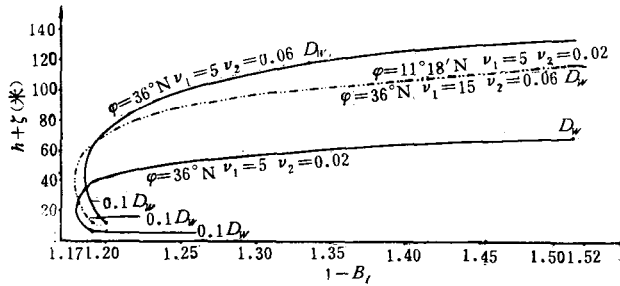


图 5 含底摩擦的阻尼惯性流的无因次频率 $1-B_I$ 对纬度、海深、海洋和大气涡动系数的依赖关系(取 $\rho_1 = 1.24 \times 10^{-3}$, $\rho_2 = 10^\circ\text{MTS}$ 制)

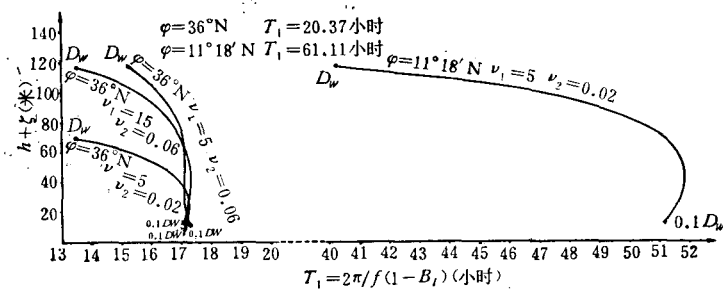


图 6 含底摩擦的阻尼惯性流的振动周期 T_1 对纬度、海深、海洋和大气涡动系数的依赖关系(取 $\rho_1 = 1.24 \times 10^{-3}$, $\rho_2 = 10^\circ\text{MTS}$ 制)

摩擦可使周期缩短少则约 10 小时,多则超过 20 小时,可见底摩擦中的纬度效应对平均流的惯性振动周期是十分显著的。在水深界于 $0.1D_w$ 至 $0.25D_w$ 的浅海中,在底摩擦作用下,平均流的惯性振动频率(周期)将随着海的加深略有降低(增大);而在水深界于 $0.25D_w$ 至 D_w 的浅海,频率(周期)即随着海的加深而变高(变小);例如,在 36°N 、海深 20 米处 ($\nu_1 = 5$ 米²/秒, $\nu_2 = 0.02$ 米²/秒及其他图列参数值)的周期为 17.2 小时,到了海深 60 米处的周期便缩短为 15.2 小时了。对于水深超过 $0.25D_w$ 但小于 D_w 的浅海,平均流的惯性振动频率(周期)即随着海水涡动粘滞性以及空气涡动粘滞性的增大而降低(加大),并随着纬度的增加而增高(减小)。例如,在 36°N 、海深 60 米处 ($\nu_1 = 5$ 米²/秒及其他图列参数值),相应于弱海水涡动粘滞性 ($\nu_2 = 0.02$ 米²/秒)情形的周期为 15.2 小时,而相应于强海水涡动粘滞性 ($\nu_2 = 0.06$ 米²/秒)情形的周期延长为 17.1 小时,两者相差 1.9 小时。又如,在 36°N 、海深 60 米处 ($\nu_2 = 0.02$ 米²/秒及其他图列参数值),相应于 $\nu_1 = 5$ 米²/秒的周期为 15.2 小时,当 ν_1 增大 3 倍时,周期变为 17.2 小时,加大了 2 小时。可见在所述情形中,分别将海水和空气的涡动粘滞性加大了 3 倍,而对周期(或频率)所产生的效果却相同,使周期延长的时间也很接近,这说明空气的涡动粘滞性对改变惯性振动周期(或频率)的影响和海水涡动粘滞性的影响相当。含于底摩擦中的纬度效应对改变惯性振动周期(或频率)的影响最为可观。譬如,在 $\nu_1 = 5$ 米²/秒, $\nu_2 = 0.02$ 米²/秒及图列参数值的条件下,在 36°N 、海深为 60 米的海洋中的惯性振动周期为 15.2 小时,但对于纬度降低至 $11^\circ 18'\text{N}$ 的同一海深情况,相应的周期变为 51.6 小时,延长了 36.4 小时。

