

风浪频谱中的特征量

侯一筠 王涛

(中国科学院海洋研究所, 青岛 266071)

提要 在三参量风浪频谱的基础上对谱参量进行深入地研究, 给出了谱参量与风场要素、波场要素的关系, 提供了依据风场要素、波场要素及实测波浪资料计算谱参量的方法。从而可以依据上述因素直接计算出三参量风浪频谱。此外还根据谱宽度的变化, 描述了风浪频谱的成长方式, 解释了传统的波陡、波龄关系中经验常数的不同选取所代表的物理背景。

关键词 风浪频谱 谱参量 谱宽度

风浪频谱既能够揭示风浪的内部结构, 又可以描述风浪的对外表现特征, 因而风浪谱的研究无论是在对风浪本身的严格描述或在风浪预报及海洋工程等实际应用中都是非常重要的。风浪谱中的特征量严格地制约着风浪谱的量值特征及其变化规律。本文的目的就是在我们(1990)已提出的三参量风浪频谱的基础上对谱的参量进行深入地研究, 给出谱参量与风场要素(风速、风区、风时)及波场要素(波高、周期、波陡、波龄)的关系, 并给出依据实测波浪资料计算谱参量的方法, 从而明确三参量风浪频谱的实用意义。

1 参量化的风浪频谱

迄今对风浪频谱的研究已提出了许多谱形, 其中较普遍采用的是

$$S(\omega) = \frac{K}{\omega^p} \exp[-F\omega^{-q}] \quad (1)$$

其中指数 p, q 常取为定值; K, F 包含风场要素或波场要素作参量。该谱形的特点是结构简单, 对实测风浪谱的适应性强。在此我们也采用这种谱形。

所谓谱的参量化指的是采用因次分析方法, 在谱中引入直接或间接反映风或其它外界影响的参量, 进而利用此参量化的谱来描述风浪的变化特征。亦即: (1) 将谱形中的 K, F, p, q 等量用参量表示出来; (2) 建立参量与风场要素或波场要素之间的关系, 从而得到风浪谱的发展变化。

在谱中通常采用的参量有两类, 一类为风场要素, 另一类为某种特征波要素, 有时两类参量同时出现。由于风要素与波要素间存有因果关系, 故采用波要素做参量也能间接反映风的影响。又因在应用问题中常直接使用波要素, 故以波要素为参量的谱被广泛采用。

对于由(1)式所表示的传统谱形, 以谱参量参量化后的形式为

中国科学院海洋研究所调查研究报告第 2154 号。

收稿日期: 1990 年 5 月 24 日; 接受日期: 1991 年 4 月 8 日。

$$\begin{cases} \tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{S(\omega)\omega_0}{m_0} = q \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p-1}{-q}} \Gamma^{-1}\left(\frac{p-1}{q}\right) \tilde{\omega}^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} \tilde{\omega}^{-q}\right] \\ \tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0} \end{cases} \quad (2)$$

其中 ω_0 和 m_0 分别为谱峰频率和谱的零阶矩。

第三个谱参量为能够描述谱形细致结构和风浪发展状态的谱宽度 B , 把 B 引进谱形 (1) 中就可获得普遍形式的三参量风浪频谱。例如: B - λ 谱, 对 p, q 做 λ -替换, $p = \frac{\lambda}{\lambda-1}$, $q = \frac{1}{\lambda-1}$, 可得 $B = \frac{\lambda-1}{\lambda} e^\lambda$, 三参量的 B - λ 谱为:

$$S(\omega) = \frac{m_0}{\omega_0 B} (\omega/\omega_0)^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} ((\omega/\omega_0)^{-q} - 1)\right] \quad (3)$$

可以看出, 当 λ 从 1 变至 1.25 (相应于 B 从 0 变至 0.698) 时, 风浪由单色波发展为充分成长状态, 谱形 (3) 则描述了风浪发展的整个过程。

