

象山港水交换数值研究*

I. 对流-扩散型的水交换模式

董礼先 苏纪兰

(国家海洋局第二海洋研究所 杭州 310012)

提要 以溶解态的保守性物质作为湾内水的示踪剂,建立了对流-扩散型的海湾水交换数值模型。数值模型使用参数化的方法把重力环流和潮振荡的垂向剪切作用的水平混合效应包纳在水平二维的示踪剂对流-扩散方程中。在空间网距较小时,模型的稳定性和守恒性均可满足海湾水交换研究的需要。

关键词 水交换 数值模拟

学科分类号 P731.26

目前海湾水交换研究主要建立在潮交换率概念和箱式模式的基础上(Zimmerman, 1976; 高抒等, 1991; 匡国瑞等, 1987)。Signell等(1992)虽使用数值模式研究水交换问题,但主要使用质点跟踪方法研究波士顿湾的水交换速率。象山港是浙江北部的一个半封闭海湾,纵深约为70km。由于海湾狭长的地形特点,使用口门潮交换率估算湾内、外水交换速率可能会带来较大误差。

海湾水交换问题的本质是湾内水体在流场中的对流-扩散问题。因此对流-扩散型的数值模型在物理上与海湾水交换问题更加一致。水交换问题主要关心的是湾内水在水平方向上的混合和弥散问题,但影响海湾水体的水平混合和弥散过程的因子中有许多是非水平二维的,如重力余环流、水体层化和潮振荡的垂向剪切等影响海湾水体的水平混合与弥散混合因子都是垂向结构的。一般来说,这些垂向结构的因子在河口和近岸海湾混合中是重要的(Fischer, 1972; Dyer, 1974; Chatwin, 1976)。为了能正确地模拟海湾水体被湾外水置换的过程,水交换数值模型不但要能反映水平结构的水动力因子的混合作用,还要能反映上述垂向结构的动力因子对海湾水体混合和弥散的作用。但水交换数值模拟研究一般都需要长时间的连续模拟计算。从计算时间考虑,二维数值模型仍有很大的优越性。本文以溶解态保守物质为湾内水的示踪剂,提出了一种对流-扩散型的海湾水交换数值模型。通过模拟对流-扩散过程来研究海湾内、外水体的交换问题。数值模型是水平二维的,不能直接模拟重力余环流和潮振荡的垂向剪切等垂向结构的水动力混合因子。但模型通过参数化的方法将这些垂向结构因子的水平弥散作用包纳在水平二维模型中,从而既节约了计算量又正确地模拟了海湾内、外的水交换过程。

* 国家自然科学基金资助项目,48907026号。董礼先,男,出生于1948年12月,副研究员, Fax:0086-0571-8054213
收稿日期:1996-08-26,收修改稿日期:1998-01-05

1 数值模型的控制方程

水交换数值模型包括水平二维潮波运动数值模型和溶解态保守性物质的对流-扩散数值模型两部分。

1.1 潮波运动数值模型的控制方程

潮波运动数值模型的控制方程采用浅水潮波运动方程组:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial[(h + \eta)u]}{\partial x} + \frac{\partial[(h + \eta)v]}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = fu - g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nabla \cdot (k_h \nabla u) + \frac{\tau_x^w - \tau_x^b}{\rho_0(h + \eta)} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -fu - g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \nabla \cdot (k_h \nabla v) + \frac{\tau_y^w - \tau_y^b}{\rho_0(h + \eta)} \quad (3)$$

其中: $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y}$; h 为未扰动面以下水深; η 为未扰动面上的水位波动; g 为重力加速度; f 为科氏参量; k_h 为动量扩散系数; u, v 分别为深度平均流速在笛卡尔坐标 x, y 方向的分量; τ_x^w, τ_y^w 分别为风应力在 x 和 y 方向的分量; τ_x^b, τ_y^b 分别为底摩擦力在 x 和 y 方向的分量; ρ_0 为水体密度。

按二次摩擦定律:

$$\tau_x^b = \rho_0 \frac{gn^2}{(h + \eta)^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} u, \quad \tau_y^b = \rho_0 \frac{gn^2}{(h + \eta)^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} v \quad (4)$$

