Stokes 漂流近似公式对海洋表层流场估算的影响*

柏川棋　宋金宝①　陈　辉

(浙江大学海洋学院　舟山　316000)

摘要　本文采用波浪订正的 Ekman 模型，研究分析了三种 Stokes 漂流近似公式(单波公式、e 指数公式、Phillips 谱近似公式)对海洋表层流场估算的影响。海表总流场由海表面高度(SSH)数据计算的地转流和海浪模式 WAVEWATCH III 输出结果计算的非地转流组成，并采用拉格朗日浮标观测数据对计算结果进行了验证。研究表明，随着 Stokes 漂流近似公式精度的提高，其计算的拉格朗日流速更接近于谱积分公式的计算结果，更贴近拉格朗日浮标观测数据。与谱积分公式计算的海表拉格朗日流速相比，单波公式的平均相对偏差为 0.0834，e 指数公式的平均相对偏差为 0.0392，Phillips 谱近似公式的平均相对偏差为 0.0101，说明 Phillips 谱近似公式在不同风速下均能对谱积分公式有良好的近似效果。在低风速条件下，由 Stokes 漂流近似公式精度引起的海洋表层流场估算误差可以忽略不计，但随着风速增加，由近似公式精度引起的偏差逐渐变大，此时应该选择 Phillips 谱近似公式计算 Stokes 漂流，来减小误差。

关键词　波浪订正的 Ekman 模型；　WAVEWATCH III；　Stokes 漂流近似公式；　海洋表层流场

中图分类号　P731　　doi: 10.11693/hyhz20180500110

海洋表层是海气动量、热量、水汽交换的主界面，在气候变化、环境污染等研究中具有重要的地位。Ekman (1905)从理论上解释了由恒定风场驱动的海表洋流偏向主风向右侧这一现象(北半球)，由此开启了对于海洋表层流场的研究。但传统 Ekman 理论与实际观测数据存在不小的偏差，Huang(1979)认为 Ekman 流场与风应力的夹角在 10°到 20°之间，但 Cushman-Roisin(1994)得到的偏角在 5°到 10°之间，为了解决传统 Ekman 理论与观测资料的差异，后来的研究者对传统的 Ekman 模型进行了修正。

海浪对于海洋上层和大气边界层的动力结构有直接影响，因此海浪对海洋环流影响一直是研究的焦点。Perrie 等(2003)发现在快速发展的强风暴天气下，由波浪引起的表层海洋流场在传统 Ekman 流场中的比重超过了 40%；Polton 等(2005)在传统 Ekman 模型中加入了 Stokes-Coriolis 力项，并用大涡模拟和实测数据进行了检验，发现该项是上层海洋动力过程的一个重要组分；Tang 等(2007)采用 Grand Banks 的海洋表层浮标数据和浪流耦合模型研究了海表波浪对于表层流场的影响，发现考虑波浪效应能够极大地改善模型计算效果；Song(2009)研究了不同垂向涡黏系数结构下海洋随机波浪对于 Ekman 流场的影响，认为波浪对 Ekman 流场有重要影响。传统的波浪数据主要由浮标观测获得，相对整个海洋而言，观测资料十分有限，因此，研究者们转而采用近似公式通过波浪要素计算 Stokes 漂流，这些波浪要素来源于海洋卫星遥感观测资料或海浪模式输出结果，具有非常高的时间和空间分辨率。Breivik 等(2016)基于 Phillips 谱提出了新的 Stokes 漂流近似公式，并与单波近似公式和其以前提出的 e 指数近似公式对比，发现新的近似公式计算的海表 Stokes 漂流剪切项比后两者大得多，而且新公式计算的 Stokes 漂流剖面更接近于实际情况。然而，到目前为止还没有人研究过 Stokes 漂流近似公式精度对海洋表层流场估算的影

*国家重点研发计划项目，2016YFC1401404 号；国家自然科学基金项目，41576013 号。柏川棋，硕士研究生，E-mail: chuan_qi@zju.edu.cn

① 通信作者：宋金宝，博士生导师，教授，E-mail: songjb@zju.edu.cn

收稿日期：2018-05-08，收修改稿日期：2018-06-26

响，与谱积分公式计算结果相比，各种 Stokes 漂流近似公式的偏差有待验证。

第 3 代海浪数值模式 WAVEWATCH III(简称 WW3)，由 NOAA/NCEP 开发用于研究大尺度空间波浪的传播过程，其考虑了波浪传播过程中地形和海流的空间变化所引起的波浪折射和浅水形变。模式在波浪成长和衰减的能量变化过程中考虑了风生浪作用、白冠的消减作用、海底摩擦和波-波非线性能量传递作用。本文基于海洋卫星遥感数据和 WW3 模式结果，采用波浪订正 Ekman 模型研究 Stokes 漂流近似公式的精度对于海洋表层流速估算的影响，并利用拉格朗日浮标观测数据对计算结果进行了验证。

