

杭州湾潮波三维数值模拟*

李身铎

顾思美

(华东师范大学河口海岸研究所, 上海 200062) (上海交通大学 200030)

提要 采用“ σ 坐标下的三维数值模式”来模拟杭州湾三维潮波运动, 水平方向上以较小尺度的差分网格覆盖计算区, 垂直方向上给予均匀的分层, 对占本湾水位谱总能量 80% 的半日潮波 M_2 和半日潮波 $m_1((K_1 + O_1)/2)$ 两类进行了数值模拟。水平流动和潮位的计算结果与相应的实测值拟合良好。计算表明, 水平潮流具有明显的往复流性质, 主要呈东-西方向; 流速自湾口向湾顶增加, M_2 分潮流最大可达 270 cm/s 左右, m_1 分潮流最大可达 24 cm/s 左右。在太阴时 1 和 13 时, 于湾的中部偏南存在一个弱的逆时针向的大涡旋; 在 7 和 19 时于上述位置存在一个弱的顺时针向的大涡旋。垂直流速振幅一般为 $10^{-2} - 2 \times 10^{-2}$ cm/s, 最大可达 2.5×10^{-2} cm/s, 位于乍浦附近的底层水域中。

关键词 数值模拟 σ -坐标 潮汐 潮流 垂直涡动混合

杭州湾是我国著名的强潮海湾, 其潮汐运动吸引了许多研究者的兴趣。70 年代以来, 我国不少学者对该湾的潮汐运动进行了数值模拟¹⁾(曹德明等, 1986; 李身铎等, 1986; 曹德明等, 1988; 许卫忆等, 1986), 这些工作对了解该区的潮波运动是很有意义的。不过, 他们的工作仅局限于平面二维运动, 而对该海湾的潮流垂直运动, 迄今了解甚少, 目前也很难用仪器直接测得。因而, 模拟本湾的三维潮波运动, 是很有必要的。

1 计算方法

1.1 基本方程的确定

1.1.1 x, y, z 坐标下的基本方程 杭州湾水深较浅, 水平尺度运动远大于垂直尺度的运动, 垂直涡动混合强烈, 海水密度可视为均匀分布。这样, 可把该湾的水体作为一正压流体场来处理。此时, 海水运动的基本方程可写为(于克俊等, 1987; Davies, 1980):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

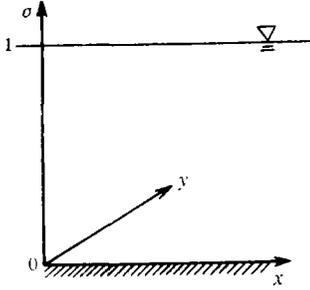
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_e}{\partial x} \\ + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目, 4850102 D061 号。本文计算方法由方国洪研究员提供, 计算程序根据朱耀华同志的程序改变, 均此一并致谢。

收稿日期: 1991 年 6 月 22 日; 接受日期: 1991 年 11 月 6 日。

1) 成安生等, 1979, 杭州湾二维潮波计算, 浙江省钱塘江工程管理局, 浙江河口海岸研究所科研成果选编, 第四辑, 164—169。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial y} \\ + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

图 1 σ -坐标系Fig. 1 σ -coordinate system

上式中 x, y, z 为笛卡尔坐标的三个坐标轴, 向东、向北、向上为正, xoy 平面位于未扰动的海平面上; p_a 为海面的大气压力; ν 和 A_H 分别为垂直和水平的涡动粘性系数。式中其他符号的意义与通用的相同。

1.1.2 x, y, σ 坐标下的基本方程 为了建立数值模式的便利, 类似于大气动力学, 海洋动力学中

也常对垂直坐标作如下变换: $\sigma = \frac{h+z}{h+\zeta}$

于是, 在海面 $z = \zeta, \sigma = 1$; 在海底 $z = -h, \sigma = 0$ (图 1), 因而整个“水深”都是 1。在作此变换后, (1), (2) 和 (3) 式则变为