2 谱参量与风要素、波要素之间的关系

显然, 如要依据风场要素或波场要素计算风浪谱, 就必须给出 m_0, ω_0, B 与风场要素或波场要素的关系。风浪在发展过程中可分为两种状态, 一为相对于风区成长称为定常状态; 另一为相对于风时成长称为过渡状态。对于前者有: $\hat{m}_0 = \hat{m}_0(\hat{x}), \hat{\omega}_0 = \hat{\omega}_0(\hat{x}), B = B(\hat{x})$; 对于后者有: $\hat{m}_0 = \hat{m}_0(\hat{t}), \hat{\omega}_0 = \hat{\omega}_0(\hat{t}), B = B(\hat{t})$ 。其中: $\hat{m}_0 = m_0 g^2 / U^4$; $\hat{\omega}_0 = \omega_0 U / g$; $\hat{x} = xg / U^2$; $\hat{t} = t g / U$ 。

迄今为止, 海洋工作者对 m_0 及 ω_0 相对于风区的变化做了大量的研究, 给出了几种形式的经验公式, 其中尤以 Hasselmann 等 (1973) 根据 JONSWAP 试验的观测数据所得到的结果 $\hat{m}_0 = 1.6 \times 10^{-7} \hat{x}$ 与 $\hat{\omega}_0 = 22 \hat{x}^{0.33}$ 受到较为普遍的重视。在此也将采用它们来计算 m_0 及 ω_0 , 本节的主要工作之一就是建立 B 与 \hat{x} 的关系。

由 JONSWAP 的试验结果可得 $\hat{S}(\hat{\omega}_0) = \frac{S(\omega_0)g^3}{U^5} = \alpha e^{-1.25 \hat{\omega}_0^{-5} \gamma}$, 其中 α, γ 亦随 \hat{x} 变化, 依 Snyder 和 Mitsuyasu 分别给出的结果 $\alpha = 0.57 \hat{x}^{-0.5}$, $\gamma = 7.0 \hat{x}^{-\frac{1}{7}}$, 可得

$$B = \frac{m_0}{\omega_0 S(\omega_0)} = \frac{\hat{m}_0}{\hat{\omega}_0 \hat{S}(\hat{\omega}_0)} = 3.28 \times 10^{-2} \hat{x}^{0.32} \quad (4)$$

但是当 $\hat{x} = 1.58 \times 10^4$ 时 $\hat{\omega}_0 = 0.877$, 风浪处于充分成长状态, 谱为 P - M 谱, $B_{PM} = 0.698$, 而由 (4) 式 $B(1.58 \times 10^4) = 0.72 \neq B_{PM}$ 。为此尚需对 B 与 \hat{x} 的关系进行订正。此处, 可以在满足 $B(1.58 \times 10^4) = 0.698$ 的条件下, 找出与 (4) 式具有对数最小均方误差的函数 $B = \mu \hat{x}^r$, 最后得到

$$B = 3.34 \times 10^{-2} \hat{x}^{0.314} \quad (5)$$

至此, 即可计算三参量风浪频谱随风区的成长变化规律。进而依 Wen 等 (1989) 给出的风区与风时的关系 $\hat{x} = 0.01196 \hat{t}^{1.3}$, 亦可计算三参量风浪频谱随风时的变化规律。图 1 为三参量风浪频谱随风区的变化, 可以看出, 当 $\hat{x} < 5.50 \times 10^3$ ($B < 0.50$) 时, 谱的成长方式与 JONSWAP 谱的成长类似 (具有超射现象), 而当 $\hat{x} > 5.50 \times 10^3$ ($B > 0.50$) 时, 谱按 Ijima 给出的方式成长, 谱中各个频率组成波的能量均随风浪成长而增大。

在实际应用中,人们往往要求依据给定的波场要素来计算风浪谱。下面建立三个谱参量与波场要素之间的关系。

首先,由传统的海浪统计理论知 $m_0 = \frac{1}{2\pi} \bar{H}^2$ (\bar{H} 表示平均波高)。其次,利用 B 可将 ω_0 与 \bar{T} (平均周期) 建立关系

$$\omega_0 = \frac{\bar{\omega}}{R(B)} = \frac{2\pi}{\bar{T}R(B)} \quad (6)$$

其中:

$$R(B) = \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{p-3}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

