第23卷 第4期 海 洋 与 湖 沼 Vol. 23, No. 4
1992 年 7 月 OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA July, 1992

LAGFD-II 区域性海浪数值模式及其应用*

I. 海浪数值模式

潘增弟 孙乐涛 华 锋 袁业立
(国家海洋局第一海洋研究所，青岛 266003)

提要 给出了 LAGFD-II 区域性海浪数值模式，详细地导出了波数空间中的复杂特征线方程。在模式中除了含有一般的各项源函数项之外，我们还给出了波、流相互作用源函数，并对非线性相互作用源函数作了一种简化处理，模式的数值计算取得了令人满意的结果。

关键词 区域性海浪数值模式 源函数 特征线方程

LAGFD-II 区域性海浪数值模式是 LAGFD-WAM 模式的一种实用型，它是建立在物理推导基础上的。所提出的特征线嵌入计算格式在数值计算上具有明显的优点。模式包含更多项源函数，能够比较全面地模拟实际的海况。为了使 LAGFD-II 海浪数值模式能在微机上使用操作，我们对非线性相互作用源函数项作了一种简化处理，这种模式与 WAM 模式有很接近的模拟效果。采用这种模式对渤海寒潮浪和南海台风浪所作的后报模拟与实测资料符合得很好。说明 LAGFD-II 模式对实际海况模拟有很好的适用性。

一、波数谱能量平衡方程的导出

1. 总质量、总动量和总能量守恒方程

由均匀不可压缩粘性流体的运动方程和边界条件，我们可以导出如下方程[9]。

总质量:
$$\frac{\partial(h-d)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_\alpha}(\hat{M}_\alpha+M_\alpha)=0 \tag{1.1}$$

总动量:
$$\frac{\partial\widetilde{M}_\alpha}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_\beta}(\widetilde{U}_\beta\widetilde{M}_\alpha)+\frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}=\Xi_\alpha \tag{1.2}$$

总能量:
$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{2}\left(\widetilde{U}_\alpha\widetilde{M}_\alpha-\frac{M_\alpha}{h-d}\right)+\frac{g}{2}(h^2-d^2)+E\right\}\\&\quad+\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left\{\widetilde{M}_\alpha\left(\frac{\widetilde{U}_\alpha^2}{2}+gh\right)-\frac{\widetilde{U}_\alpha M_\beta^2}{2(h-d)}+U_\beta S_{\alpha\beta}+F_\alpha+U_\alpha E\right\}\\&=\widetilde{W}-\bar{\varepsilon}\end{aligned} \tag{1.3}$$

---

* 山东省自然科学基金资助项目，编号：89E0666。
LAGFD 全称是 Laboratory of Geophysical Fluid Dynamics。
接受日期：1991 年 10 月 11 日。

其中，$h=\zeta$，$\overline{M}_\alpha=\int_d^\zeta u_\alpha dx_3=\hat{M}_\alpha+M_\alpha$，$M_\alpha\equiv\overline{\int_d^\zeta U_\alpha dx_3}$；

$$S_{\alpha\beta}=\overline{\int_d^\zeta (u'_\alpha u'_\beta-\sigma_{\alpha\beta})dx_3}-\frac{M_\alpha M_\beta}{h-d}-\frac{g}{2}(h-d)^2\delta_{\alpha\beta};$$

$$F_\alpha=\overline{\int_d^\zeta \left\{u'_\alpha\left[\frac{u_i'^2}{2}+g(z-h)\right]-u'_i\sigma_{i\alpha}\right\}dx_3}$$

Ξ_α 为海面海底外力的平均；$\overline{W}$ 为海面海底外力所作功的平均。

由以上诸方程易导出平均总波动能量为：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[E-\frac{1}{2}\frac{M_\alpha^2}{(h-d)}\right]+\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left[-\frac{1}{2}\frac{\widetilde{U}_\beta\widetilde{M}_\beta^2}{(h-d)}+U_\alpha E+F_\alpha\right]$$

$$=-\frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha}S_{\alpha\beta}+(\overline{W}-\widetilde{U}_\alpha\Xi_\alpha)-\varepsilon \tag{1.4}$$

式(1.4)右端的第一项表示波、流相互作用所导致的单位时间内海流场向海波场输入的能量；第二项表示海面海底外力的总作功率与平均外力作功率之差，是外力对波动场的能量输入率；第三项表示粘性能量耗散率。