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} + \frac{\partial(Hw)}{\partial \sigma} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w^* \frac{\partial u}{\partial \sigma} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} \\ + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) + \varepsilon_x \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w^* \frac{\partial v}{\partial \sigma} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial y} \\ + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) + \varepsilon_y \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $H = h + \zeta$; $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 是侧向摩擦项中因坐标变换而产生的小项, 在计算中略去。 w^* 和 w 的关系如下

$$w^* = \frac{1}{H} \left\{ w + (1 - \sigma) \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \sigma \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\} \quad (7)$$

令

$$w' = -\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^\sigma u d\sigma \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^\sigma v d\sigma \right) \quad (8)$$

将方程(8)代入(4)和(7), 可得实际计算垂直流速的公式

$$w = w' + u \left(\sigma \frac{\partial \zeta}{\partial x} - (1 - \sigma) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + v \left(\sigma \frac{\partial \zeta}{\partial y} - (1 - \sigma) \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (9)$$

海面动力学边界条件: $\sigma = 1, \frac{v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = \tau_x; \frac{v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} = \tau_y$

海底的动力学边界条件:

$$\sigma = 0, \frac{\nu}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = r u_b (u_b^2 + v_b^2)^{1/2}; \frac{\nu}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} = r v_b (u_b^2 + v_b^2)^{1/2}.$$

其中, τ_x, τ_y 分别为风应力在 x, y 两方向上的分量; r 为海底拖曳系数(李身铎等, 1985, 1987); u_b 和 v_b 为海底 u, v_0 值; ν 是垂直涡动粘性系数, 可从下式得到

$$\nu = \nu_0 + \frac{l^2}{H} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$$

其中, $l = k_0(H\sigma + z_0)(1 - \sigma/\mu)$; ν_0 为分子粘性系数; z_0 为海底粗糙长度; k_0 为 von-Karman 常数; μ 为海面糙度参数。

1.2 方程的离散及有限差分格式

采用在空间及时间上均交错的网格离散上述基本方程, 各计算点配置见图 2, 图中 K 表示垂直方向分层的层数。在时间方向上, 在 $t = n\Delta t$ 层 ($n = 0, 1, 2, \dots$) 计算速度场 (u, v, w); 在 $t = (n + 1/2)\Delta t$ 层, 计算水位场 ζ 。

2 杭州湾潮汐、潮流的计算

取东开边界为杭州湾口芦潮港-金塘山-穿山断面, 西开边界为乍浦-东进闸断面, 南北为海岸的闭边界之计算水域。采用正方形计算网格, 格距 $\Delta S = \Delta x = \Delta y = 2250\text{m}$ (图 3)。由于本区水域较浅, 垂直涡动混合也较强烈, 故垂直向上仅分三层。每层平面计算内点为 1283 个, 边界点为 201 个。水域内最大水深为 50m 左右, 根据计算稳定的 Courant-Fredrich-Lewy 判据 $\Delta t \leq \Delta S / (2gh_{\max})^{1/2}$ 。

为了计算潮汐、潮流调和常数方便, 取时间步长 $\Delta t = 1$ 太阴日/1440 = 62 103 005s。

闭边界取法向速度为 0; 东西开边界共 56 个点, 用作为时间函数的潮位值给出边界值, 其计算式为

$$\zeta = \sum_{j=1,2} H_j \cos(j\omega t - \theta_j) \quad (10)$$

其中, $H_1 = H_{m_1} = (H_{o_1} + H_{K_1})/2$, $H_2 = H_{M_2}$; $\theta_1 = g_{m_1} = (g_{o_1} + g_{K_1})/2$, $\theta_2 = g_{M_2}$, 分别为主要月分潮和 M_2 分潮的调和常数; $\omega = 2\pi / (24.84 \times 3600\text{s}) = 0.7025945 \times 10^{-4}/\text{s}$, 为日潮波角速率。由于东开边界临近钱塘江, 该边界的水位边界值还应加以由径流引起的增量。

