第 27 卷第 2 期
1996年3月

海 洋 与 湖 沼
OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA

Vol.27, No.2
Mar., 1996

太湖表面定振波的数值计算和最大熵谱分析*

逄 勇 濮培民

(中国科学院南京地理与湖泊研究所，南京 210008)

提要 利用水动力学方程对太湖表面的定振波进行计算，算得定振波周期约为 452min。另外，利用 1992 年 8 月 29 —31 日在太湖西山观测到的水位资料，采用最大熵谱法，分析太湖表面的定振波，得周期值约为 450min，计算和分析的周期值基本吻合，取熵谱分析结果得太湖表面的单节点定振波周期值为 450min。

关键词 太湖 定振波 数值计算 最大熵谱分析

为了解决太湖资源综合利用和生态环境的保护问题，迫切需要对太湖的动量、热量和物质的传输规律进行研究。定振波是湖泊表面具有稳定周期的一种波动，它对湖泊中动量、热量和物质的垂直交换、水平交换具有重要作用。为求取湖泊表面定振波的周期，可采用梅良(Merian)公式(富永正英，1976)或采用水动力学方程求解，求解结果是否符合实际，可根据水位观测记录进行判定。但在具体判定时，过去一直采用人工计数的方法，这种方法在记录波形不规则时，主观误差较大，难以精确定出实际定振波的周期。本文利用 1992 年 8 月份在太湖西山观测到的水位资料[1)]采用最大熵谱法判定太湖表面的定振波周期，使得判定精度大大提高。另外，采用一维水动力学方程，计算了太湖表面的定振波周期。结果表明：判定周期和计算周期间吻合相当好，由此得出该周期值的确定较为准确，可供有关部门参考使用。

1 数值计算

假定湖水密度均一，并忽略惯性力、科氏力和摩擦力得一维水动力学方程组为：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g\frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{h}\frac{\partial \xi}{\partial t} \tag{1}$$

式中，u 是水平速度在垂直方向上的均值，$u=\frac{1}{h}\int_0^h u(x, y, z)dz$；$\xi$ 为水质点的垂直位移；h 为水深。实测资料表明，方程(1)可作为一级近似来描述定振波(朱海虹等，1989)，由(1)式可得波动方程为：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = gh\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{2}$$

* 博士学位论文。逄勇，男，出生于 1958 年 3 月，博士，讲师，现工作单位：河海大学水文系，南京，210024。
收稿日期：1994 年 1 月 19 日，接受日期：1994 年 7 月 15 日。

1) 水位资料取自江苏省水文总站。

满足在长为 L 的长方形湖盆边界上 $x=0$，$x=L$ 处 x 方向上水平流速为零条件的周期性解为:

$$u=u_0\sin 2\pi\left(\frac{nx}{2L}\right)\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}\right) \tag{3}$$

将(3)代入(2)可得常用的梅良公式:

$$T=2L/n\cdot\sqrt{gh} \tag{4}$$

式中，T 为定振波的周期；L 为湖盆长度；n 为驻波节点数。

实际湖盆的形状是复杂的，Defant (1953)等先后发展了任意形状水域内的驻波理论来研究湖面的定振波。为了考虑实际湖盆形态，可以取 x 轴沿着湖泊的深水线(不必为一直线)，并根据湖泊宽度变化情况，取一些基本垂直于这个轴的铅直断面，使各断面之间湖面宽度的变化大致可以认为是线性的，取这些 x 断面的平均流速为: $\overline{u}=\frac{1}{S}\int_0^b u(x,y)dy$，式中 b 是 x 断面上的水面宽度；S 为铅直断面的面积。平均水平位移 η 和铅直位移 ξ 随时间的变化即为平均流速 $\overline{u}\left(=\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)$ 和铅直流速 $\overline{\omega}\left(=\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)$，由(1)式可得:

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}=-g\frac{\partial\xi}{\partial x},\quad \frac{\partial(s\eta)}{\partial x}=-b\xi \tag{5}$$

