第27卷 第6期
1996年11月
海洋与湖沼
OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA
Vol.27, No.6
Nov., 1996

JONSWAP谱和N谱的几个对应特征量间的关系*

施 平
(中国科学院南海海洋研究所，广州 510301)
郭佩芳
(青岛海洋大学海洋系，青岛 266003)

提要 研究了风浪频谱JONSWAP谱的峰度因子γ、尖度因子P_J和N谱的尖度因子P_N，参变量p，q间的关系；并在此关系上给出了由这两种谱计算的几个对应谱参量间的关系，如JONSWAP谱峰值$A^2(\omega_0)$、零阶矩$m_{0,J}$，平均频率$\overline{\omega}_J$，平均周期$\overline{T}_J$和对应于N谱的峰值$S(\omega_0)$、零阶矩$m_{0,N}$，平均频率$\overline{\omega}_N$，平均周期$\overline{T}_N$间的关系；指出这些关系均与风浪的成长状态有关，在使用不同的谱形进行特征量的计算时，应注意不同频谱间的成长因子的一致性，以免引起计算结果的错误。

关键词 风浪谱 谱参量 特征量

风浪频谱不仅揭示了海浪能量相对于组成波频率的分布，而且还可表征海浪表观统计特征量，因此构成了海浪理论及其应用研究的重要内容。在迄今已提出的风浪频谱中，有相当一部分采用Neumann于1950年最先提出的谱的形式（文圣常等，1984）：

$$S(\omega)=A\omega^{-p}\exp(-B\omega^{-q}) \tag{1}$$

（以下简称N谱），式中A，B，p，q可根据实际情况调整，用于描写不同状态的频谱，因而受到人们的重视，并发展了许多此类形式的谱。在这诸多的谱型中，最著名的谱形之一就是60年代中期由Pierson－Moscowitz提出的充分成长的风浪频谱——PM谱：

$$A^2(\omega)=\alpha g^2\omega^{-5}\exp\left[-\beta\left(\frac{g}{U\omega}\right)^4\right] \tag{2}$$

在60年代末，西方数国又提出了著名的风浪频谱——JONSWAP谱：

$$A^2(\omega)=\alpha g^2\omega^{-5}\exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\sigma^2\omega_0^2}\right]} \tag{3}$$

（以下简称J谱），式(3)中$\gamma=\dfrac{E_{\max}}{E_{\max}^{PM}}$为峰升高因子，用于表示风浪成长状态。

从式(1)和(3)可以看到，J谱和N谱的形式是不同的，这种谱形上的不同也必然引起由谱计算而得到的特征量的不同，进而引起由谱的特征量计算而得到的风浪表观特征量的差别。然而人们在工程计算和实验室模拟时，有时采用J谱作靶谱，有时采用N

* 国家自然科学基金资助项目，49376255号。施平，男，出生于1957年2月，研究员。
收稿日期：1995年3月7日，接受日期：1995年11月30日。

谱作靶谱，但往往并不考虑由此而带来的计算误差和实验误差，以及由这种误差所提高了的工程浪费和工程风险。因此，研究这两种谱的特征量的关系，无论在理论上，还是在应用上均具有重要的意义。本文首先给出了这两种谱形的成长因子间的关系，然后基于这种关系得出了两种谱的零阶矩、谱峰以及平均频率、平均周期之间的关系。

1 成长因子间的关系

J 谱是一个描写不同成长状态的风浪频谱，式(3)中的谱峰升高因子 γ 是这种成长状态的量度，但在实际应用中 γ 的确定要经过比较繁杂的数值积分，因而它的使用比较困难。Wen 等(1988 a)在理论风浪频谱的研究中，提出了一种新的风浪成长状态的参量——尖度因子 P:

$$P=\frac{\omega_0 S(\omega_0)}{m_0}=\tilde{S}(\tilde{\omega}=1) \tag{4}$$

式中，$\tilde{\omega}=\omega/\omega_0$ 为无因次频率。P 的物理意义明显，表示了谱的峰值矩与零阶矩之比，亦即谱能在频域上能量集中的程度，而且计算方便，其大小为无因次谱的峰值，因而得到了广泛应用。在下面对式(1)和(3)作无因次化处理和讨论时，均以谱的尖度因子 P 作为谱的成长状态的统一量度。

