

杭州湾潮致余流数值研究*

李身铎 孙卫阳

(华东师范大学河口海岸研究所, 上海 200062)

提要 运用 1959 年 10 月—1992 年 5 月在杭州湾 250 余测次海流周日连续观测资料, 运用 σ 坐标系下的三维潮波控制方程, 模拟该湾的欧拉余流, 进行欧拉余流产生机制的数值试验; 并根据欧拉流动的数值计算结果, 采用拉格朗日速度在欧拉流场的近似展开, 求得水质点运动的轨迹和速度。结果表明, 杭州湾潮致余流的最大余流速度为 46.0 cm/s, 惯性效应是杭州湾潮致余流产生的主要原因; 杭州湾拉格朗日余流场主要被逆时针的大涡旋控制, 表层和底层的拉格朗日流有较大差别。一个潮周期中, 水质点大致运行了一个极扁的椭圆轨迹, 其长轴约 10—20 km, 而标识水质点净位移约 1—3 km。

关键词 潮波 数值模拟 欧拉余流 拉格朗日余流 质点输移 杭州湾

潮致余流对物质的输运和长期分布有重要的贡献, 而且是一种与所处地域的地形密切相关的永久特性。海流计测得的余流信号常被潮流信号的噪声所混淆, 非线性的海流计误差也可导致错误的余流记录, 通过观测手段难以获得十分可信的余流。因此从理论上或数值上研究潮致余流是非常必要的, 特别对潮大流急的杭州湾, 潮致余流的研究更具特殊意义。

1 潮波运动的模拟

源潮波进入浅海区, 除了仍保持其原特性外, 还由于非线性效应产生倍潮和复合潮波以及周期较长的或定常的运动。在潮波运动的模拟中, 采用 σ 坐标下的潮波动量方程和连续方程作为控制方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} + \frac{\partial(H\omega)}{\partial \sigma} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial \sigma} - fv &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho_a}{\partial x} + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) + \varepsilon_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial \sigma} + fu &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho_a}{\partial y} + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) + \varepsilon_y \end{aligned} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目, 4850102 D 061 号。李身铎, 男, 出生于 1938 年 8 月, 副教授。

收稿日期: 1993 年 10 月 20 日, 接受日期: 1994 年 4 月 28 日。

式中, $\sigma = (h + Z)/(h + \zeta)$, 以它替换常用的 Z 坐标(李身铎等, 1993)。杭州湾水域属非正规半日潮海区, 开边界水位值由

$$\zeta = H_0 + \sum_{i=1}^4 H_i \cos(\sigma_i t - g_i) \tag{2}$$

推算而得, 由于我们计算的是潮致余流, 可取 $H_0 = 0$ 。 H_i, g_i 为分潮的调和常数, 这些天文大潮是: $M_2, (K_1 + O_1)/2, M_4$ 和 M_6 。方程(1)–(2)进行差分离散, 计算网格空间步长 $\Delta x = \Delta y = 2\ 250\text{m}$, 时间步长 $\Delta t = 1$ 太阴时/60 = 62s。计算经 5 个太阴日后完全达到稳定, 所得水位和潮流值得到实测值的验证(李身铎等, 1993)。

2 欧拉余流的计算

2.1 欧拉余流定义和实测余流场 流体参数 \bar{v} 的欧拉余流定义为:

$$\bar{v}_{Er} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{v} dt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{v} \tag{3}$$

式中, T 为 M_2 分潮周期的 2 倍。根据 1959—1992 年杭州湾 250 余测次海流周日连续观测资料, 算得的欧拉余流(见图 1) 可以看出, 海湾中部的余流基本向东北偏东方向流动。湾口特别是南部以东南方向流动为主。贴近北岸水域, 有涡旋存在, 流向较乱。余流速度一般为 5cm/s 左右, 最大可达 40cm/s。总的来看, 这种统计的余流场, 远不象潮流那样有规律, 这表明杭州湾余流较复杂, 但其中也必定含有各种余流和非余流因素的干扰; 同时还因为在运用式(3)计算实测余流时, T 或 N 只能取太阴分潮周期的近似值, 由此而算得的余流, 必然与由各种调和分潮非线性相互作用产生的余流有一定差异, 并往往也会与长周期分潮产生的流动混合一起。因此实测余流与潮致余流往往不尽相同。