1　数据与方法

1.1　WW3 模式设置

WW3 模式的计算区域位于北太平洋的 20°S—70°N，100°E—310°E，模式空间分辨率为 0.5°×0.5°，水深数据来自于 ETOPO2，波浪频率从 0.02Hz 到 0.4852Hz 共 25 个频段，频率增长因子为 1.1421，波向 24 个，分辨率为 15°。模式的启动时间设为一个月，对 2013 年 1 月到 2013 年 12 月的模拟结果进行计算和分析。模式的风能输入方案采用 Ardhuin 等(2010)参数化方案，考虑的主要物理机制包括风能输入、耗散、非线性波-波相互作用。模式在近岸区域考虑了由深度变化引起的波浪破碎和低摩擦效应等近岸物理过程，并采用了美国国家浮标中心(NDBC, National Data Buoy Center)的有效波高观测数据对 WW3 模式的输出结果进行验证，使用了 10 个浮标共 74583 条测量数据(WW3 模式计算区域和验证浮标站点的位置如图 1 所示)，其与 WW3 模式输出的有效波高的平均相关系数为 0.9228，均方根误差的平均值为 0.511m，说明 WW3 模式的计算结果是可靠的。

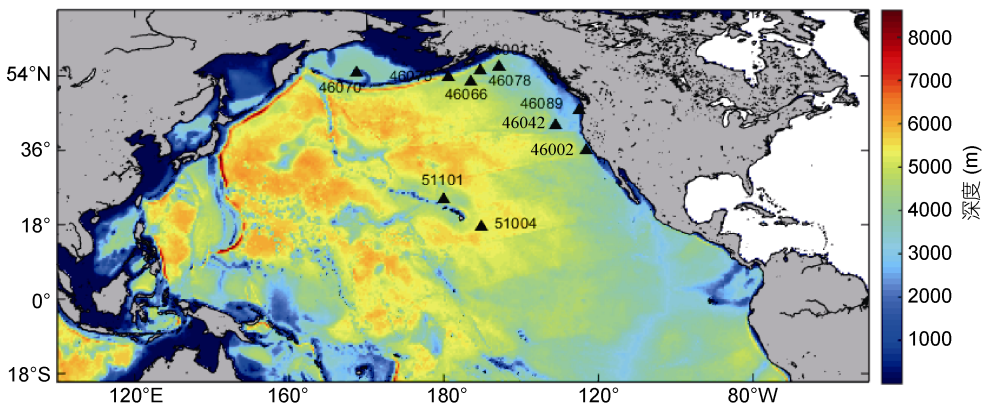


图 1　模式计算区域地形和 NDBC 验证浮标的位置

Fig.1　The bathymetry of model domain and the position of the verifying buoys

1.2　数据来源

1.2.1　风场数据　风场作为本文模式的唯一驱动场，采用了 Cross-Calibrated Multi-Platform(CCMP, https://rda.ucar.edu/datasets/ds745.1/) 的混合风场数据。该数据由美国宇航局物理海洋学数据分发存档中心(PO.DAAC)提供。CCMP 资料的空间分辨率为 0.25°，时间分辨率为 6h，由于其良好的时空分辨率，该风场资料被广泛的应用于海浪模式中(Zheng *et al*, 2013; Xu *et al*, 2017)。

1.2.2　NDBC 浮标数据　该数据来自美国国家浮标中心(NDBC, http://ww3.ndbc.noaa.gov)，NDBC 浮标数据包含气象输出资料、连续风资料和海浪频谱资料。气象输出资料有风向、风速、气温、波高、波向等多种数据，其中波高资料为 20min 内测量的有效波高平均值，本文采用 NDBC 有效波高数据对 WW3 模式输出结果进行验证。

1.2.3　海表面高度数据　该数据来自法国航天局，海洋卫星数据的归档、验证、处理结果(https://www.aviso.altimetry.fr/en/data/products/sea-surface-height-products)，其空间分辨率为 0.25°，本文采用全球日平均绝对动力地形数据来计算海表地转流场。

1.2.4　拉格朗日浮标数据　该数据来自于全球浮标计划(Global Drifter Program, http://www.aoml.noaa.gov/phod/dac/index.php)，用于验证海洋表层流场的计算结果，拉格朗日浮标测量的流速为拉格朗日速度，包含了波浪运动，而本文模型计算的海洋表层流场为欧拉流速，等于拉格朗日速度减去 Stokes 漂流速度。我们搜集了 57 个浮标共 55404 条观测数据，