计算从静止的初始状态即 $u = v = w = \zeta = 0$ 开始, 经三个周期 ($4320\Delta t$, 一个周期 = $24 \times 60 \times \Delta t = 24.84\text{h}$, 为 M_2 分潮周期的二倍) 后, 流速 u, v, w 和 ζ 的计算结果与第二周期最后一小时算得的相应值相比较, 流速和水位的最大差值分别小于 0.40cm/s 和 0.4cm ; 计算至第五个周期最后一小时 ($7200\Delta t$), u, v, w 和 ζ 与第四个周期最后一小

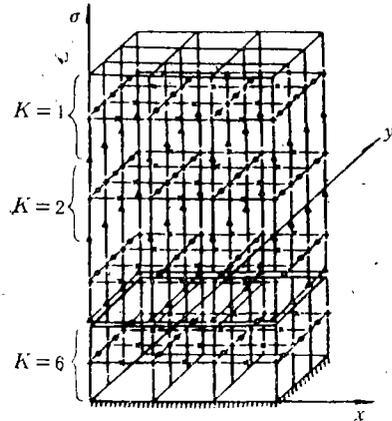


图 2 网格上变量的位置

Fig. 2 Location of variables on the horizontal and vertical grids

+ $\zeta, H, h, \rho_a, \sigma$; \times u, τ_x ; Δ w ,
 w', w^*, r ; \circ v, τ_y .

时相应流速和潮位计算结果的最大差值分别减至 $0.000\ 02\text{cm/s}$ 和 $0.000\ 02\text{cm}$ 。此时认为计算已达稳定。最后取该周期等时间间隔的 24 组 u, v, ω 和 ζ 值作为本计算的结果。为了能更好地描述杭州湾的潮波运动,再根据这些结果,算得各分潮的调和常数和潮流椭圆要素。

为了验证计算结果的正确性,以湾内 8 个长期潮位站(图 3)观测资料算得的潮汐调和常数作为标准,与相应地点的计算结果作比较。其中迟角的平均绝对误差:全日分潮 M_1 为 6.7° ,半日分潮 M_2 为 2.2° ;振幅的平均绝对误差分别为 2.6cm 和 7.5cm ,相对误差则分别为 10.1% 和 2.8% 。

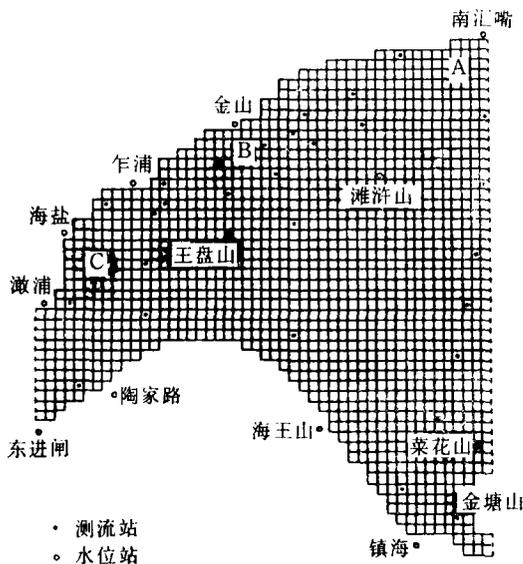


图 3 计算网格与验证测站

Fig. 3 the grida of computation region and observation stations for making a check

在潮流方面,由于观测资料的时间序列较短,加之本身观测误差较大,因而根据实测资料算得的潮流调和常数与计算值吻合的程度没有象潮汐那样好。计算结果与该水域内 31 个测站(图 3)的潮流调和常数作比较, M_2 分潮北分量迟角的平均绝对误差为 9.8° ,振幅的平均绝对误差为 14.5cm/s ,相对误差为 19.3% ;流速较大的东分量拟合得比较好,迟角的平均绝对误差 9.6° ,振幅的平均绝对误差为 12.7cm/s ,相对误差为 9.6% 。