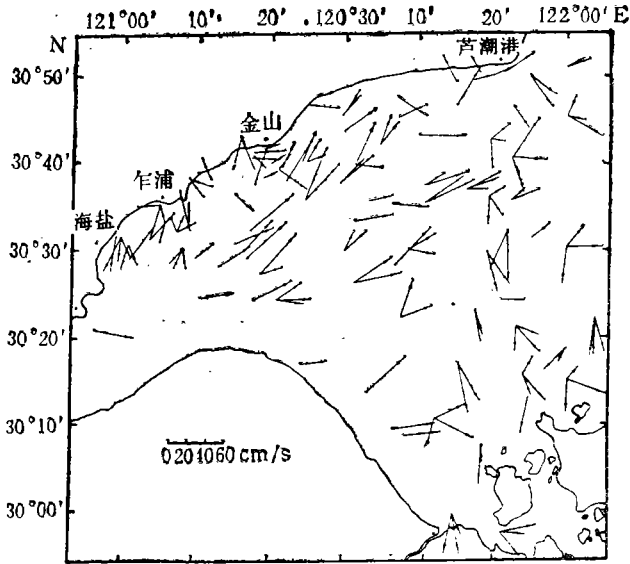


图 1 欧拉余流

Fig. 1 The Eulerian residual currents from field observation based on data of in 1959—1992 in Hangzhou Bay

数值模拟中算得潮流 V 后, 亦按式(3)计算欧拉余流, 其中取 $N = 24 \times 60 = 1\ 440$, $T = 2 \times 12.42$ 时, 则 $\Delta t = 62.103\ 005\text{s}$, 这样算得的欧拉余流基本排除太阴分潮波噪声和潮流的影响。从绘制的欧拉余流场(图 2) 可看出, 最大余流速可达 46.0cm/s, 发生在地形最复杂的湾顶。湾顶、湾中和湾口表层平均流分别为 29, 4 和 11 cm/s, 一般约 5—10cm/s。流向比较复杂, 湾顶有一个顺时针向的强回流, 沿北岸有几个强度不等的涡旋, 湾口南部余流向南, 除此, 一般以东北流向为主。流速随深度增加递减, 湾顶、湾中和

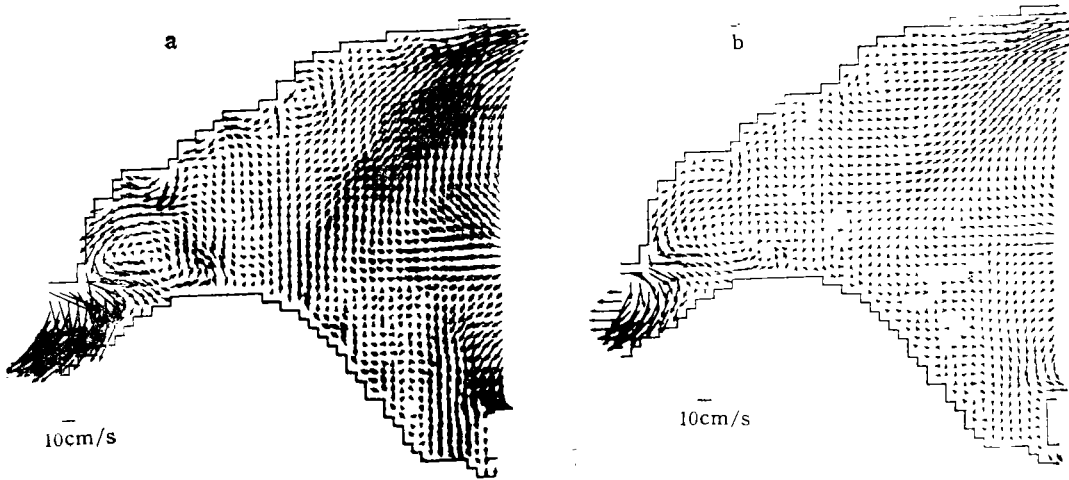


图 2 潮致欧拉余流(根据计算)