其连续观测时长均超过八个月。

1.3 计算方法

我们将海洋表层流场分为两部分：地转流场 $\vec{U}_{\mathrm{g}}=(u_{\mathrm{g}},v_{\mathrm{g}})$ 和考虑波浪影响后的非地转流场 $\vec{U}_{\mathrm{WE}}=(u_{\mathrm{WE}},v_{\mathrm{WE}})$：

$$\vec{U}=\vec{U}_{\mathrm{g}}+\vec{U}_{\mathrm{WE}}. \tag{1}$$

取笛卡尔坐标系，x 向东为正，y 向北为正，z 向上为正，$z=0$ 为海表面，采用 Boussineq 近似，忽略水平方向的混合，假设海水密度均匀、流场定常，此时的地转流场可表示为：

$$ifU_{\mathrm{g}}=-\frac{1}{\rho_{\mathrm{w}}}\nabla P=-\mathrm{g}\nabla\xi, \tag{2}$$

其中，$U_{\mathrm{g}}=u_{\mathrm{g}}+iv_{\mathrm{g}}$ 为 $x-y$ 平面上水平复的地转流速，$i=\sqrt{-1}$，ξ 为海表面高度，P 为海水压力，g 为重力加速度，f 为科氏力参数，$\nabla=\partial/\partial x+i\partial/\partial y$，$\rho_{\mathrm{w}}=1025\,\mathrm{kg/m^3}$ 为海水密度，而考虑随机波浪影响后的非地转流场可用波浪订正后的 Ekman 模型(Song, 2009)表示：

$$ifU_{\mathrm{WE}}=\frac{\partial}{\partial z}\left(A_{\mathrm{v}}\frac{\partial U_{\mathrm{WE}}}{\partial z}\right)-ifU_{\mathrm{s}}-T_{\mathrm{wds}}, \tag{3}$$

$$A_{\mathrm{v}}\frac{\partial U_{\mathrm{WE}}}{\partial z}=\frac{\tau_{\mathrm{a}}-\tau_{\mathrm{in}}}{\rho_{\mathrm{w}}}, z=0, \tag{4}$$

$$U_{\mathrm{WE}}\to 0, z\to-\infty, \tag{5}$$

其中，$U_{\mathrm{WE}}=u_{\mathrm{WE}}+iv_{\mathrm{WE}}$ 为 $x-y$ 平面上水平复的 Ekman 流速，$U_{\mathrm{s}}=u_{\mathrm{s}}+iv_{\mathrm{s}}$ 为复的 Stokes 漂流速度，T_{wds} 为波浪破碎引起的动能从波浪向平均流的传递，A_{v} 为垂向湍流混合系数，本文取 KPP 模型计算(Large *et al*, 1994; McWilliams *et al*, 2012)，τ_{in} 为波浪生成引起的风应力减弱，$\tau_{\mathrm{a}}=\tau_{\mathrm{ax}}+i\tau_{\mathrm{ay}}$ 为海表风应力，由海表 10m 高度处的风速 $\vec{U}_{10}$ 计算：

$$(\tau_{\mathrm{ax}},\tau_{\mathrm{ay}})=\rho_{\mathrm{a}}C_{\mathrm{d}}\left|\vec{U}_{10}\right|\vec{U}_{10}, \tag{6}$$

式中，ρ_{a} 为大气密度，C_{d} 为拖曳系数，根据 Jenkins(1989)，T_{wds} 和 τ_{in} 可由 $S_{\mathrm{in}}(f,\theta)$ 和 $S_{\mathrm{ds}}(f,\theta)$ 源项计算：

$$\tau_{\mathrm{in}}=\tau_{\mathrm{inx}}+i\tau_{\mathrm{iny}}=\rho_{\mathrm{w}}\int\left(\frac{\omega}{k}\right)KS_{\mathrm{in}}(k,\theta)\mathrm{d}k\mathrm{d}\theta, \tag{7}$$

$$T_{\mathrm{wds}}=T_{\mathrm{wdsx}}+iT_{\mathrm{wdsy}}=2\int\omega Ke^{2kz}S_{\mathrm{ds}}(k,\theta)\mathrm{d}k\mathrm{d}\theta, \tag{8}$$

式中，ω 为圆频率，k 为波数矢量 $\vec{k}=(k_x,k_y)=(k\cos\theta,k\sin\theta)$ 的模，通过深水频散关系 $\omega^2=gk$ 相关联，θ 为波浪传播方向与 x 正轴的夹角，$K=k_x+ik_y$，$S_{\mathrm{in}}(k,\theta)$ 为风能输入项，$S_{\mathrm{ds}}(k,\theta)$ 为波浪耗散项(The Wamdi Group, 1988; Komen *et al*, 1994), Song 等(2011)采用 WKB 方法给出了方程(3)的近似解：

$$U_{\mathrm{WE}}(z)=\left[\hat{c}_1\phi_1(z)+\hat{c}_2\phi_2(z)\right]+\left[c_1(z)\phi_1(z)+c_2(z)\phi_2(z)\right], \tag{9}$$