此外,根据实测资料绘制的平均最大涨、落潮流图(图 4)及计算结果绘制的 M_2 分潮流椭圆长轴图(图 5)比较一致。因此可以认为,本计算所

模拟的杭州湾潮波运动,虽有一定误差,但尚能反映该区潮汐和潮流的真实情况。

3 杭州湾潮波的基本特性

3.1 潮汐

根据计算结果绘制的 M_2 和 $(K_1 + O_1)/2$ 分潮的等振幅和同潮时线图(图 6)分析可知, M_2 潮首先经湾口南部的金塘山附近传入,入湾后向西方向传播,到海湾的中部逐渐折向西南直至湾顶。传播过程中,岸边传播速度比中部略快,北岸比南岸略快。一个潮周期内整个杭州湾每隔 2 太阴时的潮位变化见图 7。潮波从湾口传至湾顶(约 100km),大约需两个半小时。 M_2 分潮振幅在湾口南

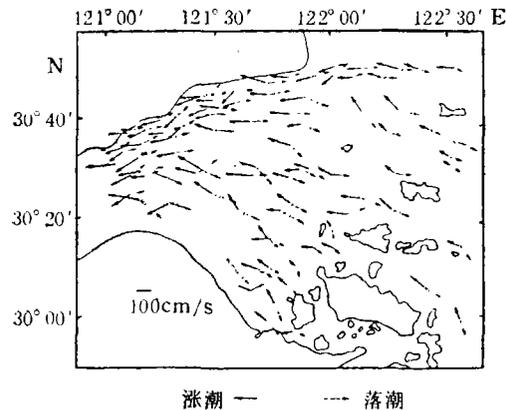


图 4 实测涨落潮流

Fig. 4 the observed flood-ebb current

部最小,约 90cm,随着向西传播沿程增大,至湾顶最大达 250cm 左右。 m_1 分潮则首先从湾口北部的南汇附近传入,然后以西南向向湾内传播。振幅的分布与 M_2 分潮相类似,于湾口南部最小为 27cm,于湾顶处最大,约 37cm。