Fig. 2 The calculated tide-induced Eulerian residual currents in Hangzhou Bay

a. 表层 ($V_{\max} = 46.0\text{cm/s}$); b. 底层 ($V_{\max} = 30\text{cm/s}$)。

湾口的表层和底层平均流速分别为 24.0, 3.5, 9.0cm/s 和 15, 4.0, 6.5cm/s。

2.2 余流发生机制试验 从水深试验、系数试验、科氏力项和平流项试验 3 方面探讨。

2.2.1 水深试验 (1) 将各计算点水深增大 0.5 倍, 湾顶平均流速增大一倍, 达 61cm/s; 湾中北部流速增加最大, 平均达 12cm/s; 但湾口南部流速却减小, 北部涡旋消失。(2) 将各计算点水深减小一半时, 湾顶和湾中流速略有增加, 但湾口流速增大一倍, 平均流速大 20cm/s。(3) 将各计算点水深取等深 (10m) 时, 流场未发生较大变化。

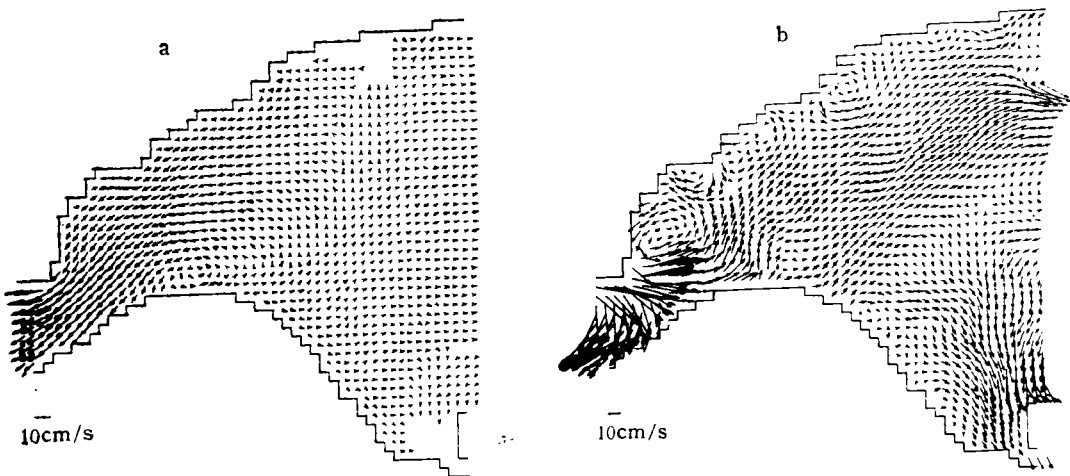


图 3 不考虑平流项的欧拉余流(表层, $V_{\max} = 15.3\text{cm/s}$) (a) 和钱塘江最大径流时欧拉余流(表层, $V_{\max} = 63.0\text{cm/s}$) (b)

Fig. 3 The Eulerian residual currents without consideration of non-linear advection terms (surface layer $V_{\max} = 153\text{cm/s}$) from Hangzhou Bay (a) and during maximum discharge in the Qiantang River (surface layer $V_{\max} = 63.0\text{cm/s}$) (b)

2.2.2 系数试验 海底摩擦系数 (r), 水平涡动粘性系数 A_H , 垂直涡动粘性系数 ν 分别取表 1 中不同值(李身铎等, 1985; 方国洪等, 1988) 计算, 结果表明, 计算流速及涡旋的强度随系数的增大而减小(见表 1), 特别在狭窄的湾顶表现更为明显, 但对流向无很大影响。

表 1 各系数与杭州湾欧拉余流流速的关系

Tab. 1 The relation between the coefficients and the Eulerian residual currents in Hangzhou Bay

