

# 渤海潮混合数值模拟

## II. 渤海主要半日分潮数值模拟中有关问题的处理

王钟楛 刘赞沛 山广林 徐洪达

(国家海洋局第一海洋研究所)

雷光耀

(中国科学院应用数学研究所)

正确地模拟出渤海潮流场是解决渤海污染扩散数值计算的关键问题,而在潮波数值模拟中,主要是如何正确地选取适合渤海区域自然条件的糙度系数和水平粘滞系数。我们采用数值模拟的方法,求出了渤海潮波数值模拟较好的糙度系数和水平粘滞系数,并对数值模拟中选用的空间网格大小、时间步长以及不同边界的划分进行了数值试验。另外,经过数值试验,我们采用了一种简便的法向导数外推法来模拟滩涂边界,得到了较好的结果。

### 一、数值模式

**浅海潮波方程式** 在笛卡尔直角坐标系中,  $xoy$  平面取在平均海平面上,  $x$  轴向东为正,  $y$  轴向北为正,  $z$  轴铅直向上为正(如图1所示)。

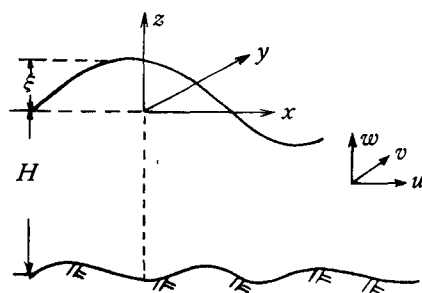


图1 坐标系的定义

Fig.1 Coordinate system

考虑地转偏向力、海底摩擦、水平侧向摩擦等因素作用的浅海潮波方程式,取垂直平均形式后为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - g \frac{u\sqrt{u^2 + v^2}}{(H + \zeta)c^2} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - g \frac{v\sqrt{u^2 + v^2}}{(H + \zeta)c^2} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(H + \zeta)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(H + \zeta)v] = 0 \quad (3)$$

其中： $\zeta$ ——水位； $f$ ——科氏参数；  
 $H$ ——水深； $g$ ——重力加速度；  
 $u, v$ ——水平方向速度； $t$ ——时间；  
 $\nu$ ——水平粘滞系数； $c = \frac{1}{n} (\bar{H})^{1/6}$  糙度系数；  
 $\bar{H}$ ——平均水深。

## 二、有关问题的处理

为了探求各种因素在数值模拟中的作用,进行了许多方案的数值试验,这里选出部分方案的试验结果分述如下。

### 1. $n$ 值的选取

对  $n$  值做了七个方案(列于表 1), 其中除 007 号方案所用的公式不同外,其它六个方案均采用  $c = \frac{1}{n} (\bar{H})^{1/6}$ ,  $\bar{H}$  为四个计算点的平均值。这七个方案的  $M_2$  分潮无潮点的位置见图 2。

表 1

方案号	001	002	003	004	005	006	007
$n$ 值*	0.01	0.0125	0.01375	0.015	0.020	0.025	$c = \frac{1}{0.05} (\bar{H})^{1/2}$

\*  $n$  的单位为  $s/m^{1/3}$ 。

从图 2 中看出,当  $n$  值自 0.01 逐渐增加到 0.025 时,北部无潮点位置在西北—东南方向的直线上从海面逐渐向大陆靠近,当  $n$  值达到 0.025 时,无潮点移到陆地上。渤海南部无潮点多数情况也是自海面向陆地移动。而  $n = 0.01375$  的情况较特殊,无潮点位置比  $n = 0.0125$  向南移动,并向西部偏移很大。

无潮点的同潮时线也发生旋转,北部以秦皇岛为例,南部以滩河口为例,列于表 2。从表中看出,除  $n = 0.01375$  外,基本上呈现随  $n$  值的增大高潮时提前的现象。

$n$  值对边界点的水位的影响,现将这七个方案在塘沽、南堡、秦皇岛、葫芦岛、营口、鲅

表 2

$n$ 值	0.01	0.0125	0.01375	0.015	0.020	0.025	$c$
秦皇岛(迟角)	302	289	270	278	260	78	263
滩河口(迟角)	152	152	236	149	145	5	315