方程(5)的周期性解应满足在湖盆两端的水平位移为零的边界条件，可采用差分法来求解(5)式(中国科学院南京地理与湖泊研究所，1990)，假定 $\eta=\eta_{\max}\cos 2\pi(t/T)$，得差分方程组如下:

$$\begin{aligned}\xi_i&=\xi_{i-1}+(\eta_i+\eta_{i-1})a/2\\ q_i&=q_{i-1}-V_i(\xi_i+\xi_{i-1})/2\end{aligned} \tag{6}$$

$$\eta_i=\frac{1}{S_i+\frac{a}{4}V_i}\left[q_{i-1}-V_i\left(\xi_{i-1}+\frac{a}{4}\eta_{i-1}\right)\right]$$

式中，$a=\frac{x_i-x_{i-1}}{gT^2}\cdot 4\pi^2$，$T$ 为定振波周期，(x_i-x_{i-1}) 为沿深水线 x 轴上相邻两个断面 i 和 $i-1$ 之间的距离；q_i 为单位时间通过 i 断面的水容积，$q_i=S_i\eta_i$，S_i 为 i 断面的面积；V_i 为 i 和 $i-1$ 断面之间的湖面面积，$V_i=(x_i-x_{i-1})\cdot b_i$，$b_i$ 为 i 断面的湖面宽度。采用迭代法可算得每一断面上的垂直位移 ξ_i 和水平位移 η_i，因为 α 中有 T，对于不同的 T 可得不同的结果。选择适当的 T，使得边界条件：在湖盆两端的水平位移为零，满足得最好，这样就可以定出湖面定振波的周期，由于地形图测量和计算误差，边界条件只能近似满足。

按照上述方法，本文计算了太湖的表面定振波，共取 62 个断面(见图 1)，深水线总长为 62km，算得单节点波的周期为 452min。

从图 2 可见，振幅为零的节点位于 32 节点附近，接近全湖总长度的 1/2，这和濮培民对抚仙湖表面定振波的计算结果基本一致(中国科学院南京地理与湖泊研究所，1990)，