2. 波数谱能量平衡方程

在 $(a/D)^2\ll 1$ 的情况下，由方程(1.4)可知，在波数空间中基底为 $\delta A=|\delta\boldsymbol{K}'\times\delta\boldsymbol{K}''|$ 的波能包，$E=E(\boldsymbol{K})\delta A$，应满足如下能量平衡方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}[E(\boldsymbol{K})\delta A]+\nabla[(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})E(\boldsymbol{K})\delta A]$$

$$=\Gamma_+(\boldsymbol{K})\delta A-\Gamma_-(\boldsymbol{K})\delta A+\Gamma_N\delta A-(S(\boldsymbol{K}):\nabla U)\delta A \tag{1.5}$$

其中波动能波动通量 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{C}_gE$，$\boldsymbol{C}_g=C_g\boldsymbol{L}_1$，$\sigma=(gk\ \mathrm{th}kd)^{1/2}$；

$$C_g=\frac{1}{2}\frac{\sigma}{k}\left(1+\frac{2kd}{\mathrm{sh}2kd}\right),\ \boldsymbol{L}_1=\boldsymbol{K}/|\boldsymbol{K}|。$$

由波动运动方程和波动连续性方程 $\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial t}+\nabla(\sigma+\boldsymbol{K}\boldsymbol{U})=0$，$\nabla\times\boldsymbol{K}=0$ 可得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta\boldsymbol{K}'\times\delta\boldsymbol{K}'')+\nabla\cdot[(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})(\delta\boldsymbol{K}'\times\delta\boldsymbol{K}'')]=0 \tag{1.6}$$

利用(1.6)方程在垂直方向上的投影方程，

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta A+\nabla[(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})\delta A]=0 \tag{1.7}$$

消去(1.5)式中的 δA，则可得波数空间中的能谱平衡方程

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})\nabla\right\}E(\boldsymbol{K})$$

$$=\Gamma_+(\boldsymbol{K})-\Gamma_-(\boldsymbol{K})+\Gamma_N-S(\boldsymbol{K}):\nabla\boldsymbol{U} \tag{1.8}$$

式(1.8)其中右端第一、二项分别表示输入源函数和耗散源函数；第三项表示波与波弱非线性相互作用所导致的各组成波之间的能量交换；第四项表示波、流相互作用所导致的流与波之间的能量交换。

二、波数空间中的复杂特征线方程

由波数空间中的谱能量平衡方程（1.8）可知，波能包在沿特征线传播的同时，主要按输入、耗散和波、波相互作用以及波、流相互作用四种方式改变其能量及其分布。因此，计算方法应当考虑沿特征线的差分格式是很自然的。但由于现有特征线方程不足以描述可能存在的非定常背景流场的实际情况，因此，我们导出波数空间中的复杂特征线方程，将是必要的，而且具有实用性。

由群速度的定义，波能包相对于背景场的传播速度可以写成：

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt}=\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U} \tag{2.1}$$

海流和水深等背景场的不均匀性，不但改变着波动的传播方向，也改变波数的量值。这种变化规律可以用运动方程来描述。若将色散关系写成一般形式，$\sigma=\sigma(K,d)$，由波动方程易导得

$$\frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial t}+(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})\nabla \boldsymbol{K}=-\left\{\frac{\partial \sigma}{\partial d}\nabla d+\boldsymbol{K}(\nabla:\boldsymbol{U})\right\} \tag{2.2}$$

将 $\boldsymbol{L}$ 作用于上式则得

$$\frac{D_gK}{Dt}=-\left\{\frac{\partial \sigma}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial S}+\boldsymbol{K}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial S}\right\} \tag{2.3}$$

其中
$$\frac{D_g}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+(\boldsymbol{C}_g+\boldsymbol{U})\nabla。$$

同样应用无旋条件：$\nabla\times\boldsymbol{K}=0$，由 $\boldsymbol{n}$ 作用（2.2）式易导得

$$\frac{D_g\theta}{Dt}=-\frac{1}{K}\left\{\frac{\partial \sigma}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial n}+\boldsymbol{K}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial n}\right\} \tag{2.4}$$