由此可见, B 与波场要素的关系是解决问题的关键所在。在此,可通过谱参量与风区的关系建立 B 与波陡 (δ)、波龄 (β) 之间的关系。这里的 δ, β 的定义是 $\delta = \frac{\bar{H}}{\bar{L}}$, $\beta = \frac{\bar{C}}{U}$ (\bar{L} 为平均波长; C 为平均波速)。

利用 $\bar{H} = \sqrt{2\pi m_0}$ 与 $\omega^2 = \frac{2\pi g}{L} [1 + f(\delta)](f(\delta)$ 表示色散关系的非线性部分) 可得

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{m_0} \bar{\omega}^2}{g[1 + f(\delta)]} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\bar{m}_0} \bar{\omega}_0^2 \frac{R^2}{[1 + f(\delta)]} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega} \bar{L}}{2\pi U} = \frac{g[1 + f(\delta)]}{\bar{\omega} U} = \frac{1 + f(\delta)}{\bar{\omega}_0 R} \quad (8)$$

于是 $\delta\beta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\bar{m}_0} \bar{\omega}_0 R$

$$\begin{aligned} \text{因 } \sqrt{\bar{m}_0} \bar{\omega}_0 &= (1.6 \times 10^{-7} \text{t})^{\frac{1}{2}} \cdot 22\text{t}^{-0.33} = 8.8 \times 10^{-3} \text{t}^{0.17} \\ &= 8.8 \times 10^{-3} \left(\frac{B}{3.34 \times 10^{-2}} \right)^{\frac{0.17}{0.314}} = 5.5 \times 10^{-2} B^{0.54}, \end{aligned}$$

$$\text{故 } \delta\beta = 2.19 \times 10^{-2} B^{0.54} R(B) \quad (9)$$

若将 Wen 等 (1988a) 给出的结果 $R(B) = (2.165 - 0.1721B^{-1})^{\frac{1}{2}}$ 代入 (9) 式可得

$$\delta\beta = 2.19 \times 10^{-2} (2.165 - 0.1721B^{-1})^{\frac{1}{2}} B^{0.54} \quad (10)$$

上式结果说明,波陡、波龄关系受谱宽度制约,这是对传统结果的一个有力改进。过去一般认为 $\delta\beta = C$ (C 是可由经验确定的常数),事实上,本文给出 $C = C(B)$,且 $C(B)$ 随 B 的增大而增大(见图 2)。

从物理意义上看,波陡、波龄关系应取决于风浪状态,而我们所定义的谱宽度参量 B 正是成长状态参量,故波陡、波龄关系应随谱宽度的改变而改变。此外,文献中列出了三种不同的经验常数 C (汪炳祥, 1990), 它们分别是: 0.0145, 0.0199, 0.0231。由 (10) 式

可知与其对应的 B 值分别是: 0.303, 0.484, 0.582。因 $0.303 < 0.5$, $0.484 \sim 0.5$, $0.582 > 0.5$, 从风浪谱成长方式的探讨, 可知它们分别对应于风浪谱的不同成长方式, 这正说明了传统波陡、波龄关系中经验常数的不同选取所表的物理背景。

另外, 如在 (7), (8) 中略去 δ 的高阶项, 可以分别得到 δ , β 与 B 的关系:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{m_0 \omega_0^2 R^2(B)} = 1.36 \times 10^{-2} B^{-0.51} (2.165 - 0.1721 B^{-1}) \quad (11)$$

$$\beta = \frac{1}{\omega_0 R(B)} = 1.61 B^{1.05} (2.165 - 0.1721 B^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