对 J 谱作无因次化处理，并引入尖度因子 P(郭佩芳，1992)，J 谱的尖度因子可写为:

$$P_J=\frac{\gamma\exp(-1.25)}{G_0(\gamma)}\approx 2.2\ln(\gamma+1)-0.092\approx 2.2\ln\left(\frac{\gamma+1}{1.043}\right) \tag{5}$$

其中，

$$G_0(\gamma)=\int_0^{\infty}\tilde{\omega}^{-5}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}d\tilde{\omega} \tag{6}$$

在 N 谱中引入尖度因子 P(侯一筠，1990)后，N 谱的尖度因子可写为:

$$P_N=\frac{1}{B}=q\exp\left[-\frac{p}{q}\right]\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{1-p}{q}}\Big/\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right) \tag{7}$$

由此可定义 J 谱与 N 谱的成长因子间的关系为:

$$R_P=\frac{P_J}{P_N}=\frac{2.2}{q}\ln\left(\frac{\gamma+1}{1.043}\right)\exp\left[\frac{p}{q}\right]\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{1-p}{q}}\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)。 \tag{8}$$

在理论上对海浪同一种成长状态的描写，J 谱和 N 谱应该是一致的，也就是说 P_J 和 P_N 应该是相等的，即有 $R_P=1$ 成立。由此可得 J 谱的 γ，P_J 与 N 谱的 p，q 的关系分别为:

$$P_J=q\exp\left[-\frac{p}{q}\right]\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p-1}{q}}\Big/\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right) \tag{9}$$

$$\gamma=G_0(\gamma)q\exp\left[1.25-\frac{p}{q}\right]\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p-1}{q}}\Big/\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right) \tag{10}$$

结果如图 1。

图 1 中横坐标为 q，纵坐标为 p，实曲线为式(9)表示的 P_J 等值线，虚曲线为式(10)表示的 γ 等值线。当 $p=1+q$ 时，式(9)和式(10)可分别写为:

$$P_J=p\exp\left[-\frac{p}{p-1}\right]=(1+q)\exp\left[-\frac{1+q}{q}\right] \tag{11}$$

$$\gamma=1.043\exp\left[\frac{1}{2.2}p\exp\left(-\frac{p}{p-1}\right)\right]-1=1.043\exp\left[\frac{1}{2.2}(1+q)\cdot\exp\left(-\frac{1+q}{q}\right)\right]-1 \tag{12}$$

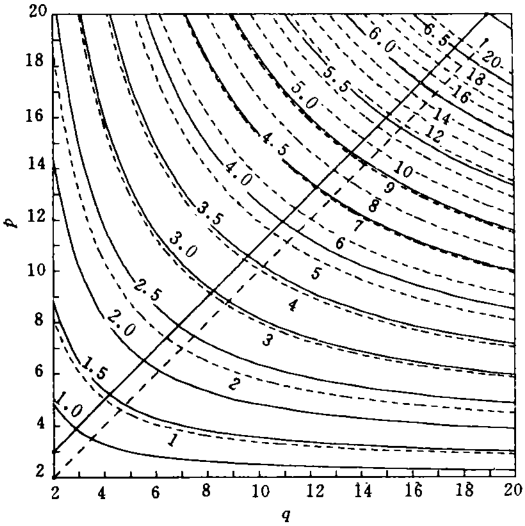

图 1　J 谱与 N 谱的成长因子间的关系

Fig. 1　The relation of peakness factors between $P_J(\gamma)$ and $P_N(p,q)$

实曲线为 P_J；虚曲线为 γ；实直线为 $p=1+q$；虚直线为 $p=q$。

图 1 中的实直线是式(11)和(12)的直观描述。当 $p=5$，$q=4$ 时，$P_J=1.4325$，$\gamma=1.0$。当 $p=q$ 时，式(9)和式(10)可分别写为:

$$P_J=q\exp(-1)\ /\ \Gamma\left(1-\frac{1}{q}\right)=p\exp(-1)\ /\ \Gamma\left(1-\frac{1}{p}\right) \tag{13}$$

$$\gamma=1.043\exp\left[\frac{q}{2.2\exp(1)\Gamma\left(1-\frac{1}{q}\right)}\right]-1=1.043\exp\left[\frac{p}{2.2\exp(1)\Gamma\left(1-\frac{1}{p}\right)}\right]-1 \tag{14}$$

图 1 中的虚直线是式(13)和式(14)的直观表示。

2　零阶矩的关系

由谱的零阶矩的定义可得 J 谱和 N 谱的零阶矩分别为:

$$m_{0,J}=\alpha g^2\omega_{0,J}^{-4}\gamma\exp(-1.25)\ /\ P_J \tag{15}$$

$$m_{0,N}=A\omega_{0,N}^{1-p}\exp\left[-\frac{p}{q}\right]\Big/P_N \tag{16}$$

式中，$\omega_{0,J}$ 和 $\omega_{0,N}$ 分别为 J 谱和 N 谱的谱峰频率。如果令 J 谱和 N 谱的零阶矩的关系为:

$$R_{m0}=\frac{m_{0,J}}{m_{0,N}}, \tag{17}$$

根据 $R_p=1$，那么有

$$R_{m_0}=\frac{\alpha g^2\omega_{0,J}^{-4}\gamma\exp(-1.25)}{A\omega_{0,\mathrm{N}}^{1-p}\exp\left(-\frac{p}{q}\right)}$$

由此可见 R_{m_0} 是比较复杂的，一般不等于 1，亦即两谱的零阶矩一般不相等。下面讨论它们在特定情况下的特定关系。首先作如下假定:

假定(1)：J 谱的 αg^2 等于 N 谱的 A，即 $A=\alpha g^2$，

假定(2)：J 谱的峰频率 $\omega_{0,J}$ 与 N 谱的峰频率 $\omega_{0,N}$ 相等，即 $\omega_{0,J}=\omega_{0,N}$ (20)

讨论 1: 在假定(1)和(2)的条件下式(18)可以写为: $R_{m_0}=\omega_0^{p-5}\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\gamma$ (21)

式(21)表明，在两个假定条件下，两谱的零阶矩之比是谱的成长状态 p，q，γ 的函数。

讨论 2: 在式(21)中取 $R_{m_0}=1$，则有: $\omega_0=\left(\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\gamma\right)^{\frac{1}{5-p}}$ (22)

这表明谱峰频率 ω_0 是风浪成长状态 p，q，γ 的函数。

讨论 3: 根据式(22)，式(1)中的 B 也可写为: $B=\frac{p}{q}\left\{\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\gamma\right\}^{\frac{q}{5-p}}$ (23)

可见 B 也是成长状态 p，q，γ 的函数。

讨论 4: 在假定(2)的条件下，在式(18)中令 $R_{m_0}=1$，则有

$$A=\alpha g^2\gamma\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\omega_0^{p-5} \tag{24}$$

3 谱峰的关系

在频谱中，谱峰的大小反映了能量在频率域中分布的集中程度，是一个重要的特征量。在 J 谱和 N 谱中，令 $\omega=\omega_0$，$R_{S(\omega_0)}$ 为两谱的谱峰值之比，则有:

$$R_{S(\omega_0)}=\frac{\alpha g^2\omega_{0,J}^{-5}\exp(-1.25)\gamma}{A\omega_{0,N}^{-p}\exp\left(-\frac{p}{q}\right)} \tag{25}$$