底摩擦系数 (r) $\times 10^{-3}$	水平涡动粘性系数 (A_H) (m^2/s)	垂直涡动粘性系数 (ν) (m^2/s)	流 速 (cm/s)					
			湾顶		湾中		湾口	
			平均	最大	平均	最大	平均	最大
0.67	1 000	按公式计算 ¹⁾	42.8	76.0	5.5	8.0	13.5	27.0
1	1 000	按公式计算 ¹⁾	30.9	45.0	3.4	6.0	11.5	25.0
2	1 000	按公式计算 ¹⁾	20.5	35.0	3.2	5.0	8.1	20.0
1	5 000	按公式计算 ¹⁾	9.0	13.0	2.5	5.0	7.2	15.0
1	2 000	按公式计算 ¹⁾	17.4	30.5	3.0	5.0	7.8	18.0
1	500	按公式计算 ¹⁾	40.1	82.0	5.2	8.0	13.4	29.0
2	2 000	按公式计算 ¹⁾	12.4	19.4	2.6	5.0	7.4	17.0
1	1 000	0.01	27.1	44.0	2.5	5.0	8.1	20.0
1	1 000	0.02	19.2	28.0	2.3	5.0	8.1	20.0

$$1) \nu_0 + \frac{l^2}{H} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

2.2.3 科氏力项和平流项试验 (1) 不计科氏力项 ($f \times V$), 杭州湾南部余流强度将增大, 于湾顶和湾口特别明显。(2) 不计平流项 ($V \cdot \nabla V$), 算得余流的强度剧减, 湾顶最大流速仅 13 cm/s, 平均为 10 cm/s; 湾口平均流速减至 1.8 cm/s (分别约为有平流项流速的 1/3 和 1/6); 而海湾中部的流速减小不多, 约为 3.4 cm/s。此情况下涡旋几乎不存在, 流向发生很大变化, 基本向西和西南流动(图 3a)。这与芬地湾的情况类似(Tee, 1976, 1977)。

2.3 径流影响试验 西界的钱塘江流量以芦茨埠站流量为代表, 日平均最大流量为 28 000 m³/s, 最小为 224 m³/s, 年平均流量约为 1 000 m³/s。用式(2)计算西边界 ζ 值时, H_0 取 0.090 m 时, 算得通过该断面的人湾流量约为 29 000 m³/s, 以此模拟西部径流最大可能的影响, 同时在东边界北部各计算点也加以相应的 H_0 以模拟长江径流的影响, 此地算得的余流场(图 3b) 在湾顶处最大流速达 63 cm/s, 平均约为 32 cm/s, 湾中和湾口平均分别为 4.2 cm/s 和 16 cm/s, 这表明由于钱塘江和长江径流的加入, 可使湾顶最大流速增强 15—20 cm/s 左右, 湾中和湾口的欧拉余流均有不同程度的增加。需特别指出, 长江径流对杭州湾口的余流有较大的影响, 它不仅使流速有所增加, 而且使潮致欧拉余流的方向发生较大的变化, 湾口北部由原来的东北方向变成东南方向, 这与实测余流场(图 1) 较一致。

3 拉格朗日余流计算

拉格朗日余流在物理概念上有别于欧拉余流。杭州湾潮大水浅, 尚不能满足 $\zeta/h \ll 1$

的弱非线性条件,因此难以用国内外常用的摄动技巧(王辉等,1992; Longuet-Higgins, 1969; Oonishi, 1977; Zimmerman, 1979; Feng, 1987)处理控制方程,来研究水质点的空间运动。本文在欧拉流动数值计算的基础上,采用拉格朗日速度在欧拉流速场中的近似展开,以求得水质点运动的轨迹和速度。

设初始时刻 $t = t_0$ 标识在 α 处的水质点具有拉格朗日速度 $U_L(\alpha, t_0)$, 那么在任一时刻 t , 该标识点则具有拉格朗日速度 $U_L(\alpha, t)$, 并在空间欧拉场 $U_E(X, t)$ 中移至 $R(\alpha, t) = \bar{x}$, 因而拉格朗日速度与欧拉速度之间的关系有

$$U_L(\alpha, t) = \bar{U}_E[R(\alpha, t), t] \quad (4)$$

如果初始时刻 t_0 起历经一微小时间段 $\Delta t = |t_1 - t_0| \ll T$, T 为潮汐周期, 该标识点所具的拉格朗日速度为:

$$U_L(\alpha, t_0 + \Delta t) = U_E[\bar{R}(\bar{\alpha}, t_0 + \Delta t), t_0 + \Delta t] \quad (5)$$