其中, n 为曼宁系数。

1.2 湾内水示踪剂对流-扩散数值模型的控制方程

保守性溶解态湾内水示踪剂的三维守恒方程可写成:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i c}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j c'} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

其中, c 为保守性溶解态湾内水示踪剂浓度; $(u_i, u_2) = (u, v)$ 深度平均流速在笛卡尔坐标 (x_1, x_2) 方向的分量, $\bar{\quad}$ 表示紊流尺度下的时间平均, $\overline{\quad}$ 表示紊流波动量。在河口和沿岸水域中分子扩散的输运效应比紊流扩散效应小得多, 可以忽略不计。紊流扩散 $\overline{u'_j c'}$ 可以表示为

$$\overline{u'_j c'} = -E_{i,j} \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) \quad (6)$$

其中, $E_{i,j}$ 为紊流扩散系数, 且如果 $i \neq j$ 则取 $E_{i,j} = 0$ 。通常的水平二维的物质对流-扩散方程是建立在流动和物质浓度垂向均匀分布的假定之上的。但由于外海高盐水沿底层入侵, 近岸海湾和河口内一般都存在垂向结构的重力余环流。此外, 潮流在底摩擦和地形的作用下会产生水体的垂向剪切。为此, 将 $\overline{u_i}$ 和 \bar{c} 分解成潮均深度平均值 $\langle u_i \rangle$ 与 $\langle c \rangle$ 与潮均深度偏差值 u_d 与 c_d 之和:

$$\overline{u_i} = \langle u_i \rangle + u_d, \quad \bar{c} = \langle c \rangle + c_d \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

则方程(5)深度平均后的水平二维形式可写成

$$\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle u_i \rangle \langle c \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle u_{id} c_d \rangle + \langle \overline{u_i c} \rangle) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

其中, $\langle \rangle$ 表示深度平均, 而流速与物质浓度对深度平均值的偏移 u_{id} 和 c_d 可以分解成潮尺度的时间平均值 (u'_{id}, c'_d) 和潮振荡值 (u''_{id}, c''_d) 之和, 即

$$u_{id} = u'_{id} + u''_{id}, \quad c_d = c'_d + c''_d \quad (9)$$

则 $\langle u_{id} c_d \rangle$ 可以分解成 $\langle u'_{id} c'_d \rangle + \langle u''_{id} c''_d \rangle$ 。其中, $\langle u'_{id} c'_d \rangle$ 表示余流和示踪剂潮均值的垂向偏差引起的水平输运。通常情况下, 表示水体层化产生的重力余环流引起的水平输运。 $\langle u''_{id} c''_d \rangle$ 是由潮流和示踪剂垂向偏移值的潮波动分量交互作用引起的, 表示水体垂向剪切对水平输运的贡献。依照对紊流扩散项的数学处理方法, 这两项可写成

$$\langle u'_{id} c'_d \rangle = -k_r \left(\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \right), \quad \langle u''_{id} c''_d \rangle = -k_{rs} \left(\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \right) \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

则深度平均后的水平二维形式的湾内水示踪剂的守恒方程(8)可简化成

$$\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle u_i \rangle \langle c \rangle) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left((k_r + k_{rs} + k_{it}) \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \right) \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

略去表示垂向平均的尖括号 $\langle \rangle$, 方程(11)可写成

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i c) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left((k_r + k_{rs} + k_{it}) \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

其中, k_r 为垂向结构的余环流引起的水平输运的扩散系数; k_{rs} 为潮振荡垂向剪切引起的水平输运的扩散系数; k_{it} 与紊流扩散系数 E_{ij} 的不同之处在于 k_{it} 是方程(6)的深度积分形式的扩散系数。

给定湾内示踪剂的初始浓度假设为 $c(t_0)$ 。当开边界入流时给定这种物质在开边界的浓度为零, 即假设在水交换模式运行之前, 湾内水体中均含有浓度值为 $c(t_0)$ 的溶解态保守性示踪剂, 而外海水体并不含有这种物质(即浓度为零)。湾内水在不同时刻被外海水置换的比率 $R(x, y, t)$ 通过湾内示踪剂的浓度计算,

$$R(x, y, t) = \frac{c(t_0) - c(t)}{c(t_0)} \quad (13)$$

2 模型的数值方法

水交换数值模式采用交错网格差分方法。潮波运动数值模式采用 TRIM 模式的数值方法(Casulli, 1990; Cheng *et al.*, 1992)。湾内水示踪剂的计算节点设在 TRIM 模式的水位计算节点上。对流-扩散数值模式采用与 TRIM 模式相类似的数值方法。将方程(12)分裂成平流和扩散两个步骤计算。在平流计算步骤内使用 E-L(欧拉-拉格朗日)方法并使用双线性插值函数求解。在扩散计算步骤内空间差分使用中心差格式, 时间差分使用显示欧拉差分格式。这种数值方法虽然精度较低, 但与积分潮波运动的 TRIM 模式较为一致。