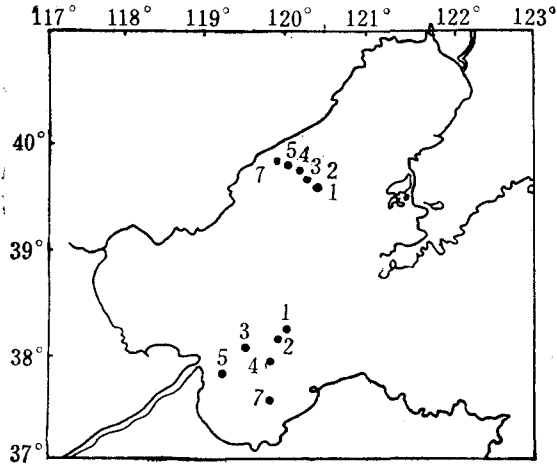


图2 不同  $n$  值无潮点位置分布图

Fig. 2 Position of amphidromic points for different value of  $n$

1—0.01; 2—0.0125; 3—0.01375;  
4—0.015; 5—0.020; 6— $c = \frac{1}{0.05} (\bar{H})^{1/2}$ .

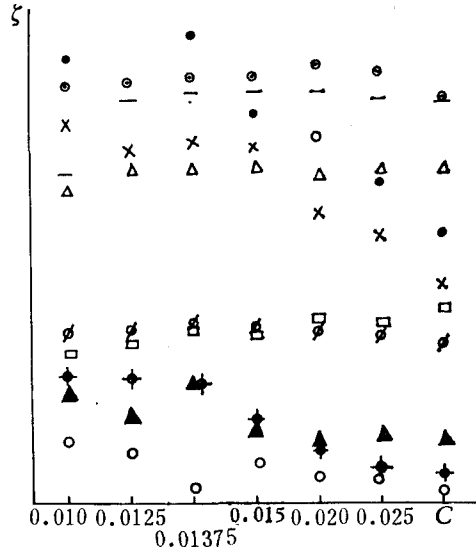


图3 不同  $n$  值各站水位振幅值

Fig. 3 Amplitude of level for different Value of  $n$  at each station

● 塘沽; × 南堡; ○ 秦皇岛;  
△ 葫芦岛; — 鲅鱼圈; □ 羊头洼;  
∅ 蓬莱; ⊕ 龙口; ⊕ 潍河口。

鱼圈、羊头洼、蓬莱、龙口、潍河口等十个地方的  $M_2$  分潮调和常数的振幅进行比较绘于图3。

从图3上看出,除  $n=0.01375$  外,渤海湾测站的水位值明显地随  $n$  的增大而减少。莱州湾水位也有随  $n$  增大而减少的趋势,而辽东湾各测站的水位则随  $n$  的增大呈现出逐渐增大的趋势。在这些计算结果中,渤海湾水位与实测比较偏高,误差都超过 10%,莱州湾水位与实测比较偏低,尤其是潍河口站调和常数的振幅值和实测值比较误差超过 10%。而辽东湾与渤海湾各站的水位与实测相近,误差一般在 10% 之内。

$n = 0.01375$  这一值是较特殊的情况,从计算结果来看,没什么明显规律,其原因还需进一步探讨。

在方程的摩擦项内

$$gu\sqrt{u^2 + v^2}/(\zeta + H)c^2; c = \frac{1}{n} (\bar{H})^{1/6}, \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{(\zeta + H)H^{1/3}n^{-2}} = \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{(H + \zeta)H^{1/3}} \cdot n^2$$

从这一表达式看出,  $n$  值越大,摩擦阻力越大,所以在渤海北部从渤海湾湾口的人射波在传播过程中耗散了大量的能量,即从大陆向外的反射波极弱,所以无潮点也就更靠近陆地。另外,由于摩擦效应,使反射波减弱,在北半球无潮点偏离入射波的左岸。这就是说,从入射波的方向看右岸的潮差比左岸大,而我们所得结果除无潮点位置随摩擦力的增大更靠近陆地以外,还向西移,即偏离入射波的左岸。

