

# 可见光遥感测深的数学模型\*

平仲良

(中国科学院海洋研究所)

1967年, Geary 利用彩色透明片绘制了水的深度图。1969年, Polcyn 应用光的折射和颜色变化, 测定了密执安 (Michigan) 湖几个剖面的水深, 但受到边缘效应的影响。1970年, Polcyn 利用水的不同波长的选择透射性质, 建立了方程, 给出了水深与多光谱扫描仪两通道输出的关系(至少两通道)<sup>[4]</sup>。1974年, 渡道贯太郎建立了水深、水的衰减系数与海底反射率之间的函数关系<sup>[5]</sup>。本文从海水的透射率、后向散射系数、海底反射率与海面反射率之间的关系, 推导海洋遥感浅海水深的理论公式, 得出卫星照片上密度与海洋深度之间的数学关系, 并估计可见光遥感测深的理论极限。

## 一、现象

在进行胶州湾卫星照片(地球资源技术卫星-1, 1973年12月5日)的密度分割以后, 发现卫星照片的等密度线与海洋的等深线非常相似。大部分湾内密度值大的地方(正片), 正是海图上水深的地方。密度值小的地方, 正是浅滩。胶州湾口, 有一个海槛。

## 二、公式

上述现象, 拟作如下解释: 海面的反射光由三个部分组成, 一是由海洋表面直接反射回来的光; 一是由海水反射回来的漫射光; 再是由海底向海面反射回来的漫射光。由海洋表面直接反射回来的光主要跟海洋的表面状态有关, 不包含海洋内部的信息, 因此没有考虑。包含海洋内部信息的漫反射光由后两部分组成(以下所指海面反射, 均指后两部分漫反射)。如图1所示。

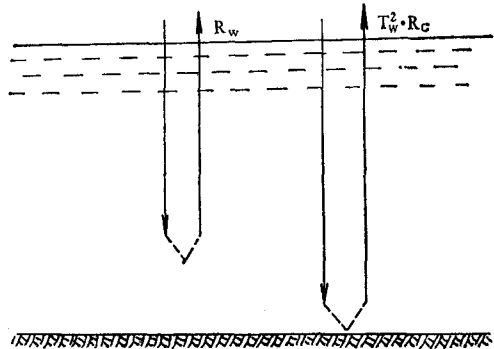


图1 海水和海底的反射

$$R = R_w + T_w^2 \cdot R_G, \quad (1)$$

- R——海面的反射率;
- $R_w$ ——海水的反射率;
- $R_G$ ——海底的反射率;
- $T_w$ ——海水的透射率;

\* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第702号。

1) 王历, 1979。多光谱摄影在海洋遥感中的应用。1979年海洋物理(声学、光学、遥感)学术讨论会资料。本刊编辑部收到稿件日期: 1981年8月20日。

由皮尔定律得海水透射率  $T_w$  为

$$T_w = e^{-CZ};$$

$C$ ——海水的衰减系数,假设为常数;

$Z$ ——海洋深度。

由海底向海面的反射为

$$T_w^2 \cdot R_G = (e^{-CZ})^2 \cdot R_G = e^{-2CZ} \cdot R_{G_0} \quad (2)$$

为计算海水的反射率  $R_w$ , 先将海水分割为  $Z$  层厚度为 1 米的薄层, 则海水的反射率为各水层向海面散射之和:

$$R_w = b^* + T_1^2 \cdot b^* + T_2^2 \cdot b^* + \dots + T_Z^2 \cdot b^*,$$

$b^*$ ——厚度为 1 米的水层的后向散射系数,假设为常数;