在上面的假设(1)和假设(2)的情况下，式(25)可以写为:

$$R_{S(\omega_0)}=\omega_0^{p-5}\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\gamma \tag{26}$$

可以看到式(26)与(21)完全同样，也是一个谱的成长状态 p，q，γ 的函数。

若令 $R_{S(\omega_0)}=1$，则式(26)可写为: $\omega_0=\left(\exp\left(\frac{p}{q}-1.25\right)\gamma\right)^{\frac{1}{5-p}}$ (27)

式(27)与(22)完全一致。

4 平均频率和平均周期的关系

平均频率 $\bar{\omega}$ 和平均周期 $\bar{T}$ 是海浪研究和应用中很重要的特征量。平均频率 $\bar{\omega}$ 可由

谱的二阶矩与零阶矩之比求得，因此对于J谱(郭佩芳，1992)可有：

$$\overline{\omega}_J^2=\frac{m_{2,J}}{m_{0,J}}=\omega_{0,J}^2\frac{G_2(\gamma)}{G_1(\gamma)}=\omega_{0,J}^2G(P) \tag{28}$$

其中，

$$G_2(\gamma)=\int_0^\infty \tilde{\omega}^{-3}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}d\tilde{\omega},$$

$$G(P)=3.35-0.94\ln(P_J+3)+0.03(P_J-4)^2。$$

对于N谱(文圣常等，1984)，同样可有：$\overline{\omega}_N^2=\frac{m_{2,N}}{m_{0,N}}=\omega_{0,N}^2\left(\frac{p}{q}\right)^{2/q}\frac{\Gamma\left(\frac{p-3}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)}$　(29)

因此两谱的平均频率的关系为：$R_{\overline{\omega}}^2=\frac{\overline{\omega}_J^2}{\overline{\omega}_N^2}=\frac{\omega_{0,J}^2}{\omega_{0,N}^2}G(P)\left(\frac{q}{p}\right)^{2/q}\frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-3}{q}\right)}$　(30)

因为平均周期与平均频率之间关系：$\overline{T}=\frac{\overline{\omega}}{2\pi}$，则两谱的平均周期的关系为：

$$R_{\overline{T}}^2=\frac{\overline{T}_J^2}{\overline{T}_N^2}=\frac{\omega_{0,J}^2}{\omega_{0,N}^2}G(P)\left(\frac{q}{p}\right)^{2/q}\frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-3}{q}\right)} \tag{31}$$

可以看出，$R_{\overline{T}}^2$ 与 $R_{\overline{\omega}}^2$ 是完全一样的，均与谱的成长状态有关。在假设(2)的条件下，可有：

$$R_{\overline{T}}^2=R_{\overline{\omega}}^2=G(P)\left(\frac{q}{p}\right)^{2/q}\frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-3}{q}\right)} \tag{32}$$