其中 dS 沿波数方向 $\boldsymbol{L}_1$ 增加，dn 沿 $\boldsymbol{L}_1$ 左转 90° 的方向增加。以上（2.1），（2.3）和（2.4）即为所要求的复杂特征线方程，它可以适用于任意时刻的背景场。

三、诸源函数的确定

正如我们在前面指出的，随着近年来海波谱理论和第三代海浪数值模拟方法的发展，人们采用直接积分能谱平衡方程的方法来模拟海浪生成和发展过程已成为可行性。在此，我们按输入、耗散、波-波相互作用和波-流相互作用等四个方面简述在 LAGFD-II 海浪数值模式中所采用的源函数形式。

1. 输入源函数

根据 Phillips 的风浪生成的共振机制[8]和 Miles 的大气海洋近表层剪切流不稳定机制[7]，大气向海浪的能量输入源函数可写成如下形式

$$S_{in}=\alpha+\beta E(\boldsymbol{K}) \tag{3.1}$$

按 Willmarth 等[13]由风洞实验所得的实测数据，（3.1）的 α 可写成

$$\alpha(k)=80\left(\frac{\rho_a}{\rho_w}\right)^2\frac{\sigma}{g^2k^2}C_d^2(\boldsymbol{L}_1\cdot\boldsymbol{W})^4H(\boldsymbol{L}_1\cdot\boldsymbol{W}) \tag{3.2}$$

其中，$\rho_a/\rho_w = 1.25 \times 10^{-3}$；$\boldsymbol{W}$ 为 10m 高处的风速；$H(\cdot)$ 为 Heaviside 函数；按 Wu[14] 的测量，拖曳系数 C_d 可表示为

$$C_d = \left(\frac{u_*}{w}\right)^2 = (0.8 + 0.065w) \times 10^{-3} \tag{3.3}$$

按 Snyder[11] 的现场测量结果，(3.1) 式中的系数 β 可写成：

$$\beta = 0.25\delta_1 \frac{\rho_a}{\rho_w}(\boldsymbol{L}_1 \cdot \boldsymbol{W} - \delta_2 C)KH(\boldsymbol{L}_1 \cdot \boldsymbol{W} - \delta_2 C) \tag{3.4}$$

一般情况下 $\delta_1 = 1$，$\delta_2 = 1$。像 Venice 模式[15]一样用增大因子 δ_1 和 δ_2，来代替非线性源函数的作用，在计算上也常收到良好的效果，这里取 $\delta_1 = 2.5$，$\delta_2 = 0.5$。

2. 耗散源函数

海波能量的耗散主要是由海面的破碎过程和海底的摩擦作用所致。

海波破碎是一个相当复杂的过程，从理论上导出其能量损耗率一直被认为是一项极端困难的工作。Komen[6] 选用无量纲频率 $\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)$ 和归一化波陡 $\left(\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha}_{PM}}\right)$ 作为控制无量纲参数，根据 π 定理设定破碎耗散源函数具有形式，

$$S_{ds}(\boldsymbol{K}) = -a_{ds}\bar{\omega}\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^n\left(\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha}_{PM}}\right)^m E(\boldsymbol{K}) \tag{3.5}$$

在 WAM 模式上[5]用试算拟合的方法，确定上式中的诸参数为：$m = 2$，$n = 2$，$a_{ds} = 3.33 \times 10^{-5}$。其中 $\hat{\alpha} = \bar{E}\bar{\omega}^4/g^2$，$\hat{\alpha}_{PM} = 4.57 \times 10^{-3}$

$$S_{dsJ} = -1.59\bar{\omega}\left(\frac{\bar{E}\bar{\omega}^4}{g^2}\right)^2\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right)^2 E(\boldsymbol{K}) \tag{3.6}$$

Komen 的这个结果被第三代海浪数值模式（WAM）采用，作为标准耗散源函数。

海浪的第二种主要耗散机制是浅海的底摩擦效应。在波数空间中，与底摩擦

$$\tau_b = C_b \boldsymbol{U}|\boldsymbol{U}| \tag{3.7}$$

相对应的准线性形式的底摩擦源函数写成[4]

$$\begin{aligned} S_{bo} &= -C_b \frac{gk^2E(\boldsymbol{K})}{\omega^2 \mathrm{ch}^2 kd}\left\{\langle|\boldsymbol{U}|\rangle + \left\langle\frac{U_{/\!/}^2}{|\boldsymbol{U}|}\right\rangle\right\} \\ &= -C_b \frac{8k}{\mathrm{sh}2kd}\bar{\omega}\bar{E}^{1/2}E(\boldsymbol{K}) \end{aligned} \tag{3.8}$$