八、结 语

根据一个简单的海洋-大气边界层模式,在力的准平衡以及不计地转和热力层化效应的条件下论证了底摩擦和风应力及全流的线函关系,并将该理论推广到旋转地球的情形从而获得底摩擦的一般线性关系式,还与常规海洋动力模式获得的结果作了比较。揭示了底摩擦中的纬度、海深以及海洋和大气的涡动粘滞效应,除了旋转地球的海洋-大气联合模式中所特有的纬度和大气涡动粘滞效应外,底摩擦对海深和海水涡动粘滞性的依赖关系,定性地和不计地转效应时所得结论相同,即底摩擦大致正比于海水涡动粘滞系数而反比于海深。尽管海-气联合模式中的底摩擦形式稍为复杂些,但却换来了二维流动控制方程比常规形式简便的优越性。

底摩擦效应表现在:(1) 改变底阻力系数;(2) 改变外加大气强迫力;(3) 改变科氏力的大小。其中(1)直接构成对海水流动和机械能的耗损。除了纬度、海深以及海水的涡动粘滞性和密度等地理和海洋因素外,大气通过其涡动粘滞性和密度对底摩擦发生作用。

分析了海水机械能变化的物理因素。含于底摩擦中的纬度、海深和海水涡动粘滞性对于海水流动和动能的耗散以及对于惯性流动的性质有着重要的影响,空气的涡动粘滞性比海水的粘滞性对底摩擦的影响为小,但倾向于需要考虑,尤其是它对惯性流的振动频率或周期的影响上更应重视。

本文论证了旋转的和非旋转的地球上的底摩擦问题,与已有结果相比,虽具有一定的普遍性,但仍有缺欠,因为严格地说来,本文所给出的底摩擦形式(8)和(14)并不适用于非

定常和非线性的流动问题,尚有待于进一步地研讨。

参 考 文 献

- [1] 秦曾灏、冯士祚, 1975。浅海风暴潮动力机制的初步研究。中国科学 1:64—78。
- [2] Cook, G. K., R. W. Monton & A. T. Massay, 1977. *Bottom Turbulence*. Elsevier Scientific Publishing Company, pp. 275—300.
- [3] Devies, A. M., 1977. *Bottom Turbulence*. pp. 1—48.
- [4] Groen, P. & G. W. Groves, 1962. *The Sea*. Interscience Publishers, pp. 611—645.
- [5] Hansen, W., 1962. *The Sea*. pp. 764—801.
- [6] Heaps, N. S., 1971. *Mémoires Société Royale des Sciences de Liège* 6(2): 143—180.
- [7] Neuman, G. & W. J. Pierson, Jr., 1966. *Principle of Physical Oceanography*. Prentice-Hall, Inc., 545p.
- [8] Sverdrup, H. U., M. W. Johnson & R. H. Fleming, 1946. *The Ocean*. Prentice-Hall, Inc., pp. 431—515.
- [9] Weatherly, G. L., 1977. *Bottom Turbulence*. pp. 237—254.
- [10] Welander, P., 1961 *Advances in Geophysics* 8:315—379.

ON THE BOTTOM FRICTIONAL STRESS

Qin Zenghao

(*Shandong College of Oceanology*)

Abstract

Frequently used in theoretical and observational study in ocean dynamics, the empirical hypothesis of linear dependence of the bottom frictional stress upon surface wind stress and total transport in a shallow water may be justified with success by means of a simple air-sea planetary boundary layer model under the quasiequilibrium state of forces in a nonrotating flow. The point in question is generalized in a rotating case and is compared with that obtained from routine ocean dynamic model. The difference between the results derived from the two models is briefly reported.

We discuss here in some detail the effects of latitude, depth as well as eddy viscosities of air and sea which are inherent in the bottom frictional stress. From the viewpoint of air-sea interaction, the eddy viscosity and the density of air play an effectual role in the influence of atmosphere on the sea-bed friction. Derived in this paper are the non-linear total transport equations comprising the bottom friction which govern storm surges and tides in the air-sea planetary boundary layer model as well as in the routine ocean dynamics. Although the bottom friction seems to be somewhat complicated, the two-dimensional equations of motion thus obtained prove to be superior in affording facility for data acquisition to the others.

There are three effects induced by the bottom friction, namely that on the bottom resistance, that on the atmospheric forcing functions on the water and that on the Coriolis effects. Factors controlling the mechanical energy in the sea are physically analysed. The latitude, the depth and the eddy viscosity of the sea included in the bottom friction are all of great importance in dissipating the currents and the kinetic energy and in governing the behaviour of the inertial currents, whereas the eddy viscosity of air plays a small role in comparison with that of the sea. This effect tends to be taken into consideration, especially in determining the frequency or the period of the inertial flow.