开边界上的湾内水示踪剂法向浓度梯度假定为零, 固边界处示踪剂通量也假定为零。先运行潮波运动数值模式部分, 在水位和流场模拟计算稳定后再启动溶解态保守性湾内水示踪剂的对流-扩散数值模式。记录各计算点上湾内水示踪剂的浓度值 $c(t)$, 并通过方程(12)计算湾内各点水体的置换率。

3 讨论

3.1 模式的误差分析和稳定条件

由于所采用的差分格式和数值方法,水交换数值模式的主要误差产生在平流计算步骤中。在使用欧拉-拉格朗日方法时,使用双线性插值函数求解非计算节点上的流速和示踪剂浓度值。由此产生的误差是:

$$\frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i-a,j-b}^n}{\Delta t} - \frac{df}{dt} = \frac{1}{2\Delta t} [\Delta x^2 p(1-p) \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \Delta y^2 q(1-q) \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}] \quad (14)$$

其中, f 为求解变量; $a = u \frac{\Delta t}{\Delta x}$; $b = v \frac{\Delta t}{\Delta y}$; p 和 q 分别是 a 和 b 的小数部分; Δx 、 Δy 和 Δt 分

别是空间网距和时间步长 (Casulli, 1990)。这一误差不但是离散方程截断误差的主要部分,也是使数值模式产生数值弥散的主要原因。但从方程(13)的右端可以看出,这一误差可以通过适当选取空间网距得到控制。通常情况下,河口和海湾中的水下地形都较复杂,空间网距不可能取得太大,否则将导致流场的模拟结果失真。因此数值模式的主要误差估算方程(13)一般不会给模型的使用带来太大的限制。

这一水交换模式曾在象山港进行过守恒性实验。取 $\Delta x = \Delta y = 250\text{m}$ 和 $\Delta t = 6\text{s}$, 湾内水体示踪剂的初始浓度值为 $c(t_0) = 1.0$, 并在开边界处永远给定示踪剂浓度值为 1.0。湾内水示踪剂的对流-扩散模式运行 500h 后,绝大部分区域的示踪剂浓度值并未发现变化。潮滩附近动边界处个别点上的浓度值有所下降,但最大下降值小于 0.01, 即初始值的 1%。

水交换数值模式中的主要时间积分步长限制来自湾内水示踪剂的对流-扩散数值模式,其稳定性条件为

$$\Delta t < \left[2k \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1} \quad (15)$$

其中, $k = k_r + k_{is} + k_{ii}$ (Cheng *et al.*, 1992)。

3.2 扩散系数的选取及其对模拟结果的影响

水交换数值模型包括潮波运动数值模型和溶解态保守性湾内水示踪剂的对流-扩散数值模型。在两种数值模型中都存在扩散项和扩散系数,但潮波运动模型中的动量扩散项和示踪剂的对流-扩散数值模型中的扩散项在各自的模型中的地位和重要性是完全不同的。一般而言,潮波运动模型中的动量守恒方程中的压强梯度力项总是比扩散项的量级大得多。特别是在强潮浅水河口和海湾中,压强梯度力项可以比扩散项大 3—4 个数量级。因此,重力环流和潮振荡动的垂向剪切效应对动量的水平扩散作用在整个流场模拟的作用不大,所以我们对潮波运动的扩散项不作特殊处理。但扩散项在湾内水示踪剂的对流-扩散方程中的情况则大不一样。由于水交换研究需要长时间的模拟计算,扩散项和扩散系数对最后的模拟计算结果的影响较大。即使在层化并不严重的海湾中,重力环流和潮振荡垂向剪切的弥散作用也比紊动大得多。以象山港为例,若只考虑紊动扩散并取 $k = k_{ii} = 10\text{m}^2/\text{s}$ 时,湾顶的 90% 水交换周期为 200d 左右。显然,这一结果是不真实的 (董礼先等)¹⁾。