对于 007 号方案采用  $c = \frac{1}{0.05} (\bar{H})^{1/2}$ , 与上述各方案采用的经验公式不同。因对

于同样的水深具有相同的摩擦力, 即  $\frac{1}{0.05} H^{1/2} = \frac{1}{n} H^{1/6}$ , 从而可以得出  $n = 0.015 \times H^{-1/3}$ , 这一公式表明  $n$  值随水深变化, 水深越浅  $n$  值越大(表 3)。

表 3

$H$ (m)	5	10	20	30	40	50	60
$n$	0.030	0.022	0.019	0.016	0.014	0.014	0.013

渤海平均水深为 26m, 所取  $n$  值为 0.017, 从这一计算结果来看(图 2, 3), 无潮点位置、各边界点的水位值、秦皇岛的迟角等均在  $n = 0.020$  与  $n = 0.015$  之间, 这与上面总结出的规律相符。

自上述各计算方案的无潮点作一直线平行于辽东湾海岸线, 能看出在平行线的外侧(靠外海一面), 幅角约在  $340^\circ - 0^\circ - 150^\circ$  之间, 而内侧(靠陆地一边), 幅角约在  $150^\circ - 330^\circ$  之间。所以秦皇岛站的幅角值能够判断出无潮点是否在海上; 当秦皇岛幅角在  $150^\circ - 330^\circ$  之间时, 说明秦皇岛位于无潮点的内侧, 则无潮点应在海上。其幅角在  $340^\circ - 0^\circ - 150^\circ$  之间时, 说明秦皇岛位于无潮点的外侧, 则无潮点在陆地上, 七个模拟方案中, 当  $n = 0.025$  时, 秦皇岛幅角为  $78^\circ$ , 无潮点在陆地上。

计算结果除受  $n$  的影响外还有很多其它因素, 所以在这种情况下, 单纯调整  $n$  值很难得到无潮点位置和水位均符合要求的结果。

## 2. $\nu$ 值的选取

为考虑这个参数的影响, 做了八个模拟方案, 各方案条件见表 4。

表 4

方案号	008	009	010	011	012	013	014	015
$n$ 值	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.01375	0.01375	0.01375
$\nu$ 值*	0	125	1250	12500	125000	$150H = 3900$	$500H = 13000$	$20000/H = 769$

\*  $\nu$  单位为  $m^2/s$

从  $n = 0.020$  的五个方案计算结果中可以看出:

(1)  $\nu$  值在  $0 - 10^2 m^2/s$  之内, 对北部无潮点位置几乎没有影响, 在 10 km 网格上表现出无潮点出现在同一点上。  $M_2$  分潮无潮点的位置随  $\nu$  值继续增加自南向北移动,  $\nu$  越大越靠近陆地(图 4)。当  $\nu = 1.25 \times 10^5 m^2/s$ , 计算到第一潮周期 1.5 小时, 在莱州湾出现溢出现象, 即不能再继续计算下去。

(2)  $M_2$  分潮无潮点的同潮时线南部略有高潮时提前的趋势, 而北部变化不大。北部以秦皇岛为例, 南部以潍河口为例(见表 5)。

(3) 当  $n = 0.01375$  时,  $\nu$  分别有三种不同的公式, 均和水深有关, 如取渤海平均水深为 26 m, 则三种公式分别为:

$$\nu = 150H \approx 3900 (m^2/s);$$

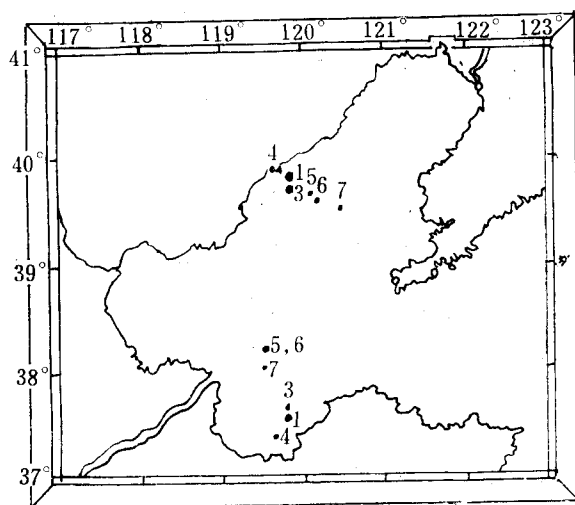


图4 不同  $\nu$  值无潮点位置分布图

Fig. 4 Position of amphidromic points for different value of  $\nu$

3—0,125; 1—1250; 4—12500; 5—500H; 6—150H; 7—20000/H。

$$\nu = 500H \approx 13000 \text{ (m}^2\text{/s)};$$

$$\nu = 20,000/H \approx 769 \text{ (m}^2\text{/s)},$$

这些方案的计算结果,  $M_2$  分潮无潮点位置均在  $n = 0.020$  各方案的无潮点的东南部,且其位置随  $\nu$  值增加自东南向西北移动。