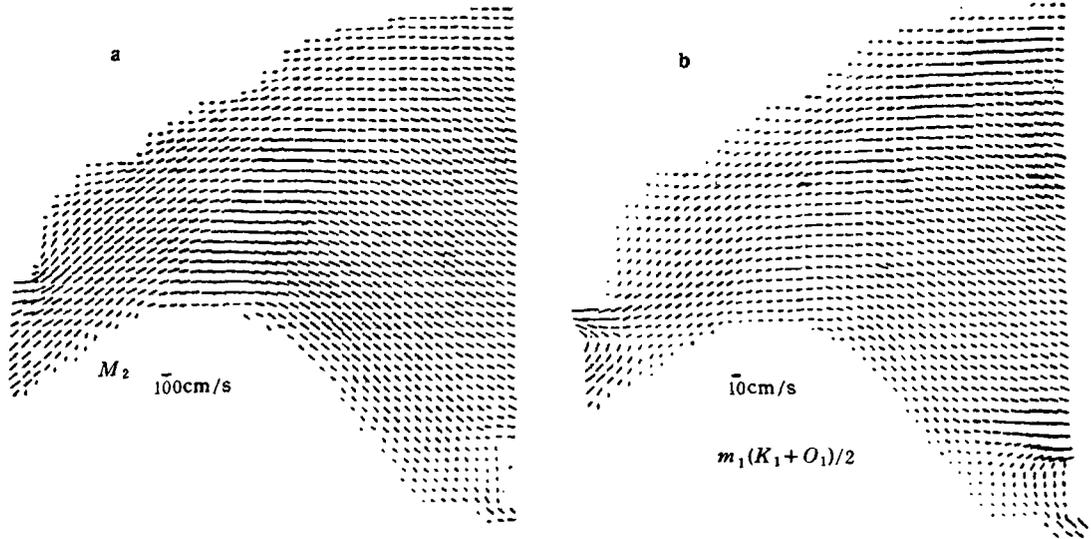


图 5 潮流椭圆长轴

Fig. 5 The major axes of the tidal current ellipse

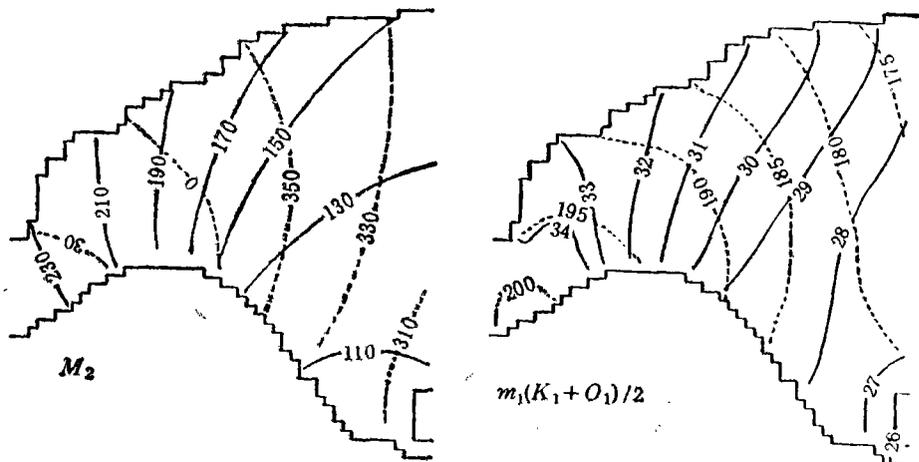


图 6 同潮时线和等振幅线

Fig. 6 The cotidal alchart and corange lines

——振幅; ---位向。

3.2 潮流

3.2.1 水平流动 根据计算所得的 M_2 , m_1 潮的椭圆长轴分布(图 5)可知,潮流明显地受地形约束,流向与岸线走向颇为一致,主要呈东-西方向。计算水域的潮流均具有较强的往复流性质,潮流椭率在 ± 0.01 — ± 0.10 范围,转流时间较短。流速自湾口向湾顶随

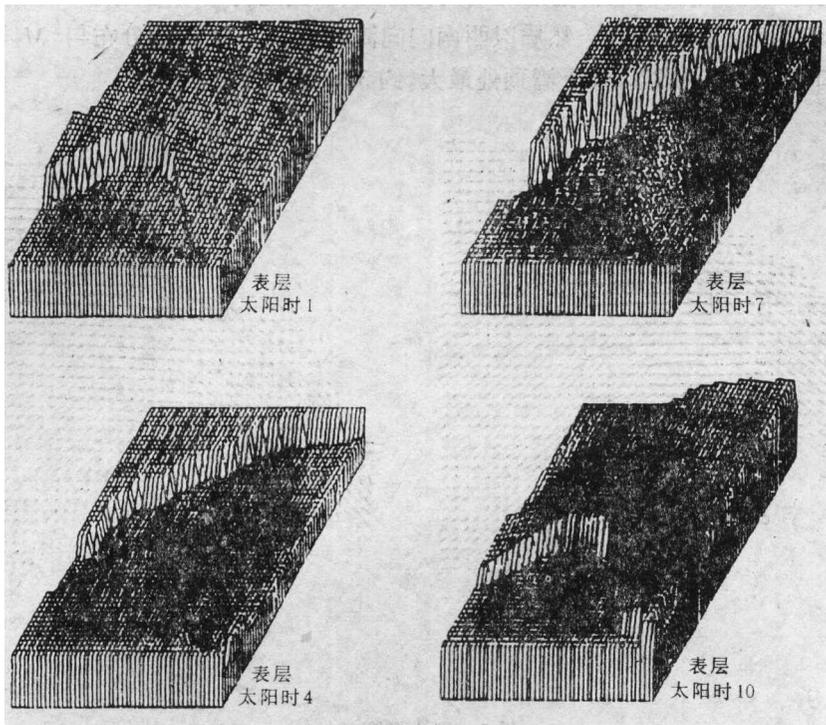


图 7 潮位变化

Fig. 7 The tidal elevation

着海湾的束窄而逐渐增加,湾顶 M_2 分潮流最大流速可达 270cm/s 左右; m_1 分潮流则达 24cm/s 左右。就整个海湾而言,乍浦断面以东,北部的潮流比南部强,乍浦断面以西则相反。由流矢逐时分布图(图 8)看出,在一个半日潮周期中,于太阴时 1 时(和 13 时)在湾中心偏南存在一逆钟向的大涡旋,此时,湾的西部为弱涨潮流,而湾的东部为弱落潮流,约于太阴时 4 时(和 16 时),全海湾有最强的落潮流;于太阴时 7 时(和 19 时),湾中心有一顺钟向的大涡旋,此时海湾的东部为弱涨潮流、湾的西部为弱落潮流;而于太阴时 10 时(和 22 时),则海湾有最强的涨潮流。水平潮流的最大流速随深度减小,约平均每深 1m 减少 5cm/s ,越近海底递减越快。这种垂直向下递减的梯度自东向西增大(图 9)。