$T_1, T_2, \dots, T_Z$ ——1 米, 2 米,  $\dots$ ,  $Z$  米处的透射率。

$$R_w = b^*[1 + (e^{-2C})^1 + (e^{-2C})^2 + \dots + (e^{-2C})^Z],$$

$$R_w = b^* \frac{1 - (e^{-2C})^Z}{1 - e^{-2C}}, \quad (3)$$

$R_w$  随深度的增加而增加, 当  $Z$  趋于无穷大时,  $R_w$  趋于极大值

$$R_w = \frac{b^*}{1 - e^{-2C}}, \quad (4)$$

由 (2)、(3) 代入 (1) 得

$$R = b^* \frac{1 - e^{-2CZ}}{1 - e^{-2C}} + R_G \cdot e^{-2CZ}. \quad (5)$$

在清澈的浅海区(海的深度小于海水的光学深度的 4.6 倍处<sup>1)</sup>), 海面的反射率随深度的增加而减小, 在卫星照片上的反应为密度值大的地方为深水区, 密度值小的地方为浅水区。因此, 可以用测反射率的方法来测海的深度。

在深海区, 或浑浊的浅海区(海的深度大于海水的光学深度的 4.6 倍), 海面的反射率基本不变, 它决定于海水的反射率, 即决定于海水本身的光学性质, 而不随深度的变化而变化。

以胶州湾为例, 使用 MSS-4 照片, 海水的衰减系数为 0.3<sup>2)</sup>, 后向散射系数为 0.0053, 海底底质为沙地。反射率为 23%。

$$\text{海水的光学深度} = \frac{1}{0.3} = 3.33 \text{ 米};$$

$$\text{真光带深度} = 3.33 \text{ 米} \times 4.6 = 15.33 \text{ 米};$$

$$\text{索氏盘透明度} = 15.33 \text{ 米} \div 2.5 = 6.13 \text{ 米}^{[5]}。$$

由公式 (5) 计算得到的数据列于表 1, 海面反射率随深度变化的关系示于图 2。

如图 2 所示, 当水深小于索氏盘透明度时, 反射率随深度的增加基本上按指数曲数下降。当深度到达真光带深度(胶州湾为 15.33 米), 反射率趋于极限。真光带又称光合带,