其中：

$$\hat{c}_1=\frac{\frac{\tau_{\mathrm{a}}-\tau_{\mathrm{in}}}{A_{\mathrm{v}}(0)\rho_{\mathrm{w}}}\phi_2(-\infty)-\phi_2'(0)[-c_1(-\infty)\phi_1(-\infty)-c_2(-\infty)\phi_2(-\infty)]}{\phi_1'(0)\phi_2(-\infty)-\phi_2'(0)\phi_1(-\infty)}, \tag{10}$$

$$\hat{c}_2=\frac{[-c_1(-\infty)\phi_1(-\infty)-c_2(-\infty)\phi_2(-\infty)]\phi_1'(0)-\frac{\tau_{\mathrm{a}}-\tau_{\mathrm{in}}}{A_{\mathrm{v}}(0)\rho_{\mathrm{w}}}\phi_1(-\infty)}{\phi_1'(0)\phi_2(-\infty)-\phi_2'(0)\phi_1(-\infty)}, \tag{11}$$

$$c_1(z)=\frac{1-i}{2\sqrt{2fA_{\mathrm{v}}(0)}}\int_0^z\left(\frac{A_{\mathrm{v}}(0)}{A_{\mathrm{v}}(z')}\right)^{1/4}[ifU_{\mathrm{s}}(z')+T_{\mathrm{wds}}(z')]\exp(-D(z'))\mathrm{d}z', \tag{12}$$

$$c_2(z)=-\frac{1-i}{2\sqrt{2fA_{\mathrm{v}}(0)}}\int_0^z\left(\frac{A_{\mathrm{v}}(0)}{A_{\mathrm{v}}(z')}\right)^{1/4}[ifU_{\mathrm{s}}(z')+T_{\mathrm{wds}}(z')]\exp(D(z'))\mathrm{d}z', \tag{13}$$

$$\phi_1(z)=\left(\frac{A_{\mathrm{v}}(0)}{A_{\mathrm{v}}(z)}\right)^{1/4}\exp(D(z)), \tag{14}$$

$$\phi_2(z)=\left(\frac{A_{\mathrm{v}}(0)}{A_{\mathrm{v}}(z)}\right)^{1/4}\exp(-D(z)), \tag{15}$$

$$D(z)=(1+i)\sqrt{\frac{f}{2}}\int_0^z\frac{1}{\sqrt{A_{\mathrm{v}}(z')}}\mathrm{d}z'. \tag{16}$$

WW3 模式网格输出的海浪谱是一维的，根据 Webb 等(2015)，采用一维海浪谱计算 Stokes 漂流：

$$\vec{U}_{S_{1\mathrm{dh}}}(z)=\vec{e}^{\mathrm{w}}\frac{16\pi^3}{g}\int_0^\infty f^3S_{\mathrm{f}}(f)\exp(2kz)\mathrm{d}f, \tag{17}$$

其中，$\vec{e}^{\mathrm{w}}=(\cos\theta,\sin\theta)$ 为 Stokes 漂流传播方向，由于真实的海浪谱观测数据较少且时空分辨率受限，因此通常采用近似公式来计算 Stokes 漂流，本文采用了三种 Stokes 漂流近似公式：

(a)单波公式(Breivik *et al*, 2014)：

$$\vec{V}_{\mathrm{M}}(z)=v_0\exp(2k_{\mathrm{m}}z)\vec{e}^{\mathrm{w}}, \tag{18}$$

式中，v_0 为海表 Stokes 漂速度，为了保证单波公式的海表 Stokes 输送和总的 Stokes 输送一致，取 $k_{\mathrm{m}}=\frac{v_0}{2V_{\mathrm{s}}}$，$V_{\mathrm{s}}$ 为 Stokes 输送：

$$V_{\mathrm{s}}=2\pi\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}f\exp(2kz)S_{\mathrm{f}}(f)\mathrm{d}f\,. \tag{19}$$

(b)e 指数公式(Breivik *et al*, 2014):

$$\vec{V}_{\mathrm{e}}(z)=v_0\frac{\exp(2k_{\mathrm{e}}z)}{1-Ck_{\mathrm{e}}z}\vec{e}^{\,\mathrm{w}}\,, \tag{20}$$

其中，$k_{\mathrm{e}}=k_{\mathrm{m}}/3$，Breivik 等(2014)发现当 $C\approx 8$ 时，其与 Phillips 谱计算出的 Stokes 漂流均方差最小。