3.2.2 垂直流动 杭州湾的垂直潮流在中国近海水域是比较大的,其振幅一般为 $0.01\text{—}0.02\text{cm/s}$ 左右(图 10)。靠近北岸的中部,垂直流动的速度及其变率均为本湾之冠,最大可达 0.23cm/s 左右。例如,在乍浦附近水域于太阴时 4 时和 16 时的时候,垂直向下流速最上层最大可达 0.12cm/s ,下层可达 0.18cm/s ;于太阴时 10 时和 22 时的时候,垂直向上流速上层最大可达 0.16cm/s ,下层可达 0.25cm/s ,一般下层垂直流速的平均变化大于上层。

3.3 潮波基本特性

由以上分析可以看出,杭州湾的总体潮波自东向西传播,因而各种潮汐现象存在着相应的分布和变化规律。从分潮的同潮时线来看,杭州湾内的潮波似属前进波性质。但就整个湾而言,最大流速和高潮不是同时发生:在湾口,最大流速发生后约 1.5 个太阴时

水位达高潮；在湾的中部，两者差约 2 个小时；在湾顶处，最大流几乎发生在半潮位，而憩流则与高低潮位同时发生。据此，杭州湾的总体潮波似越向西越显驻波性质。一般说来，落潮流伴随着向下的垂直运动，而涨潮流伴随着垂直向上的运动。最大的水平流动和垂直流动同时发生(图 11)。