其中，C_b 是一个拟合常数，在 LAGFD-II 海浪数值模式中，C_b 取为 2.5×10^{-3}。

3. 波-波非线性相互作用源函数

Hasselmann[3] 首先讨论了海波谱各分量之间的非线性能量交换，并导出了波-波非线性相互作用源函数的理论表达式：

$$\begin{aligned} S_{nli}(\boldsymbol{K}) = \sigma \iiint A(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2, \boldsymbol{K}_3, \boldsymbol{K})\,[N_1N_2(N_3 + N) - N_3N(N_1 + N_2)] \\ \delta(\boldsymbol{K}_1 + \boldsymbol{K}_2 - \boldsymbol{K}_3 - \boldsymbol{K})\delta(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma)d\boldsymbol{K}_1 d\boldsymbol{K}_2 d\boldsymbol{K}_3 \end{aligned} \tag{3.9}$$

其中，$A(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2, \boldsymbol{K}_3, \boldsymbol{K})$ 为波与波相互作用函数；$N(\boldsymbol{K}) = E(\boldsymbol{K})/\sigma$ 为作用谱密度。但是，由于 (3.9) 式是一个六重 Boltzmann 积分，积分它所用的机时常是计算模式其他部

分所用机时的数十倍。虽然 Hasselmann[2] 在大量试算的基础上给出了一种参数化的计算方法。但这种方法仍涉及一个二重积分,在 PC 机上推广应用仍有困难。

在 LAGFD-II 海浪数值模式中我们采用如下简化的非线性源函数形式:

$$S_{nl} = \alpha_n \mathrm{th}[\beta_n(\sigma - \sigma_m)]E(\boldsymbol{K}) \tag{3.10}$$

其中,σ_m 可由 $\iint\limits_K S_{nl}(\boldsymbol{K})d\boldsymbol{K} = 0$ 来确定,参数 α_n, β_n 可用拟合 JONSWAP 实验中按实测波谱严格计算的非线性源函数来确定,拟合所得的系数为,$\alpha_n = 0.0046$,$\beta_n = 1.0/2\pi$。

4. 波-流相互作用源函数

流作为波浪传播的背景场,它不但影响海波的传播速度、折射及其传播方向,同时流与波之间的相互作用也导致二者之间的能量交换。由方程 (1.8) 可知波-流相互作用源函数可写成:

$$S_{cu} = -S_{\alpha\beta}\frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} \tag{3.11}$$

在小振幅波情况下易导得为[9]:

$$S_{\alpha\beta} = -\tau_{\alpha\beta} + \left[\frac{C_g}{c}L_{l\alpha}L_{l\beta} + \frac{1}{2}\left(\frac{2C_g}{c} - 1\right)\delta_{\alpha\beta}\right]E(\boldsymbol{K}) \tag{3.12}$$

这样 S_{cu} 可写成

$$S_{cu} = -\left\{\left[\frac{C_g}{c}(1 + \cos^2\theta_1) - \frac{1}{2}\right]\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{C_g}{c}\sin\theta_1\cos\theta_1\left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}\right)\right.$$
$$\left. + \left[\frac{C_g}{c}(1 + \sin^2\theta_1) - \frac{1}{2}\right]\frac{\partial U_y}{\partial y}\right\}E(\boldsymbol{K}) \tag{3.13}$$

对于特征空间和时间尺度为 100m 和 10s 的海波,当背景流场的特征空间尺度为 25km,特征速度为 2.5m/s 时,波、流相互作用源函数与耗散源函数可以达到同一量级。

四、边 界 条 件

1. 浅水处理

当波浪(特别是涌浪)由深水传入浅水时,由于海底变浅作用和强底摩擦作用,海浪会发生破碎,产生这种破碎的区域称为破碎带。目前人们还不能通过源函数的形式来处理这种浅水效应,广泛采用的是破碎波高的限制条件。