水平平均流速($4\eta/T$)的最大值达 7.6cm /s，位于 26 — 36 断面处。

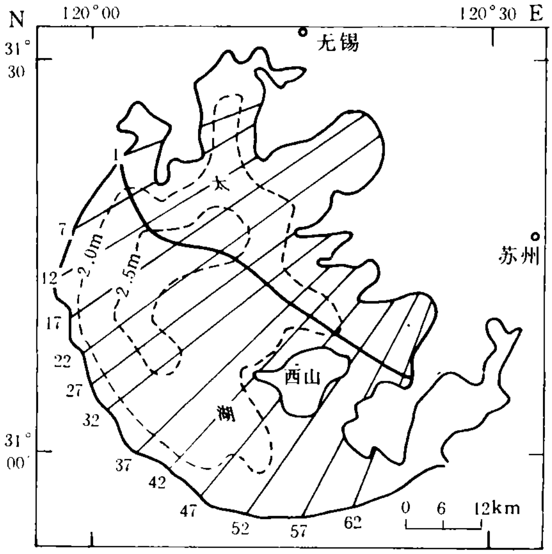

图 1　太湖表面定振波计算中的断面位置

Fig.1　The sectional location about the seiche computation in Thaihu Lake

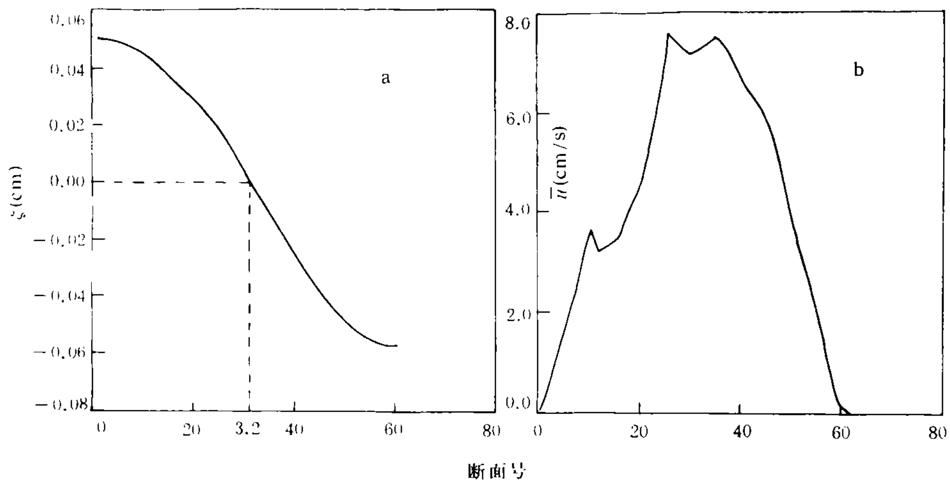

图 2　太湖表面定振波特征的计算值

Fig.2　The Computed value about the seiche character in Taihu Lake

a. 各断面的铅直位移; b. 1 /4 周期各断面的平均流速($4\eta/T$)。

2　最大熵谱分析

最大熵谱估计具有分辨率高、峰值偏离小等优点，特别是当资料序列较短时，也能取得比较符合实际的频谱，故在时间序列的周期分析中得到较广泛的应用，最大熵谱的计算方法如下(曹鸿兴等，1979):

设距平序列 x_1，x_2，……x_n，假定采样间隔是相等的，则序列的最大熵谱为:

$$f(\lambda)=\frac{\sigma_{k_0}^2}{\left|1-\sum_{j=1}^{k_0} b_j^{k_0} e^{ij\lambda}\right|^2} \tag{7}$$

$\lambda=2\pi s$，s 为频率$\left(s=\frac{1}{T}\right)$，$T$ 为周期长度；i 为虚数。(7)式中 $\sigma_{k_0}^2$ 为对应于截止阶 k_0 的预报误差方程，分母为一复数取模后的平方，$b_j^{k_0}$ 为过滤系数，也即自回归模型 $x_t=b_1^{k_0}x_{t-1}+b_2^{k_0}x_{t-2}+\cdots\cdots+b_{k_0}^{k_0}x_{t-t_0}+a_t$ 的系数，其递推计算公式为：

$$b_1^1=2\sum_{i=1}^{n-1}x_i\cdot x_{i+1}\Big/\sum_{i=1}^{n-1}(x_i^2+x_{i+1}^2) \tag{8}$$

$$b_{k+1}^{k+1}=2\sum_{i=1}^{n-k-1}\left[\left(x_i-\sum_{j=1}^{k}b_j^k x_{i+j}\right)\left(x_{i+k+1}-\sum_{j=1}^{k}b_j^k x_{i+k+1-j}\right)\right]\Big/$$

$$\sum_{i=1}^{n-k-1}\left[\left(x_i-\sum_{j=1}^{k}b_j^k x_{i+j}\right)^2+\left(x_{i+k+1}-\sum_{j=1}^{k}b_j^k x_{i+k+1-j}\right)^2\right] \tag{9}$$

b_j^{k+1} 由自回归系数递推公式 $b_1^2=b_1^1-b_2^2b_1^1$，$b_j^{k+1}=b_j^k-b_{k+1}^{k+1}b_{k+1-j}^k$ $(j=1,\ 2,\ \cdots k)$ 来求，由(8)，(9)及以上两式组成系数 b_j 的递推公式。

运用赤池最终预报误差(FPE)准则来定最优截止阶 k_0，即使：

$$(\mathrm{FPE})_k=\sigma_k^2\left[\left(1+\frac{k}{n}\right)\Big/\left(1-\frac{k}{n}\right)\right] \tag{10}$$

达最小来定出 k_0，式(10)中， $\sigma_k^2=R(0)-\sum_{j=1}^{k}b_j^k R(j)$ (11)

其中，$R(j)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-j}x_i x_{i+j}$ $(j=0,\ 1,\ \cdots k)$ 为自相关函数，其递推公式为：

$$R(0)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2$$

$$R(1)=b_1^1R(0)$$

$$R(k+1)=b_{k+1}^{k+1}\left[R(0)-\sum_{j=1}^{k}b_j^kR(j)\right]+\sum_{j=1}^{k}b_j^kR(k+1-j) \quad 1\leqslant k\leqslant n-2$$

在实际计算中，k 值在 $n/10$ 一直到 n—1 范围内经验地选取。

本文对 1992 年 8 月 29 日到 31 日在太湖西山观测到的水位资料(见图 3a)进行了最大熵谱分析，结果见图 3b。可以看出，图中曲线呈双峰值，第一峰值周期约为 24h，第二个峰值周期约为 7.5h (450min)，我们对 1993 年 8 月在日本琵琶湖观测到的水位资料所做的熵谱分析也发现琵琶湖中的水位也有 24h 左右的周期存在，说明湖泊中水位存在有 24h 左右的日变化周期。图 3b 中的第二个峰值则是太湖的定振波产生的。通过对太湖定振波的数值计算及对实测水位资料的最大熵谱分析可以初步定出太湖的表面的单节