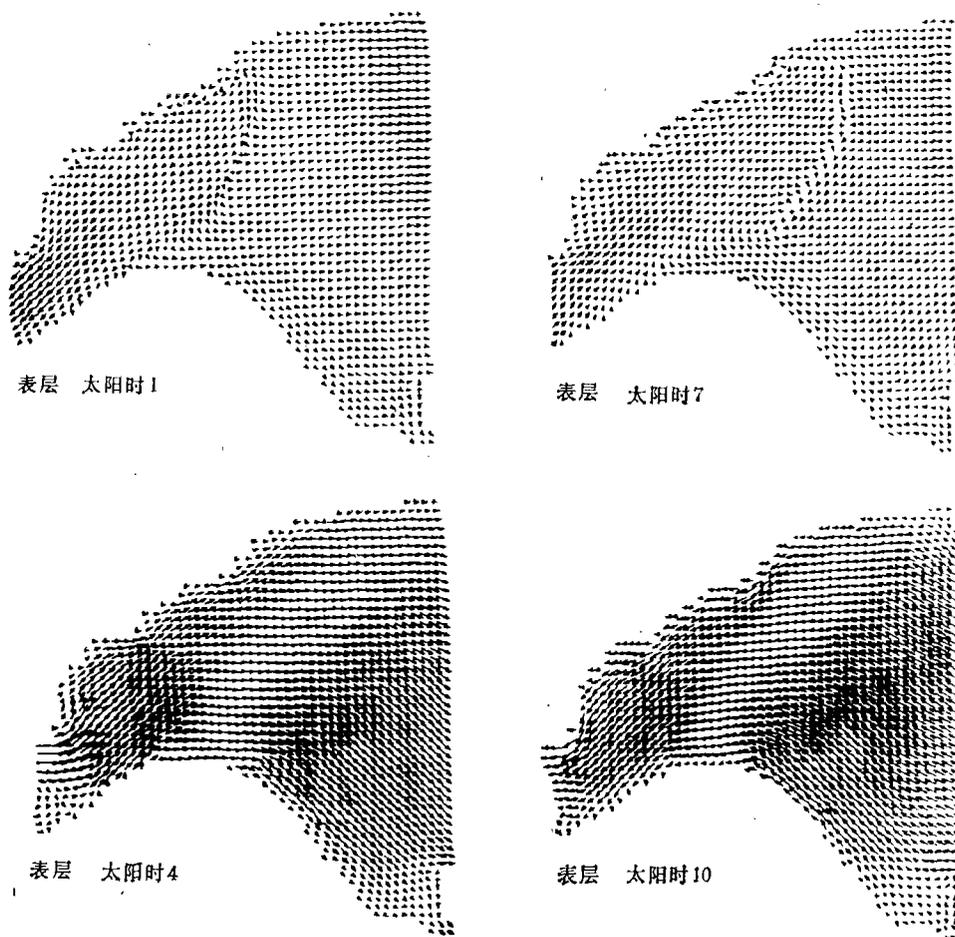


图 8 计算流矢

Fig. 8 Computed current vectors

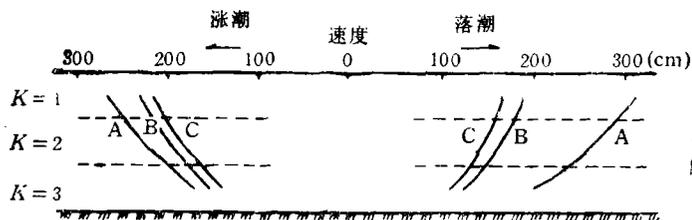


图 9 水平潮流的垂直变化

Fig. 9 The vertical distribution of horizontal current velocity

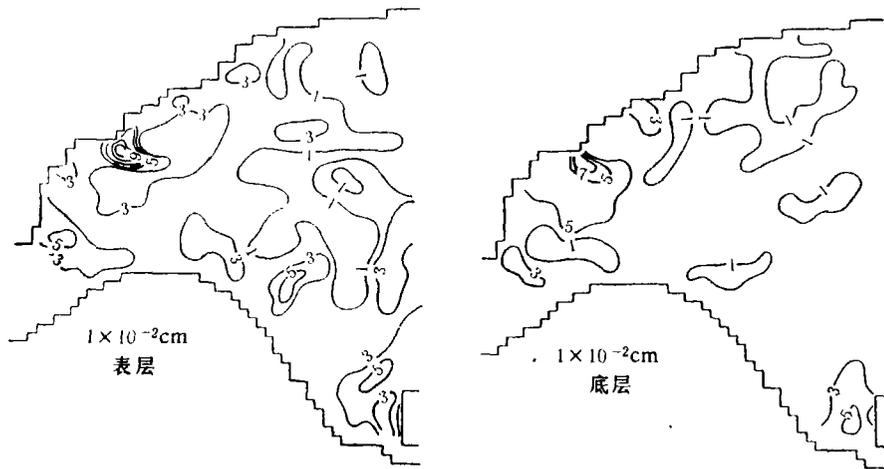


图 10 平均垂直流速分布
Fig. 10 The amplitude of vertical current velocity

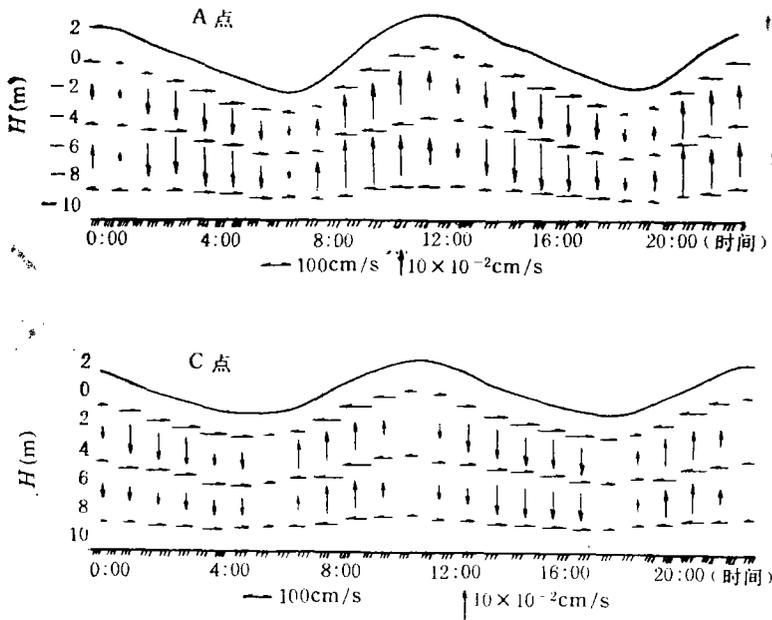


图 11 水位、水平流和垂直流关系
Fig. 11 Relation between elevation, horizontal and vertical current velocities