至此, 即可依据波场要素计算出所述的三参量风浪频谱。

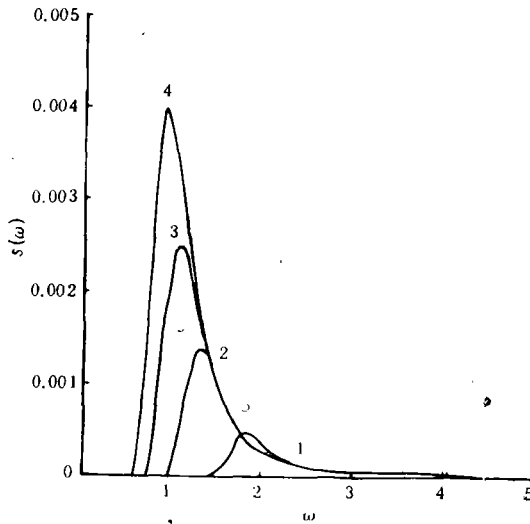


图 1 谱的成长方式

Fig 1 The developing mode of the spectrum

1. $\bar{x} = 2\ 000$, $B = 0.36$; 2. $\bar{x} = 5\ 500$, $B = 0.50$;
3. $\bar{x} = 10\ 000$, $B = 0.60$; 4. $\bar{x} = 15\ 876$, $B = 0.698$ 。

(纵坐标 $s(\omega)$ 应为 $\hat{s}(\omega)$)

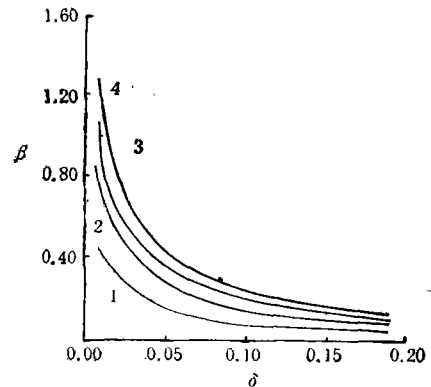


图 2 δ - β 关系

Fig 2 δ - β relationship

1. $B = 0.100$; 2. $B = 0.300$;
3. $B = 0.500$; 4. $B = 0.698$ 。

3 由波浪实测资料计算谱参量的方法

由实测波浪资料计算波谱已有成熟的方法。根据所计算的实测波谱即可计算 m_0 , ω_0 , B , 从而可获得三参量的风浪频谱。在此, 我们不用谱估计方法, 直接由实测资料简单地计算出三个谱参量, 进而得到实测三参量风浪频谱。

经验得知, 据实测连续波浪资料容易计算 $\bar{H}(m_0$ 随之确定) 及 \bar{T} , 由 (6) 式可得

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}R(B)} = \frac{2\pi}{\bar{T}} (2.165 - 0.1721 B^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

下边估计谱宽度 B 。

(1) 设风速 U 为已知, 则

$$\delta\beta = \frac{\bar{H}}{L} \cdot \frac{\bar{C}}{U} = \frac{\bar{H}}{C\bar{T}} \cdot \frac{\bar{C}}{U} = \frac{\bar{H}}{TU} \quad (14)$$

由 (10) 式可得

$$\frac{\bar{H}}{\bar{T}U} = 2.19 \times 10^{-2} (2.165 - 0.1721 B^{-1})^{\frac{1}{2}} B^{0.54} \quad (15)$$

上式左端为已知数, 求解这个关于 B 的方程就能得到谱宽度 B 。

(2) 记 N_0 及 N_1 分别为波面跨零个数与波面极值个数, 则有 $N_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{\frac{1}{2}}$, $N_1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{m_4}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\bar{T} = 2\pi \left(\frac{m_0}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (其中 $m_r = \int_0^\infty \omega^r S(\omega) d\omega$, $r = 0, 2, 4$)。于是

$$\left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2 = \frac{4}{\bar{T}^2 N_1^2} = \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad (16)$$

而由谱形(3)又有

$$\frac{m_2^2}{m_0 m_4} = \frac{\Gamma^2\left(\frac{p-3}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right) \Gamma\left(\frac{p-5}{q}\right)} = \frac{\Gamma^2(3-2\lambda)}{\Gamma(5-4\lambda)} \quad (17)$$

结合以上两式, 可以得到

$$\left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2 = \frac{4}{\bar{T}^2 N_1^2} = \frac{\Gamma^2(3-2\lambda)}{\Gamma(5-4\lambda)} \quad (18)$$