其位置为:

$$R(\bar{\alpha}, t_0 + \Delta t) = \alpha + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} U_L(\bar{\alpha}, t) dt \quad (6)$$

若取 $n\Delta t = t_n = T_m$ 为主要半日分潮 M_2 的周期, 则经这一周期 T_m 后, 标识点漂移的距离为:

$$\begin{aligned} R(\alpha, t_n) - R(\alpha, t_0) = & \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \frac{\Delta t}{2} [U_E[R(\alpha, t_0 + i\Delta t), t_0 + i\Delta t]] \right. \\ & + U_E[R(\bar{\alpha}, t_0 + i\Delta t), t_0 + (i+1)\Delta t] \\ & + \frac{\Delta t^2}{2} [U_E[R(\alpha, t_0 + i\Delta t), t_0 + i\Delta t] \cdot \nabla_H U_E \\ & \left. \cdot [R(\bar{\alpha}, t_0 + i\Delta t), t_0 + i\Delta t]] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

进而可得到拉格朗日余流的计算式: $U_{Lr} = [R(\alpha, t_n) - R(\alpha, t_0)]/n\Delta t$ (8)

根据式(8)计算起始时刻分别在 $t_0 = 0, 3, 6, 9$ 时, 即在高平、落高、低平和涨急 4 个太阴时起始, 各历经一个太阴半日潮 M_2 周期为止的拉格朗日余流场。图 4 给出高平和低平两种情况的表层流场。从计算结果可知(1)杭州湾除湾顶和湾口外, 4 种情况的拉格朗日余流基本类似, 但表底层流场有明显的差异。北部表层流动主要沿海岸向西和西南流。随深度增加, 流速减小, 流向偏左, 至底层为西南和南向流。湾内南部以东向流为主。湾口南端有北向流, 上下层余流差别较大。(2)拉格朗日余流表层一般小于 2 cm/s , 底层小于 1 cm/s 。由于湾顶和湾口南端地形较复杂, 以不同起始时刻计算的余流有较大的不同: 以高平和落急起算的最大流约 23 cm/s , 发生在湾口南端; 以低平、涨急起算的余流在湾顶和北部较强, 湾顶处最大流速达 30 cm/s 。(3)杭州湾水域东部存在着一个逆时针向的主涡旋, 中心位置在滩浒岛东南, 这个涡旋基本上控制着整个海域的余流: 北部流向湾内, 南部流向湾外。湾顶南部有一逆时针向的涡旋, 于表层涨急起算的余流场中较强。湾口南端金塘岛附近有一顺时针向绕岛涡流, 以落急起算强度最大。在近岸水域有若干小涡旋发生。

根据式(7)可算得湾内任何地点和时间标识的水质点在一定周期内的运动轨迹。选取其中 14 个标识点绘于图 6。从计算结果可知, 在 M_2 潮周期间, 表层各标识点在海湾