(c)Phillips 谱近似公式(后面简称 Phillips 公式, Breivik *et al*, 2016):

$$\vec{V}_{\mathrm{ph}}(z)=v_0[\exp(2k_{\mathrm{p}}z)-\beta\sqrt{-2k_{\mathrm{p}}\pi z}\,\mathrm{erfc}(\sqrt{-2k_{\mathrm{p}}z})]\vec{e}^{\,\mathrm{w}}\,, \tag{21}$$

$$k_{\mathrm{p}}=\frac{v_0}{2V_{\mathrm{s}}}(1-2\beta/3)\,. \tag{22}$$

Breivik 等(2016)使用 ERA-Interim 北太平洋 2010 年的再分析资料，发现取 $\beta=1$ 对大部分海浪谱数据有很好的近似。本文中单波公式、e 指数公式和 Phillips 谱近似公式的 v_0 均为按谱积分公式取值计算出的海表 Stokes 漂流速度，k_{m}、k_{e}、k_{p} 均由谱积分公式计算的海表 Stokes 漂流速度和 Stokes 输送计算(Breivik *et al*, 2016)。

2　结果与分析

2.1　Stokes 漂流近似公式的敏感性分析

为了验证三种 Stokes 漂流近似公式(18)、(20)、(21)在不同海浪成长状态和风速情况下的精度，我们取风速 5m/s 到 40m/s，步长 2.5m/s；波龄 0.2 到 1.2，步长 0.3。分别采用三种近似公式计算 Stokes 漂流剖面及海表处的剪切项，并与使用 Elfouhaily 等(1997)提出的海浪谱公式(后面简称 EL 谱)：

$$S(k)=k^{-3}(B_{\mathrm{l}}+B_{\mathrm{h}})\,, \tag{23}$$

按积分公式(17)得到的结果进行了对比，采用标准化均方根误差(NRMS)来描述近似公式和 EL 谱计算的 Stokes 漂流剖面偏差, NRMS 定义为近似公式与 EL 谱计算的 Stokes 漂流剖面速度差的深度积分除以总的 Stokes 输送(由 EL 谱计算的 Stokes 漂流剖面垂向积分获得):

$$\delta v=\frac{\int_{-H}^{0}|v_{\mathrm{mod}}-v|\mathrm{d}z}{V}, \tag{24}$$

式中的 H 为截断深度，该深度以下的 Stokes 漂流速度可以忽略。计算结果如表 1 所示，除了在低风速、低波龄情况下(U_{10}=5m/s、β=0.2)，单波公式的 NRMS 小于 e 指数公式和 Phillips 公式，其他情况下单波公式的 NRMS 值均大于其他两个近似公式。当风速达到 10m/s 后, Phillips 公式的 NRMS 逐渐小于其它两个近似公式，且随风速增加该趋势愈发明显，其 NRMS 值为 e 指数近似公式的 $1/4$—$1/2$，单波公式的 $1/10$—$1/6$。

Elfouhaily 等(1997)将 Donelan 等(1987) 提出的海浪谱的低频部分与由大量观测数据约束的高频海浪谱连接起来得到 EL 谱，并用风速和波浪观测资料进行了验证，发现 EL 谱的计算结果更贴近实测数据。由于 WW3 模式的可解波浪的最大频率为 0.4852Hz，而高频波浪对于表层 Stokes 漂流的贡献又十分重要(Breivik *et al*, 2014)，因此后面采用 WW3 输出的海浪谱计算 Stokes 漂流时，我们将 EL 谱的高频部分添加到了 WW3 输出的海浪谱上来考虑高频波浪的影响。

表 1　三种 Stokes 漂流近似公式在不同风速和波龄状态下的 NRMS 统计结果

Tab.1　NRMS statistics of three different Stokes drift approximations in various wind speeds and wave ages

		$\beta=0.2$	$\beta=0.5$	$\beta=0.8$	$\beta=1.2$
	1.单波公式	0.0013	0.1308	0.1658	0.2036
$U_{10}=5$m/s	2.e 指数公式	0.0046	0.0288	0.0268	0.0201
	3. Phillips 公式	0.0086	0.0662	0.0771	0.0951
	1.单波公式	0.1452	0.2402	0.2909	0.2918
$U_{10}=10$m/s	2.e 指数公式	0.0332	0.0805	0.0989	0.0932
	3. Phillips 公式	0.0265	0.0309	0.0336	0.0459
	1.单波公式	0.2241	0.3394	0.3059	0.2032
$U_{10}=20$m/s	2.e 指数公式	0.0854	0.1444	0.1291	0.0863
	3. Phillips 公式	0.0385	0.0247	0.0196	0.0221
	1.单波公式	0.3176	0.2470	0.1633	0.1198
$U_{10}=40$m/s	2.e 指数公式	0.1346	0.1185	0.0720	0.0559
	3. Phillips 公式	0.0513	0.0272	0.0213	0.0187

式(23)中的 B_l 和 B_h 分别代表长波谱(低频谱)和短波谱(高频谱)，B_l 的表达式为:

$$B_l = \frac{1}{2}\times 6\times 10^{-3}\sqrt{\Omega}\frac{c_p}{c}F_p, \tag{25}$$

$$F_p = L_{PM}J_P \exp\left[-\frac{\Omega}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{\frac{k}{k_p}}-1\right)\right], \tag{26}$$

$$L_{PM} = \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{k_p}{k}\right)^2\right], \tag{27}$$

$$J_P = \gamma^{\Gamma}, \tag{28}$$

$$\Gamma = \exp\left[-\frac{\left(\sqrt{\frac{k}{k_p}}-1\right)^2}{2\sigma^2}\right], \sigma = 0.08(1+4\Omega^{-3}). \tag{29}$$