显然, 通过实测资料读取 N_0 , N 或 N_1 , \bar{T} 即可估计谱宽度的孪生量 λ , 从而能够计算出 p , q 及 B 。

综上所述, 根据实测资料能够较易地获得三个谱参量, 因此不用谱估计方法也能得到三参量的风浪频谱

$$S(\omega; m_0, \omega_0, B) = \frac{m_0}{\omega_0 B} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-q} - 1\right)\right] \quad (19)$$

此谱又可以表示成以平均波高, 平均周期及谱宽度为参量的三参量风浪频谱

$$S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, B) = \frac{\bar{H}^2 \bar{T} R(B)}{4\pi^2 B} \left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, B)}\right)^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, B)}\right)^{-q} - 1\right)\right] \quad (20)$$

另外, 利用前边给出的 $B-\delta$, $B-\beta$ 关系还可以得到分别以 \bar{H}, \bar{T}, δ 和 \bar{H}, \bar{T}, β 为参量的三参量风浪频谱

$$S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, \delta) = \frac{\bar{H}^2 \bar{T} R[B(\delta)]}{4\pi^2 B(\delta)} \left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, \delta)}\right)^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, \delta)}\right)^{-q} - 1\right)\right] \quad (21)$$

$$S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, \beta) = \frac{\bar{H}^2 \bar{T} R[B(\beta)]}{4\pi^2 B(\beta)} \left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, \beta)}\right)^{-p} \exp\left[-\frac{p}{q} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0(\bar{T}, \beta)}\right)^{-q} - 1\right)\right] \quad (22)$$

4 结束语

风浪谱的三个参量可依据风场要素或波场要素较准确地计算出来, 从而获得三参量的风浪频谱。一向受重视的波陡、波龄关系受谱宽度制约, 它随谱宽度变化而改变, 即随风浪发展状况而改变。文中给出的两种依实测资料计算谱宽度的方法是简易可靠的。依据风场要素和波场要素由文中给出的关系式可以获得 $S(\omega; m_0, \omega_0, B)$, $S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, B)$,

$S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, \delta)$, $S(\omega; \bar{H}, \bar{T}, \beta)$ 等不同形式的三参量风浪频谱。由于谱宽度的引入, 可以把谱的两种不同的成长方式联系起来, 从而解释了传统的波陡、波龄关系中经验常数的不同选取所代表的各种物理背景。

参 考 文 献

- 侯一筠、文圣常, 1990, 三参量的风浪频谱, 海洋与湖沼, 21(6): 495—504。
 汪炳祥, 1990, 海浪的 δ - β 关系的探讨, 青岛海洋大学学报, 20(3): 1—9。
 Hasselmann, K. et al., 1973, Measurements of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) ERGANRUNGSVEFT ZEIT, *Peput, Hydr. Zeit.*, 12:95。
 Wen. S. C. et al., 1989, A hybrid model for numerical wave forecasting and its implementation, Part 1, The wind wave model, *Acta Oceanol. Sin.*, 8:1—11。
 Wen. S. C. et al., 1988a, Theoretical wind wave frequency spectra in deep water—I From of spectrum, *Acta Oceanol. Sin.*, 7:1—16。

CHARACTERISTIC PARAMETERS OF THE WIND WAVE SPECTRUM*

Hou Yijun, Wang Tao

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao 266071)

ABSTRACT

On the basis of the proposed spectrum with three parameters, a further study was made on the relationship between spectrum parameters and wind parameters, spectrum parameters and wave parameters. The significance of this study is that: 1) the theory of parameterizing wind wave spectrum further satisfactorily established, 2) the variation in wind wave feature is described, 3) the characteristic feature of wind waves is obtained by calculating from wind wave spectrum, and 4) the developmental changes in wind waves based on in situ observation data.

The traditional relationship between wave steepness (δ) and wave age (β) depends upon the spectrum width (B) in developing states of the wind wave. Some kinds of wind wave spectral are proposed with three parameters. A new conclusion is derived that developing mode of the spectrum changes as its width varies.

Key words Wind wave spectrum Spectrum parameters Spectrum width

* Contribution No. 2154 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.