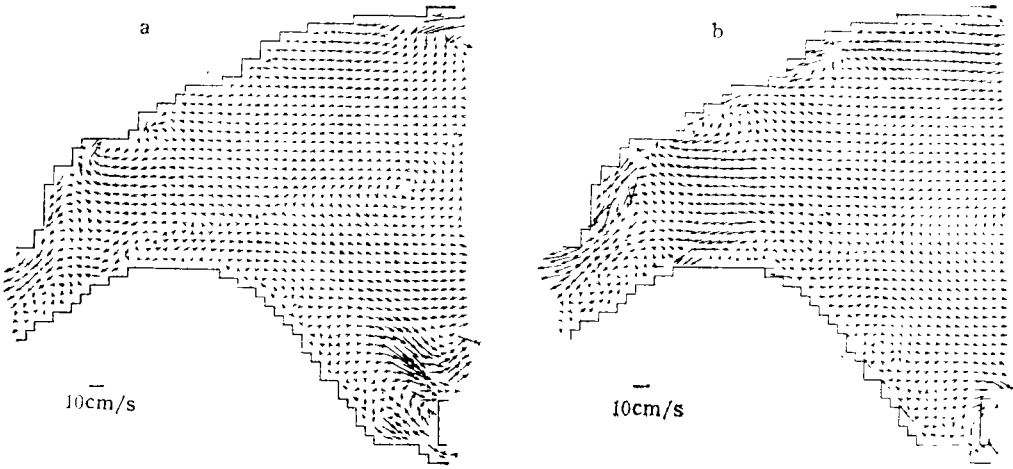


图 4 M_2 潮周期时段的拉格朗日余流场

Fig. 4 The Lagrangian residual currents during M_2 period in Hangzhou Bay

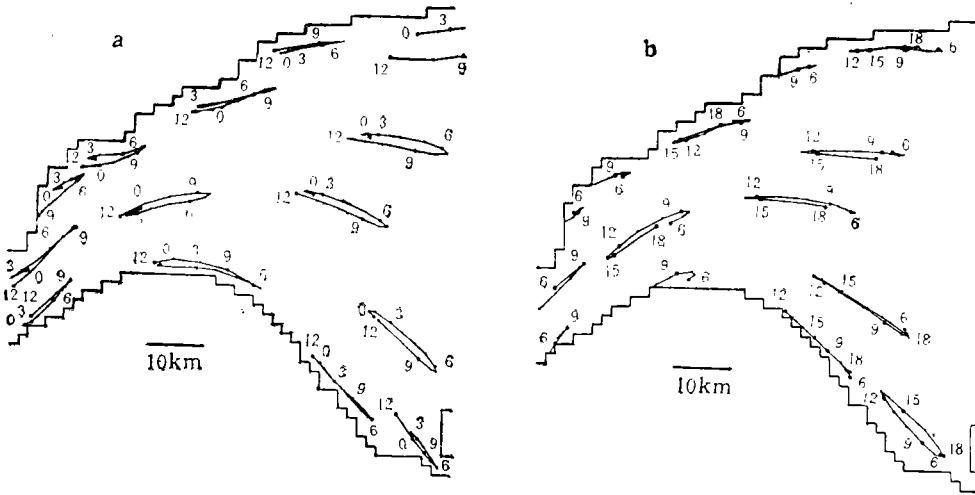


图 5 M_2 潮周期时段的标识点输移轨迹

Fig. 5 The transport tracks of water particles during a M_2 tidal period in Hangzhou Bay

a. 表层 0 时(高平)起始; b. 表层 6 时(低平)起始。

运行了一个不封闭的极扁椭圆形(在近岸几乎在一直线上往返运动),其长轴与海岸平行,标识点运动的潮程约为 20km 左右。椭圆不封闭缺口的长度即示拉格朗日漂移,它比潮程约小一个量级。底层标识点运动范围略小,潮轨迹略圆,潮程约为 12km 左右。高平、落急、低平和涨稳 4 种流况起始算得各标识点运动轨迹大致相同,但由于计算起始时间的潮流涨落不同,各轨迹沿椭圆长轴方向最大可有一潮程的位移。

4 结论

4.1 从欧拉潮致余流发生机制的数值试验可知:(1) 该湾的潮余流主要是由入湾潮流

在喇叭状地形制约和影响下形成的惯性效应产生的,即动量方程中非线性平流项起主要作用。最大计算余流值有 46cm/s,北部沿岸的三个欧拉余涡旋以及湾顶出现的大回流与海湾的几何形状密切相关。(2) 海域深浅对余流的影响也随海湾的形状不同而不同。(3) 海水涡动粘性和海底摩擦对余流的强度相当敏感。(4) 科氏力是造成杭州湾欧拉余流北岸强于南岸的主要原因。(5) 钱塘江最大径流量可在湾顶形成约 15—20cm/s 的余流。杭州湾东北部紧连长江口,长江的径流对该湾的北部沿岸水域和湾口余流影响是很明显的。(6) 湾顶、湾口的欧拉余流流速比潮流小一量级,湾中部小得更多。

4.2 杭州湾的拉格朗日余流场基本由中心位于海湾东部的逆时针主涡旋、湾顶涡旋和湾口南端绕金塘岛涡流所组成。表层和底层拉格朗日余流场有较大的差别。由于杭州湾潮流急,往复性强,一个潮周期中水质点大致运行了一个极扁的椭圆轨迹,其长轴约 10—20 km,而标识水质点净位移约 1—3km。