B_h 的表达式为:

$$B_h = \frac{1}{2}\alpha_m\frac{c_m}{c}F_m, \tag{30}$$

$$F_m = \exp\left\{-\frac{1}{4}\left[\frac{k}{k_m}-1\right]^2\right\}, \tag{31}$$

$$\alpha_m = 10^{-2}\begin{cases}1+\ln\left(\frac{u_*}{c_m}\right), u_* < c_m \\ 1+3\ln\left(\frac{u_*}{c_m}\right), u_* > c_m\end{cases}, \tag{32}$$

其中，$\Omega = U_{10}/c_p$ 为反波龄，取值范围为 $1<\Omega<5$，U_{10} 为 10m 风速，c_p 为谱峰相速度，$k_m = 370\,\text{rad/m}$，$c_m = \sqrt{2g/k_m} = 0.23\,\text{m/s}$，$u_*$ 为大气摩擦速度。

此外，三种近似公式在不同海浪成长状态和风速下，在海表 $z=0$ 处的 Stokes 漂流剪切项也存在着明显的差异(图 2)，在低波龄和中、低风速条件下(0m/s<U_{10}<17m/s，$B=0.2$)，三种公式计算的 Stokes 漂流剪切项与谱积分(17)的计算结果都很接近，但随着风速增加，开始出现差异。其中单波公式与谱积分公式的偏差最大，Phillips 公式与谱积分公式的偏差最小，e 指数近似公式介于两者之间。此外，可以看出随风速的增长，谱积分公式计算的海表 Stokes 漂流剪切项逐渐增大，在波龄较小时($B=0.2$)，Phillips 谱近似公式的计算结果体现了该趋势，而其他两个公式计算的 Stokes 漂流剪切项在达到某个阈值后逐渐减小或者稳定不变。最后，对于给定风速，海表 Stokes 漂流剪切项与波龄呈负相关。

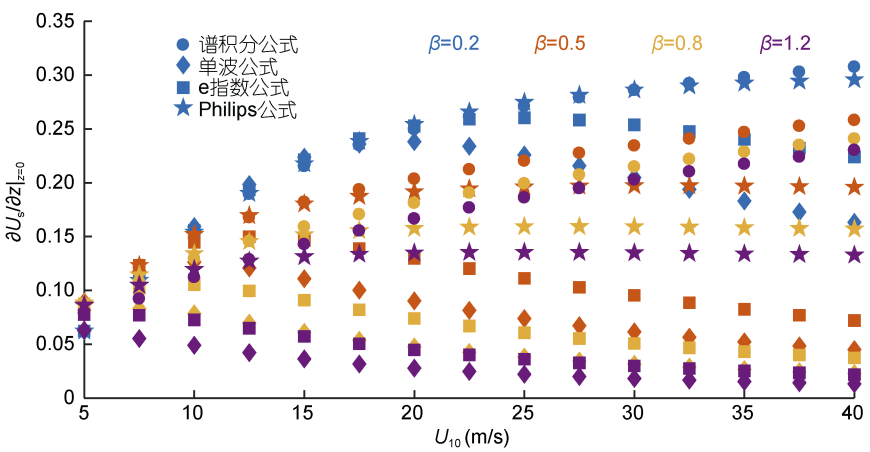


图 2 不同风速和波龄状态下的海表 Stokes 漂流剪切项

Fig.2 The sea surface Stokes drift shear at various wind speeds and wave ages

注：圆点代表谱积分公式，菱形代表单波公式，矩形代表 e 指数公式，星形代表 Phillips 公式；深蓝色代表波龄为 0.2，红色代表波龄为 0.5，橙黄色代表波龄为 0.8，紫色代表波龄为 1.2

2.2 Stokes 漂流近似公式对海表非地转流场估算的影响

由式(3)可知，Stokes 漂流对海表非地转流速估算有直接影响，我们采用前文给出的波浪订正 Ekman 模型近似解(9)，将三种不同 Stokes 漂流近似公式(18)、(20)、(21)和谱积分公式(17)计算的 Stokes 漂流剖面分别代入其中，并利用海洋卫星遥感数据和 WW3 模式输出结果计算了海表非地转流场。Breivik

等(2016)指出三种 Stokes 漂流近似公式计算结果的差异主要集中在海洋表层，因此我们对计算的非地转流速取 5m 深度的平均值来进行分析。图 2 给出了三种近似公式与谱积分公式计算的非地转流场的相对偏差在北太平洋的年平均结果，相对偏差的定义为:

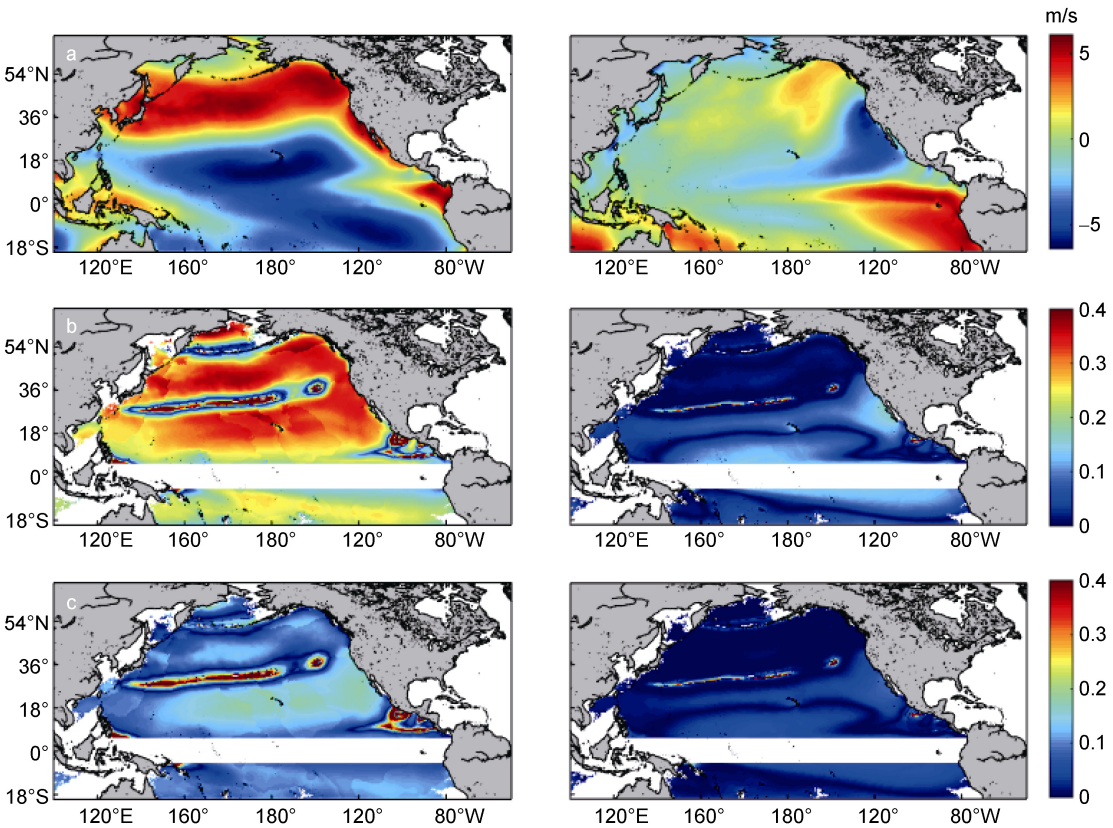
$$\mathrm{RD}=\left|(U_{\text{a-近似公式}}-U_{\text{a-谱积分}})/U_{\text{a-谱积分}}\right|, \tag{33}$$

其中 $U_{\text{a-近似公式}}$ 为近似公式计算出的非地转流速，$U_{\text{a-谱积分}}$ 为谱积分公式计算出的非地转流速，由图 3 可以看出，相对偏差高的区域主要集中在中高纬度和风速较大的海域，单波公式的相对偏差最大，其纬向相对偏差在大部分海域超过了 20%，而 e 指数公式和 Phillips 公式的纬向相对偏差在大部分地区低于 20%，只在 20°—38°N 的中纬度海域存在较大值，说明 e 指数公式和 Phillips 公式计算的非地转流速更接近于谱积分公式的计算结果。由于年平均风速不大，在 0—6m/s，由前文的敏感性分析理想实验可知，在低风速条件下，e 指数公式的 NRMS 值比 Phillips 公式更小(更接近于谱积分公式计算的 Stokes 漂流剖面)，因此 Phillips 公式的年平均偏差相对于 e 指数公式的计算结果，并未有太大优势。在经向上，三种近似公式计算的相对偏差区别不大，但还是能明显看出 e 指数公式优于单波公式，而劣于 Phillips 公式。

图 4 给出了三种近似公式计算的年平均非地转流速的纬向平均结果[考虑到公式(3)的有效性，赤道区域除外]，可以看出非地转流速与风速正相关。当风速较小时，三种近似公式计算出的非地转流速与谱积分公式的计算结果很接近，但随着风速增大，单波公式相对于谱积分公式的偏差逐渐加大，远大于其它两个近似公式。此外，在低纬度区域(20°S—30°N)，Phillips 公式计算出的非地转流速比其它两个公式更接近于谱积分公式的计算结果，在中高纬度区域(>30°N)，Phillips 公式和 e 指数公式的计算结果相差不大。