1) 董礼先, 苏纪兰, 1999. 象山港水交换数值研究 II. 模式应用与水交换研究. 海洋与湖沼, 30(5), 待刊

4 结语

4.1 使用溶解态保守性物质作为湾内水的示踪剂和 TRIM 数值方法,建立了水平二维海湾水交换差分数值模式。模式包括潮波运动模式和湾内水示踪剂的对流-扩散数值模式两部分。

4.2 水交换数值模型是水平二维的,但使用参数化方法将重力环流和潮振荡的垂向剪切对水体水平混合与弥散的贡献包含在模型中。数值模型可以满足河口和海湾中的水交换模拟的精度和守恒性要求。

参 考 文 献

- 匡国瑞, 杨殿荣, 喻祖祥等, 1987. 海湾水交换的研究——乳山湾环境容量初步探讨. 海洋环境科学, 6(1): 13—23
- 高 抒, 谢钦春, 1991. 狭长形海湾与外海水交换的一个物理模型. 海洋通报, 10(3): 1—9
- Casulli V, 1990. Semi-implicit finite difference methods for the two-dimensional shallow water equations. J Comput Phys, 86(1): 56—74
- Chatwin P C, 1976. Some remarks on the maintenance of the salinity distribution in estuaries. Est Coast Shelf Sci, 4: 555—566
- Cheng R T, Casulli V, 1992. Tidal residual, intertidal mudflat (TIM) model using a semi-implicit Eulerian-Lagrangian methods. U S Geo Surv Open File Rep, 92—62
- Dyer K R, 1974. The salt balance in stratified estuary. Est Coast Mar Sci, 2: 273—281
- Fischer H B, 1972. Mass transport mechanisms in partially stratified estuaries. J Fluid Mech, 53(4): 671—687
- Signell R P, Butman B, 1992. Modeling tidal exchange and dispersion in Boston harbor. J Geophys Res, 97(C10), 15 591—15 606
- Zimmerman J T F, 1976. Mixing and flushing of tidal embayments in the Western Dutch Wadden Sea. Neth J Sea Res, 10(4): 397—439

NUMERICAL STUDY OF THE WATER EXCHANGE IN THE XIANGSHANGANG BAY I. ADVECTION-DIFFUSION WATER EXCHANGE MODEL

DONG Li-xian, SU Ji-lan

(Second Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Hangzhou, 310012)

Abstract Using a dissolved conservative material as a tracer in the water, a vertically integrated 2-D advection-diffusion water exchange numerical model was developed for the water exchange study in Xiangshangang Bay. The model consists of a hydrodynamic model and an advection-diffusion tracer model. The governing equation of the tracer model is formed by integrating the 3-dimensional tracer mass conservation equation. The effects of the gravity residual circulation and vertical tidal current shear on the water exchange are parameterized with the dispersion coefficients as follows:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i c) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left((k_{ir} + k_{is} + k_{it}) \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad i = 1, 2$$

where, u_i is the velocities; c is the tracer concentration; k_{ir} and k_{is} are the horizontal dispersion coefficients caused by the gravity residual circulation and the vertical shear effect of the tidal current oscillation in the tidal period respectively; k_{it} is the vertically integrated turbulent coefficient. In the numerical model, the tracer flux normal to the solid boundary is set to zero. The tracer concentration is also set to be zero on the open boundary when there is inflow. Providing the initial tracer concentration is $c(t_0)$ in the bay, the water exchange rate $R(x, y, t)$ can be calculated in terms of the tracer concentration $c(x, y, t)$ as follow:

$$R(x, y, t) = \frac{c(t_0) - c(x, y, t)}{c(t_0)}$$

The TRIM model is accepted as the hydrodynamic model and its numerical scheme is applied in the numerical tracer model. Generally, the stability and the conservation of tracer mass of the numerical model can satisfy the requirement of the water exchange study in the estuary and the embayment. Because the water exchange model is 2-dimensional, a lot of time is saved in calculation. As the main vertical mixing mechanisms are included, the model simulates well the water exchange process.

Key words Water exchange Numerical model

Subject classification number P731.26