4.3 杭州湾的拉格朗日流场与欧拉流场明显不同,流向基本异向,流速相差约一倍。欧拉余流以向外海流出为主势,湾的北部基本为东北向和北向流,东南部以南向流为主,湾顶东部流受滩地阻挡,向西折回。拉格朗日余流场基本由一个直径为 40km、中心位置于该湾东部的主涡旋控制,表层北部向湾内流入,南部向湾外流出。

参 考 文 献

- 王辉、郑连元, 1992, 渤海三维污染物迁移轨迹的数值计算, 青岛海洋大学学报, **22**(3): 1—9。
- 李身铎、顾斯美, 1993, 杭州湾潮流三维数值模拟, 海洋与湖沼, **24**(1): 8—15。
- 李身铎等, 1985, 杭州湾潮流湍应力和涡动粘性的估算, 海洋学报, **7**(4): 421—422。
- 李身铎、胡辉, 1986, 杭州湾流场的研究, 海洋与湖沼, **18**(1): 28—37。
- 李龙章等, 1988, 渤海三维拉格朗日余流的数值模拟, **10**(1): 31—37。
- 曹德明、方国洪, 1988, 杭州湾和钱塘江潮波联合数值模型, 海洋学报, **10**(5): 54—530。
- Feng, S., 1987, A three-dimensional weakly nonlinear model of tide-induced Lagrangian residual and mass-transport with an application to the Boahai Sea, *In Three-dimensional Models of Marine and Estuarine Dynamics*, by Nihoul and Jamart, Elsevier Science Pub. Com. (Amsterdam, Oxford, New York), pp. 471—488.
- Longuet-Higgins, M. S., 1969, On the transport of mass by time-varying ocean currents, *Deep-Sea Res.*, **16**:431—447.
- Oonishi, Y., 1977, A numerical study on the tidal residual flow, *J. Oceanol. Soc, Jpn.*, **33**:207—218.
- Tee, K. T., 1976, Tide-induced residual current, a 2-D nonlinear numerical tidal model, *J. Mar. Res.*, **34**: 603—628.
- Tee, K. T., 1977, Tide-induced residual current—verification of a numerical model, *J. Phys. Oceanogr.*, **7**: 396—462.
- Zimmerman, J. T. F., 1979, On the Euler-Lagrangian transformation and the Stokes' drift in the presence of oscillatory and residual currents, *Deep-Sea Res.*, **26**:505—520.

NUMERICAL MODELING OF RESIDUAL CURRENTS IN HANGZHOU BAY

Li Shenduo, Sun Weiyang

(*Institute of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai 200062*)

ABSTRACT

After using a 3-dimensional hydrodynamic numerical model on σ -coordinate to simulate tidal movements in Hangzhou Bay, the tide-induced Eulerian residual currents were calculated (by averaging current vectors in M_2 tidal periods) for use in computer test runs on their mechanism and the effects of river runoff. Maximum Eulerian residual current of about 46.0cm/s was obtained at the bay head where the topography was quite complex. Normally the velocities were less than 5cm/s and directed northeastward to the outer sea. In the south of the bay mouth, they were mainly southward. There were several small residual eddies along the northern coast, and a strong clockwise circulation at the bay head. Test runs indicate that residual currents are mainly due to the non-linear advection terms in the momentum equations, namely inertia effects induced by topographic variation. The Changjiang River runoff affects significantly the residual currents at the bay mouth and near the northern shore of the Bay. The Qiantang River runoff can cause a 10cm/s increase (from the normal 1cm/s), in residual current velocities during flood period and maximum discharge. Lagrangian residual currents, residual drifts and tracks of water particles were also calculated in M_2 tidal periods. Water particles ran in unclosed elliptical tracks. The tidal excursions were about 12—20km, nearly one order of magnitude greater than drifting distance. Maximum Lagrangian velocity of about 25 cm/s was obtained at the bay head and in the south of bay mouth. Normally the speeds were 1—2cm/s. Test runs indicate that Lagrangian currents in Hangzhou Bay are controlled by a big counterclockwise vorticity, and are quite different from Eulerian currents.

Key words Tidal wave Numerical modeling Eulerian residual currents
Lagrangian residual currents Water partical transport Hangzhou Bay