根据 Weggel[1] 提供的经验公式,这个破碎波高限制可写成为:

$$H_b = L_b \cdot 0.142\mathrm{th}\frac{2\pi d_b}{L_b} = 0.142\frac{2\pi}{K}\mathrm{th}\,kd_b \tag{4.1}$$

2. 物理空间中边界条件

有两种边界被考虑:一种是固体边界 S_o,另一种是水边界 S_w。对于固体边界,当波浪传播到岸边时,我们认为能量几乎全部耗散掉,即

$$E(\boldsymbol{x}|_{S_o}) = 0。 \tag{4.2}$$

而对于水边界 S_w,我们常根据最大风速所确定的最大风区的大小来扩展实际计算的边界,将扩展后的边界都作为固体边界处理,这样收到较好效果。

3. 波数空间中风波波数谱的极限形式

Toba 的实验和 Phillips[12,10] 的理论分析都指出，风浪谱的高频部分是具有固定谱形式，它是由 $S_{in} + S_{nl} + S_{ds} = 0$ 所确定的。

为了避免我们的模式中由于引入 S_{nl} 的变形形式而带来的误差，为此，我们引入如下谱限制：

$$E_S(\boldsymbol{K}) = \frac{p(C_d)^{1/2}\boldsymbol{WL}}{cK^4}\exp\left(-\frac{\nu g^2}{W^4K^2}\right) \tag{4.3}$$

根据 Phillips 的推荐及我们的试算结果，取 $p = 0.03$。这个谱型限制与 WAM 模式十分相似。

参 考 文 献

[1] 文圣常、余宙文，1984，海浪理论与计算原理，科学出版社，1—662。

[2] Hasselmann, K., 1960, Grundg leichungen der seegang Svorhersage, *Schiffstechnik*, **7**: 191—195.

[3] Hasselmann, K., 1963, On the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum, Part 2. *J. Fluid Mech.*, **15**: 273—281.

[4] Hasselmann, K., et al, 1973, Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), *Dtsch. Hydrogr. Inst.* A8 Nr., **12**: 95.

[5] Hasselmann, S., 1985, Computations and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part II., *J. Phys. Oceanagr.*, **15**: 1378—1391.

[6] Komen, G. J., 1984, On the existence of a full developed wind-sea spectrum, *J. Geophys. Oceanogr.*, **14**: 1271—1285.

[7] Miles, J. W., 1957, On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid Mech.*, **3**: 185—204.

[8] Phillips, O. M., 1957, On the generation of waves by turbulent wind, *J. Fluid Mech.*, **1**: 417—445.

[9] Phillips, O. M., 1977, The dynamics of the upper ocean, Cambridge University Pres., pp. 336.

[10] Phillips, O. M., 1985, Spectral and statistical of the equilibrium range in wind-generated gravity waves, *J. Fluid Mech.*, **156**: 505—531.

[11] Snyder, R. L., 1981, Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves, *J. Fluid Mech.*, **102**: 1—39.

[12] Toba, Y., 1973, Local balance in the air-sea boundary processes III. on the spectrum of wind waves, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **29**: 209—220.

[13] Willmarth, W. W., 1962, Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a think turbuten boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **14**: 187.

[14] Wu, J., 1982, Wind-stress coefficient over sea surface from breeze to hurricane, *J. Geophys. Res.*, **87**: 9704—9706.

[15] The SWAMP Group, 1985, Ocean wave modeling, Plenum Press, New York, pp. 255.

LAGFD-II REGIONAL NUMERICAL WAVE MODEL AND ITS APPLICATION

I. NUMERICAL WAVE MODEL

Pan Zengdi, Sun Letao, Hua Feng and Yuan Yeli

(First Institute of Oceanography, SOA, Qingdao 266003)

ABSTRACT

The LAGFD-II regional numerical wave model is presented based on the wave- number energy spectrum balance equation. The complicated characteristics equations describing the effect of unsteady depth and back-ground current on the wave propagation in the wave number space have been derived in detail. Various source functions, an energy input source function due to the forcing of air pressure fluctuation, an energy dissipation function caused by wave breaking and bottom friction effect in shallow water, a simplified energy redistribution function borne by wave-wave weak interaction and a wave-current interaction function producted by wave momentum flux tensor and deformation tensor of ambient current are discussed in the model. The model's numerical results are very satisfactory.

Key words Regional numerical wave model, Source function, Characteristics equation.