1) 海水的光学深度即海水中的自然光照度衰减为海面入射照度的  $1/e$  (约 37%) 处海水的深度。其大小为衰减系数的倒数。

海水光学深度的 4.6 倍为海洋的真光带, 即有光带的深度, 此处海水中自然光照度为海面照度的 1%。

2) 郑全安, 1979。可见光遥感透视海水深度的初步研究。1979 年海洋物理(声学、光学、遥感)学术讨论会资料。

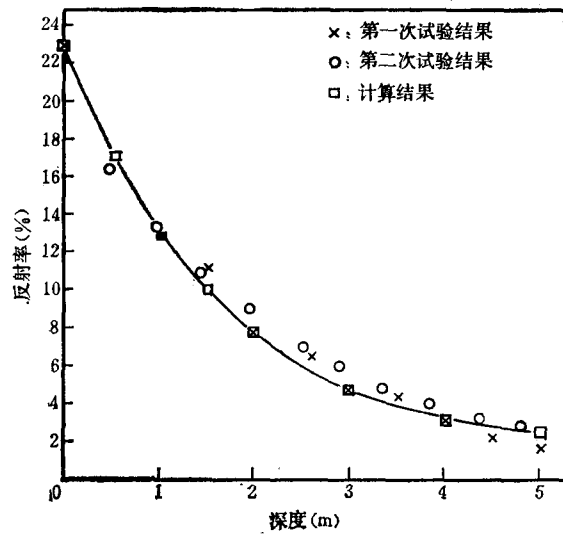


图2 海面反射率随海水深度变化的关系

表1 海水、海底、海面的反射率

Z	$b^* \cdot \frac{1 - e^{-0.6Z}}{1 - e^{-0.6}}$	$R_G \cdot e^{-0.6Z}$	R
0.0	0.0000	23.0000	23.0000
0.5	0.3000	17.0360	17.3360
1.0	0.5300	12.6220	13.1520
1.5	0.6900	9.3520	10.0420
2.0	0.8200	6.9276	7.7476
3.0	0.9800	3.8019	4.7819
4.0	1.0700	2.0863	3.1563
5.0	1.1200	1.1452	2.2652
6.0	1.1430	0.6284	1.7714
7.0	1.1570	0.3450	1.5020
8.0	1.1650	0.1893	1.3543
9.0	1.1690	0.1039	1.2729
10.0	1.1720	0.0570	1.2290
11.0	1.1730	0.0313	1.2043
12.0	1.1737	0.0172	1.1909
13.0	1.1741	0.0094	1.1835
14.0	1.1743	0.0052	1.1795
15.0	1.1745	0.0028	1.1773
16.0	1.1745	0.0016	1.1761

原是一个生物学的概念,超过这个深度,植物的光合作用速度小于呼吸速度。这里又赋予真光带新的概念,即代表可见光遥感测深的理论极限。超过这个深度,深度对反射率不起反应。实际检测的深度受到波带选择、传感器灵敏度、胶片质量、密度分割的等级等限制,达不到真光带这个深度。

### 三、模拟试验

模拟试验是在圆形的玻璃缸内进行的。玻璃缸内底部铺一层黄砂。每加进一定厚度的水,用 302 型野外分光光度计测一次反射率,得到不同深度的反射率曲线。水中加入蓝墨水,以提高海水的衰减系数,减小试验水层的厚度。分光光度计的波长置于 550 毫微米处,与 MSS-4 的中心波长取得一致。两次试验的结果示于图 2,便于与用公式(5)计算的结果相比较。

### 四、结果

#### 1. 卫星照片密度与海洋深度的关系

如表 1 的数据所示,在清澈的浅水区,反射率随深度的增加基本上按指数曲线下降

$$R \approx R_G \cdot e^{-2CZ},$$

$$R = \frac{E}{E_0},$$

$E$ ——海面反射回来的光能量;

$E_0$ ——海面接受的光能量。

胶片感光材料的性能,国内外资料报道,曝光后密度  $D$  与曝光量  $E$  的对数成正比。

美国用于航天遥感的胶片 MISSION 88 RC8,2402,ROLL2 由负片拷贝正片时的感光特性曲线示于图 3<sup>[1]</sup>。

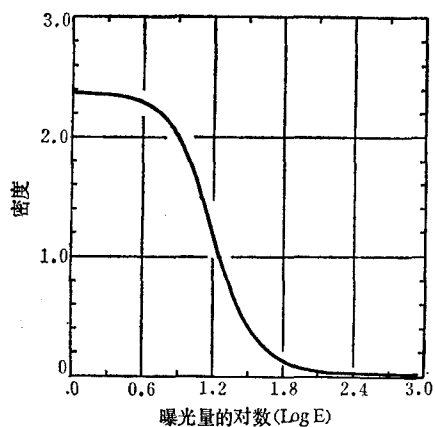


图 3 由负片拷贝为正片时的感光特性曲线

特性曲线示于图 3<sup>[1]</sup>。

$$D = \eta \lg E,$$

$\eta$ ——转换系数;

$D$ ——胶片曝光后的密度。

由上二式得

$$D = \eta \lg E_0 R_G - 2 \lg e \cdot \eta \cdot C \cdot Z。$$

因  $C, \eta, E_0, R_G, \lg e$  等都是常数,因此可

用

$$D = C_1 - C_2 Z, \quad (6)$$

表示,其中  $C_1, C_2$  都是常数。

因此,密度  $D$  与深度  $Z$  呈简单的线性关系。

#### 2. 两个计算公式的关系

对大型的、均匀的、从光学角度来说是无无限深的海水, Duntley<sup>[2]</sup> 从漫射材料的光学理论和著名的八参数公式推导每一波长处的海面的反射率为

$$R_\infty = \frac{\frac{b^*}{a^*}}{1 + \frac{b^*}{a^*} + \sqrt{1 + 2\left(\frac{b^*}{a^*}\right)}},$$