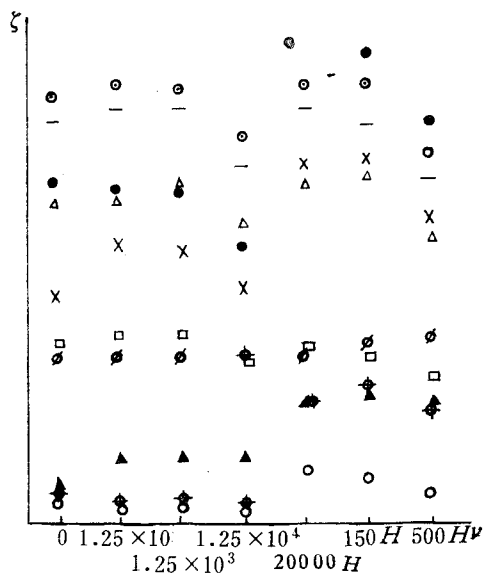


图5 不同  $\nu$  值各站水位振幅值

Fig. 5 Amplitude of level for different Value of  $\nu$  at each Station

- 塘沽;      — 鲅鱼圈;      △ 龙口;      × 南堡
- 营口;      ◊ 黄河口;      ○ 秦皇岛;      □ 羊头洼
- △ 葫芦岛;      ◊ 蓬莱。

(4) 不同  $\nu$  值对水位的影响, 如图5所示。由图可见, 在  $n = 0.020$  时, 渤海湾的塘沽站水位振幅随  $\nu$  值的增大而减小, 当  $\nu > 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$  时减小得更加明显, 南堡站当  $\nu \leq 10^2 \text{ m}^2/\text{s}$  时水位振幅值随  $\nu$  增加而增加, 然后又随  $\nu$  增加而减少; 秦皇岛站水位振幅值变化不大。莱州湾的羊头洼、蓬莱、龙口、黄河口各站水位振幅值除龙口随  $\nu$  的增加略有增加外, 一般均变化不大。这两区域的水位振幅与实测相比误差均随  $\nu$  的增加有增大的趋势。辽东湾的葫芦岛、鲅鱼圈、营口各站水位振幅值在  $\nu \leq 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$  时, 随  $\nu$  的增加变化不大; 当  $\nu > 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$  时, 又随  $\nu$  的增加而明显地减小。这区域的水位振幅与实测比较误差不大。

在  $n = 0.01375$  时, 各站水位振幅值均比  $n = 0.020$  时要大, 只有蓬莱、羊头洼这一现象不很明显, 而且绝大多数点水位振幅

表 5

$\nu$ 值	0	125	1250	12,500	125,000
秦皇岛(迟角)	260	280	259	30	溢出
潍河口(迟角)	122	102	116	10	溢出

值明显地随  $\nu$  的增大而减小。这一现象也说明在方程中,底摩擦效应比粘滞效应要强。

### 3. 划分边界的影响

边界的划分分别就 5 km, 20 km 做了五个方案进行比较, 列于表 6。5 km 边界取法见图 6。

表 6

方案号	016	017	018	019	020
$\Delta s$ (km)	5(粗)	5(细)	20	20	20

据 5km 016, 017 两方案的计算结果, 将  $M_2$  分潮无潮点位置绘于图 7。从图中看出, 5km 选用不同的边界, 北部和南部无潮点位置均相距 20 km, 同潮时线相差  $34^\circ$ 。对于水位的影响绘于图 8。这两个方案比较, 017 方案除南堡、龙口、鲅鱼圈、潍河口四个站的调和常数振幅误差超过 10% 以外, 其余各站调和常数振幅的误差均在 10% 之内; 幅角误差最大在龙口、潍河口达  $40^\circ$  左右, 最小在羊头洼, 蓬莱仅有  $4^\circ$ , 一般在  $10^\circ$  左右。而 016 方案多数站振幅误差均超过 10%。对于 5 km 两方案比较, 017 方案明显较好。