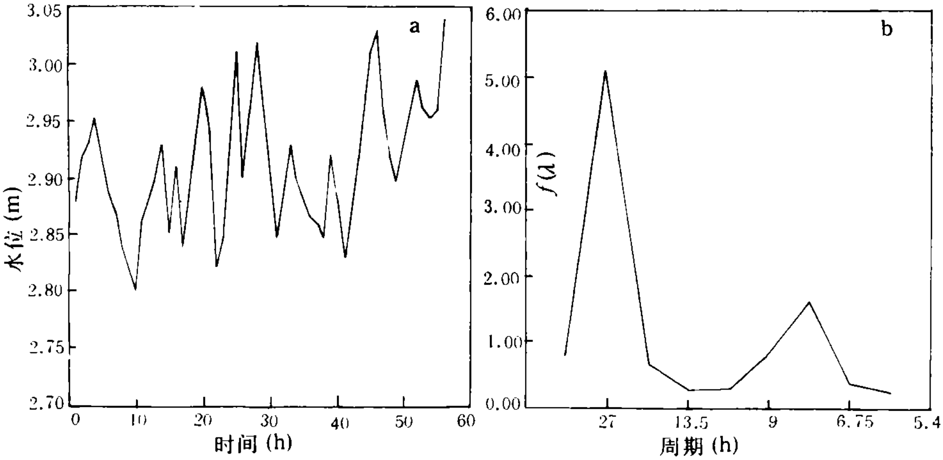

图 3　太湖西山(1992 年 8 月 29 — 31 日)水位实况(a)和水位波动最大熵谱曲线(b)

Fig.3　Observed water level (29 — 31 Aug., 1992) (a) and the maximum entropy spectrum curve in the west hill in Taihu Lake

点定振波周期约为7.5h。

3　结语

通过对太湖表面定振波的数值计算和对实测水位资料进行的最大熵谱分析表明，太湖表面的单节点定振波周期约为 7.5h。另外，波的垂直位移在湖中最小，在湖两岸达最大；水平流速在湖中达最大值。限于一维水动力学方程计算的局限性，本文对太湖表面定振波无法进行更详细的讨论，例如无法知道定振波波峰的运行轨迹，下一步拟采用二维水动力学方程对太湖表面定振波进行更深入的研究。

参　考　文　献

中国科学院南京地理与湖泊研究所主编，1990，抚仙湖，海洋出版社(北京)，120 — 131。

朱海虹等，1989，云南断陷湖泊环境与沉积，科学出版社(北京)，152 — 161。

曹鸿兴、罗乔林，1979，科学通报，**24**: 351 — 355。

富永正英，1976，关孟儒译，1984，海洋波动—— 基础理论和观测成果，科学出版社(北京)，391 — 409。

Defant, B., 1953, *Arch. Met. Geophys. Bioklimatol. Wien.*, **A6**: 218 — 241.

NUMERICAL COMPUTATION AND MAXIMUM ENTROPY ANALYSIS OF THE SURFACE SEICHE IN TAIHU LAKE

Pang Yong[†], Pu Peimin

(*Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing* 210008)

Abstract A seiche is a lake surface wave oscillation with stable period and important influence on the verticle and horizontal exchange of momentum heat and matter in the lake. The periods of the seiche oscillation in Taihu Lake were computed with the one dimensional hydrodynamic equations in this article. In the computation, Taihu Lake was divided into 62 sections from northwest to southeast and the length of the deep water line in the lake was 62km. The initial ampiltude of the seiche in the northwest point was 5cm. The computed one-node oscillation period was about 452min. The observed water level data in the Taihu Lake from 29 August to 31 August 1992 were analyzed by using the maximum entropy method. The one-node oscillation period analyzed was about 450min. The one-node seiche periods calculated by both methods almost coincided each other and was about 7.5h.

Key words Taihu Lake Seiche Numerical computation The maximum entropy analysis

[†] Present address: Hehai University, Nanjing 210024.