其中

$b^*$ ——海水的后向散射系数;

$a^*$ ——海水的吸收系数。

在深度大于海水光学深度 4.6 倍的深海区,本文推导深海海面的光谱反射率

$$R = \frac{b^*}{1 - e^{-2c}}$$

现取纯水数据<sup>[3]</sup>,用上面两个公式计算无限深海面的光谱反射率。

吸收系数  $a^*$  为衰减系数  $c$  与散射系数之差。后向散射系数  $b^*$  为散射系数  $b$  在后向的分量,即 0.353676824 与散射系数的积<sup>1)</sup>。两个公式计算的结果示于表 2。

表 2 用两个公式计算的光谱反射率

波长	$c$	$b$	$a^*$	$b^*$	$\frac{b^*}{a^*}$	$\frac{b^*}{1 - e^{-2c}}$
375	0.045	0.00768	0.03722	0.002716	0.03391	0.03154
400	0.043	0.00581	0.03719	0.002055	0.02618	0.02494
425	0.033	0.00447	0.02853	0.001581	0.02625	0.02474
450	0.019	0.00349	0.01551	0.001234	0.03685	0.03308
475	0.018	0.00274	0.01524	0.000976	0.03009	0.02689
500	0.036	0.00222	0.03378	0.000785	0.01136	0.01130
525	0.041	0.00179	0.03921	0.000633	0.00794	0.00803
550	0.069	0.00149	0.06751	0.000527	0.00387	0.00409
575	0.091	0.00125	0.08975	0.000442	0.00245	0.00266
600	0.186	0.00109	0.18491	0.000386	0.00104	0.00124

虽然两个公式的由来、推导的方法各不相同,但计算的结果却比较接近。在遥感测深的最佳波段——蓝绿波段(500—550 毫微米),相差更小(在千分之五与百分之五之间)。这就从另一侧面支持了本文推导的公式。

与 Duntley 的公式比较,本文推导的公式具有方法简单、计算容易、参数容易测量,非但能计算无限深度,而且能计算有限深度的海水的反射率等优点。

### 参 考 文 献

- [1] Austin, R. W. and S. Moran, 1974. 3. Reflectance of white caps, foam, and spray. Ocean color analysis, SIO Ref. 74-10, 3-1—3-10.
- [2] Duntley, S. O., W. H. Wilson, and C. F. Edgerton, 1974. I. Detection of ocean chlorophyll from earth orbit. Ocean color analysis. SIO Ref. 74-10, 1-1—1-37.
- [3] Jerlov, N. G., 1976. Marine optics, Oxford, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam. p. 52.

$$1) \frac{\text{后向散射系数}}{\text{散射系数}} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{8\pi^4 n^2 \alpha^2 E^2}{\lambda^4} (1 + \cos^2\theta) \cos\theta d\theta}{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{8\pi^4 n^2 \alpha^2 E^2}{\lambda^4} (1 + \cos^2\theta) d\theta} = 0.353676824$$

- [4] Meyer, W. and R. I. Welch, 1977. Water resources assessment. In Manual of remote sensing. American Society of Photogrammetry, Virginia. pp. 1479—1488.
- [5] Steemann Nielsen E., 1975. Marine photosynthesis. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam. pp. 20—21.

## MATHEMATICS MODEL FOR VISIBLE REMOTE SENSING OF WATER DEPTH\*

Ping Zhongliang

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

This article is based on the fact that the density slicing figure of ERTS-1 image of Jiaozhou Bay is quite similar to the isobath figure.

The author deduced the theoretical formula for visible remote sensing of water depth from the factors of the transmittance of sea water and the reflectances of the sea bottom and the whole water column. The mathematical equation indicates the relationship between the ERTS-1 image density and sea water depth. The work affords to estimate the theoretical limit of visible remote sensing of water depth. The formula deduced has been tested through simulation experiments.

---

\* Contribution No. 702 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.