据 20 km 018, 019, 020 三方案计算结果, 将  $M_2$  分潮无潮点位置绘于图 8。从图中看出不同的边界对无潮点位置有显著的影响, 北部无潮点的距离超过了 20km。018 方案和其它两方案的同潮时线相差达  $100^\circ$ 。尤其南部对无潮点的影响更大, 在 019 方案中看

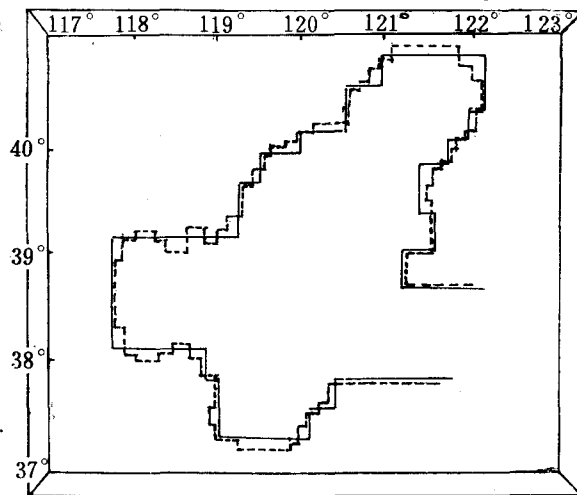


图 6 5km 两种边界划分示意图

Fig. 6 Sketch map of two kinds of boundaries for 5km grid

— 016 方案; ---- 017 方案。

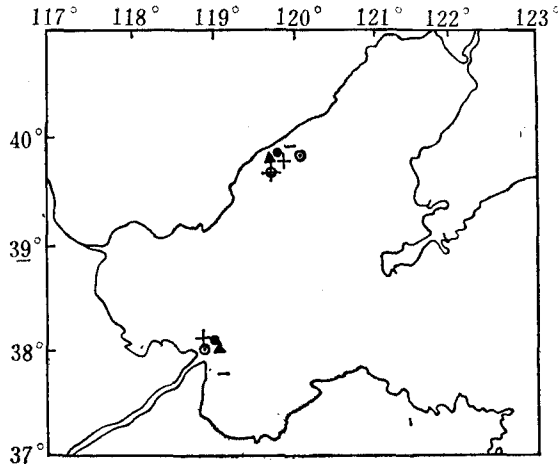


图 7 不同边界、不同  $\Delta t$ 、不同  $\Delta s$  无潮点位置分布图

Fig. 7 Position of amphidromic points for different boundaries,  $\Delta t$  and  $\Delta s$

▲ 5 km (016 方案); ○ 10 km; ● 20 km (019 方案); ◆ 018 方案;  
+ 100 s—900 s; ⊙ 1800 s (020 方案) — 017 方案。

不出无潮点的确切位置,而在 020 方案中,无潮点恰恰出现在渤海湾南部多加出的一个计算网格(400km<sup>2</sup>)的范围内。这说明割补区域时,有可能把无潮点所在位置划到了陆地上。因此,在计算中对不同边界划分多做几个方案很有必要,对无潮点地区的割补尤其要注意不能割掉过多。

这三方案对水位影响以 020 方案为最好,除南堡、葫芦岛调和常数振幅误差超过 10% 外,其余各站误差均在 10% 之内;幅角除南堡相差 10° 外,其余均在 10° 之内;据 018, 019 两方案计算结果,调和常数多数误差超过 10%。

#### 4. 空间网格距 $\Delta s$ 的选取

对  $\Delta s$  要素做了三个方案 (5, 10, 20 km), 其计算结果,  $M_2$  分潮无潮点位置见图 7。可以看出: 选取  $\Delta s$  对无潮点的影响在东西方向上变化; 10 km, 20 km 两方案无潮点位置很近, 与 5 km 的无潮点相距 10 km。10 km 与 20 km 的同潮时线相差 6°, 而与 5 km 的同潮时线相差 30° 左右。对各站水位的影响见图 8。