4 结语

本文采用 σ 坐标系下的流体运动方程式作为基本方程, 对杭州湾的主要分潮波 M_2 和 $(K_1 + O_1)/2$ 进行了三维的数值模拟。计算结果与观测值吻合良好。因此, 据此对杭州湾潮汐、潮流的基本特性的讨论也是可信的。在计算过程中, 当计算至第三潮周期时, 计算已趋于稳定, 因而可以认为本计算所采用的计算方法是可取的。但须指出, 由于进行的是三维模拟, 加之本计算中的差分网络数是迄今为止该区所有差分计算中最多

的一次,因而计算量十分大,这样垂直向上只能取有限的层次。此外,对杭州湾水域有一定影响的 S_2 和四分日潮未预计算,这是本模拟明显不足之处。还须指出,据计算结果绘制了大量的图幅,因文章篇幅所限,不能同时发表。

参 考 文 献

- 于克俊、张法高,1987,渤海波运动的三维数值计算,海洋与湖沼,18(2): 227—235。
 许卫亿、苏纪兰,1986,杭州湾二维潮波计算及底质分布的动力成因,海洋与湖沼,17(6): 493—503。
 李身铎等,1985,杭州湾潮流湍应力和涡动粘性的估算,海洋学报,7(4): 412—422。
 李身铎等,1986,杭州湾 M_2 潮的数值模拟,海洋学报,8(2): 232—241。
 李身铎、胡 辉,1987,杭州湾流场的研究,海洋与湖沼,18(1): 28—37。
 曹德明、方国洪,1986,杭州湾潮汐潮流的数值计算,海洋与湖沼,17(2): 94—101。
 曹德明、方国洪,1988,杭州湾和钱塘江潮波的联合数值模型,海洋学报,10(5): 521—530。
 Davies, A.A., 1980, On formulation of a three-dimensional hydrodynamic sea model with an arbitrary variation of vertical eddy viscosity, *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*, 22(1980):187—211.

3D NUMERICAL SIMULATION OF TIDAL WAVES IN HANGZHOU BAY

Li Shenduo

(Institute of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai 200062)

Gu Simei

(Shanghai Jiao Tong University, 200030)

ABSTRACT

The movement of tidal waves in the Hangzhou Bay is simulated by using a 3-dimensional numerical model of the barotropic ocean hydrodynamics. In order to have the same number for the vertical dividing layers in the computational region, the σ -coordinate, and staggered scheme in time and space, were adopted. The terms of vertical viscosity eddy are determined implicitly. In Hangzhou Bay the main tidal waves-semidiurnal constituent M_2 and diurnal constituents $m_1((K_1+O_1)/2)$, which account for over 80 per cent of the total energy in the level spectrum, are dominant. Their amplitudes of the tide and velocity of the tidal current are about 2.5m, 0.37m and 2.7m/s, 0.24m/s respectively. Topography and water depth have obvious influence on the current field. The orientation of the maximum velocity of the M_2 constituent of tidal current coincides basically with the trend of the bay topography. The velocity of the tidal current increases gradually from the east to the west. The characteristic of the rectilinear current is very strong. The ellipticity of the M_2 constituent of tidal current is about ± 0.01 —0.1. The maximum velocity reduces downwards about 5 cm/s per meter. The average amplitude of the vertical tidal current is about 0.01—0.02 cm/s and its maximum velocity can reach about 0.25 cm/s. The harmonic constants of the tide and tidal current can be obtained from the calculated results in the paper.

Key words Numerical simulation 6-Coordinate Tide Tidal current Vertical coefficient mixing