结果如图2所示，表明由J谱和N谱计算得到的平均频率间和平均周期间的关系相同，均为谱的成长因子 p，q，γ 的函数。在作有关计算时，必须引起注意。

如果N谱中 $p=5$，$q=4$，亦即N谱为PM谱时，J谱与PM谱的平均频率和平均周期的关系为：

$$R_{\overline{T}}^2=R_{\overline{\omega}}^2=0.5046G(P) \tag{33}$$

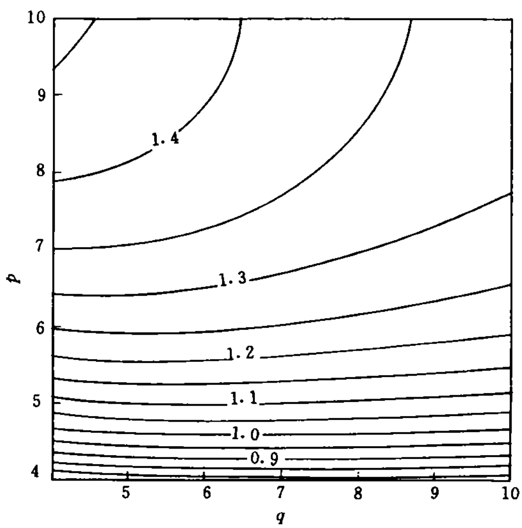

图2　$R_{\overline{T}}^2$ 和 $R_{\overline{\omega}}^2$ 与 p，q 的关系

Fig. 2　The relations of $R_{\overline{T}}^2$ and $R_{\overline{\omega}}^2$ with p and q

仅是J谱中尖度因子 P 的函数。

5 结论

J谱和N谱是人们经常使用的风浪频谱，在研究、创造、对比、分析、使用它们及由它们计算特征量时，应注意它们的比较基础和所使用的谱的成长状态的一致性，以免引起混乱。本文结论如下。

5.1 J谱和N谱成长因子间的关系正象式(8)所示，是两谱的成长因子的函数。

5.2 若使两谱的成长因子间的关系 $R_p=1$，则N谱的 p，q 与J谱的 P,γ 间的关系如式(9)和(10)。

5.3 J谱和N谱间的零阶矩 的关系如式(18)所示，是比较复杂的。 但在假定(1)和假定(2)的条件下，零阶矩关系如式(21)仅是成长因子 p，q，γ 的函数。

5.4 若使两谱的零阶矩关系 $R_{m_0}=1$，则N谱中的 A，B 和 ω_0 分别如式(20)、式(23)和式(22)所示，都是谱的成长因子 p，q，γ 的函数。

5.5 在假定(1)和假定(2)的条件下，两谱的峰值关系 $R_{S(\omega_0)}$ 如式(26)所示，同零阶矩的关系一致。它仅是成长因子 p，q，γ 的函数。

5.6 平均频率间、平均周期间的关系如式(30)和式(31)所示，在假定(2)的条件下，二者均表现为成长因子 p，q，P 的函数。

参 考 文 献

文圣常、余宙文，1984，海浪理论与计算原理，海洋出版社(北京)，142—157。

郭佩芳，1992，海洋与湖沼，23(4)：350—354。

侯一筠、王 涛，1990，海洋与湖沼，21(6)：495—504。

Wen, S. C., et al, 1988a, *Acta Oceanol. Sin.*, 8(4): 467—483。

RELATIONS OF JONSWAP SPECTRUM AND NEUMANN-FORM SPECTRUM CHARACTERISTIC VARIANCES

Shi Ping

(South China Sea Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510301)

Guo Peifang

(Department of Oceanology, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)

Abstract The JONSWAP Spectrum (JS) and Neumann-form Spectrum (NS) are wind wave spectra often compared with each other. Sometimes people ignore their groundwork and standard in the comparison, so they make some errors. The paper discusses the relation R_P (formula 8) between the JS peak factor $P_J(\gamma)$ and the NS peak factor $P_N(p, q)$ on the basis of the peak factor P as comparison standard. P_J can be expressed by formula (9) and γ by formula (10) on condition $R_P=1$, $A=\alpha g^2$ and $\omega_{0,J}=\omega_{0,N}$; and also yields several other relations of the JS and NS characteristic variances: 1) the relation R_{m_0} of the JS and NS zero order moments as expressed in formula (21); 2) the relation $R_{s(\omega_0)}$ of the JS and NS spectra peak values as expressed in formula (26); 3) the relation $R^2_{\bar{\omega}}$ of the JS and NS average frequencies and 4) the relation $R^2_{\bar{T}}$ of the JS and NS average wave periods as expressed in formula (32). The paper also gives ω_0 for the relation of JS and NS with the wind wave growth factors p, q, γ as expressed in formula (22), and the variances A and B as expressed respectively by formulas (23) and (24).

Key words Wind wave spectrum　Spectral parameter　Characteristic variance