#### 5. 时间步长 $\Delta t$ 的选取

时间步长  $\Delta t$  的选取不仅直接影响计算时间的长短, 而且对计算结果也有

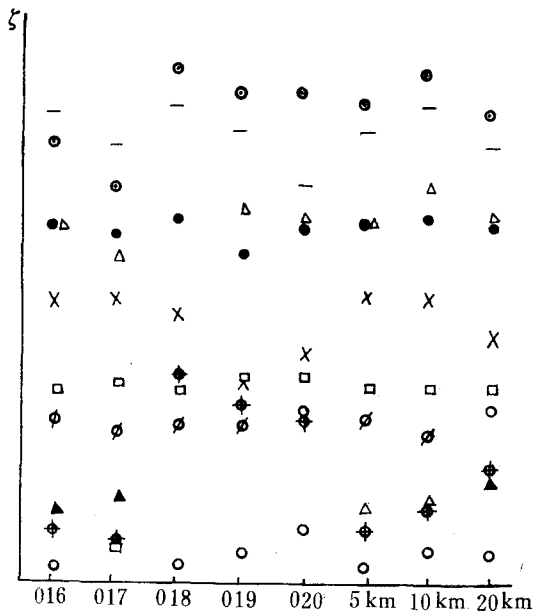


图 8 不同边界、不同网格距各站水位振幅值

Fig. 8 Amplitude of level for different boundaries and grids at each station

● 塘沽; ○ 营口; △ 葫芦岛; ◆ 潍河口; ⊙ 秦皇岛; ⊘ 羊头洼;  
— 鲛鱼圈; ⊙ 龙口; × 南堡;

影响。在 20 km 网格上我们选取了  $\Delta t$  等于 100 s, 200 s, 450 s, 900 s, 1800 s 和 4500 s 等六个方案。这些时间步长理论上符合差分方程稳定性条件, 实际上计算也是稳定的。据计算结果, 将无潮点位置绘于图 7。从图 7 看出:  $\Delta t \leq 900$  s 时,  $M_2$  分潮无潮点位置看不出变化;  $\Delta t = 1800$  s 的结果与  $\Delta t \leq 900$  s 的结果有些差异, 北部无潮点位置向右移 10 km 左右, 南部无潮点位置变化不大。

### 6. 海滩边界的处理

潮波计算中水位有高潮和低潮的变化, 因而计算点的水深不得小于该点水位的振幅, 否则就出现海区“无水”的现象, 导致荒谬的计算结果。在渤海潮波数值模拟中, 考虑到  $M_2$  分潮最大振幅在 2 m 以下, 故将闭边界取作 2 m 等深线。因此, 闭边界并不是真正的海陆边界, 只是一种近似。

渤海地形有一个重要特点, 在西部和南部有相当宽阔的滩涂, 最宽处达 30 km, 一般为数公里。在空间网格距为 5—20 km 时, 滩涂的存在是不可忽略的。在滩涂范围内的海水也同样有潮汐运动。由于滩涂水深一般都小于水位的振幅, 在此处不能建立计算点。滩涂海水的周期变化决定了穿过边界的质量流。在宽阔滩涂内质量流对边界点水位和潮汐特性的影响是不可忽略的。很显然, 采用一般闭边界的处理方法, 不能描述滩涂处潮波运动的特点。因此, 必须采用另一种类型的边界条件来模拟滩涂边界, 以期得到较为理想的计算结果。

经过多次数值试验, 我们采用了法向导数外推法来模拟滩涂边界, 做法如下:

设边界为  $\Gamma$ , 其法线方向为  $n$ , 则我们假定在  $\Gamma$  的两侧有

$$\left. \frac{\partial F}{\partial n} \right|_{\Gamma^{\text{外}}} = \delta \left. \frac{\partial F}{\partial n} \right|_{\Gamma^{\text{内}}}$$

其中  $\delta$  为常数取为 0.7 (一般取  $\frac{1}{2} < \delta < 1$ , 在此范围内计算结果无重大差异),  $F$  取为  $\zeta, u$  或  $v$  后做差分近似即可得出在滩涂外侧计算网格上的函数值, 对于上下左右四种滩涂边界, 其计算公式如下:

在上边界外侧有

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j+1} &= \zeta_{ij} + (\zeta_{i,j} - \zeta_{i,j-1})\delta \\ u_{i+1/2,j+1} &= u_{i+1/2,j} + (u_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j-1})\delta \\ v_{i,j+3/2} &= 0 \end{aligned}$$

在下边界外侧有

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j-1} &= \zeta_{i,j} + (\zeta_{i,j} - \zeta_{i,j+1})\delta \\ u_{i+1/2,j-1} &= u_{i+1/2,j} + (u_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j+1})\delta \\ v_{i,j-1/2} &= v_{i,j+1/2} + (v_{i,j+1/2} - v_{i,j+3/2})\delta \end{aligned}$$

在左边界外侧有

$$\begin{aligned} \zeta_{i-1,j} &= \zeta_{i,j} + (\zeta_{i,j} - \zeta_{i+1,j})\delta \\ u_{i-1/2,j} &= u_{i+1/2,j} + (u_{i+1/2,j} - u_{i+3/2,j})\delta \\ v_{i-1,i+1/2} &= v_{i,j+1/2} + (v_{i,j+1/2} - v_{i+1,j+1/2})\delta \end{aligned}$$

在右边界外侧有



$$\zeta_{i+1,j} = \zeta_{i,j} + (\zeta_{i,j} - \zeta_{i-1,j})\delta$$

$$u_{i+3/2,j} = 0$$

$$v_{i+1,j+3/2} = v_{i,j+1/2} + (v_{i,j+1/2} - v_{i-1,j+1/2})\delta。$$

若上述各式右端第二项在追赶法计算过程中无法得到,则取前一时刻的值代替。

对滩涂边界采用法向导数外推法计算后,所得结果与实测符合较好。采用外推后的速度分量,也无明显的峰值。

## 结 论

通过对各参数及边界条件处理的数值试验分析,可以看出糙度系数、粘性系数、时间步长、网格大小、边界划分及边界条件的处理等因素在潮波的数值计算中均起着相当重要的作用。特别是糙度系数、粘性系数及边界条件的处理影响更为显著,并且这两数值在每一特定的海区有着特定的取值范围。

本文对各参数的数值试验,确定了适用于渤海的诸参数值,同时选用了较合理的边界条件处理方法,从而比较好地模拟出了渤海的潮汐特征。

## 参 考 文 献

- [1] 陈宗镛,1980。潮汐学。科学出版社,72—80页。
- [2] 金子安雄、堀江毅、村上和男,1975。ADI法による潮流と汚染拡散数值计算—大阪湾に適用した場合について。港湾技术研究所报告 14(1): 3—61。
- [3] Leavastu, T., 1974. A vertically integrated hydrodynamical numerical model (W. Hansen type): Model description and operating. Running Instructions. Part 1: 1—65.

**NUMERICAL SIMULATION OF THE TIDAL MIXING  
IN BOHAI SEA**  
**II. TREATMENT OF PROBLEMS IN SIMULATING NUMERICALLY  
THE PRINCIPAL SEMIDIURNAL CONSTITUENT IN BOHAI SEA**

Wang Zhongjun Liu Zanpei Shan Guanglin Xu Hongda  
(*First Institute of Oceanography, National Bureau of oceanography*)

and

Lei Guangyao  
(*Institute of Applied Mathematics, Academia Sinica*)

**ABSTRACT**

In this paper, a numerical model containing the vertically integrated equation of motion and the equation of continuity, in which the Coriolis force, bottom friction and lateral viscosity are considered, is applied to numerical experiment on the roughness coefficient and the horizontal viscosity coefficient in the Bohai Sea. Some results of the numerical experiments and a method dealing with the boundary in the shallow flat tidal zone—the normal derivative extrapolation are gained.

The experiments on the space mesh and time step applied to the numerical experiments are illustrated and the influences of various space meshes (5 km, 10 km, and 20 km) time steps (100s, 200s, 450s, 900s and 1800s) on the calculation of the tide in the Bohai Sea are analysed and compared. The experiments indicate that various delimitations of the border have obvious influence upon the calculation of tide in the Bohai Sea. A brief description of them is given.