2.3　拉格朗日浮标验证结果

为了进一步验证 Stokes 漂流近似公式精度对于海洋表层流场计算的影响，我们选用拉格朗日浮标观测数据对计算结果进行对比验证，拉格朗日浮标的运动轨迹如图 5 所示。



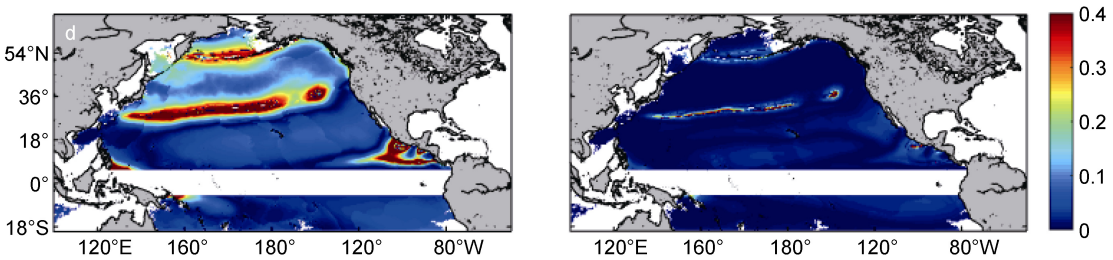


图 3 三种 Stokes 漂流近似公式计算的非地转流速的年平均纬向(左)和经向(右)相对偏差: (a)10m 高度处的年平均风速(纬向向东为正, 经向向北为正); (b)单波公式的年平均相对偏差; (c)e 指数公式的年平均相对偏差; (d)Phillips 公式的年平均相对偏差

Fig.3 The annual average zonal (left) and meridional (right) relative deviation of ageostrophic currents calculated by three different Stokes drift approximations: (a) wind speed at 10m height(The latitudinal direction is positive to the east and the meridional direction is positive to the north); (b) relative deviation of the monochromatic profile (c) relative deviation of the exponential profile (d) relative deviation of Phillips profile

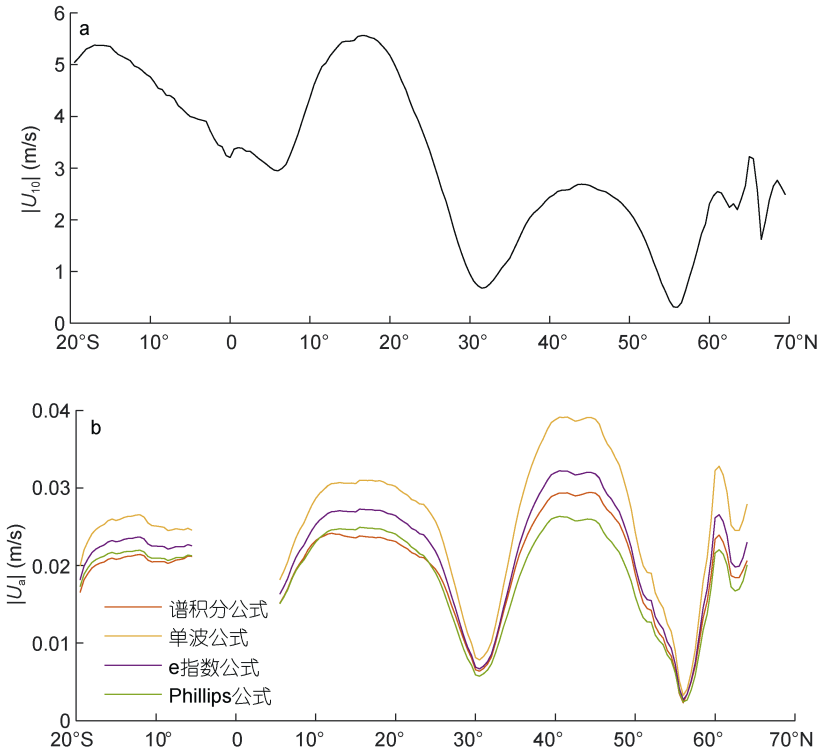


图 4 三种 Stokes 漂流近似公式计算出的年平均非地转流速的纬向平均: (a)年平均风速的纬向平均; (b)年平均非地转流速的纬向平均

Fig. 4 The zonal average of annual average ageostrophic currents calculated by three different Stokes drift approximations: (a) zonal average of moduli of annual average wind speed; (b) zonal average of moduli of annual average ageostrophic currents

注: 红线为谱积分公式, 橙线为单波公式, 紫线为 e 指数公式, 绿线为 Phillips 公式

由海洋卫星遥感数据估算的海洋表层流场可以代表 15m 深度处的浮标运动(Lagerloef *et al*, 1999), 浮标测量的流速为 15m 深度上水团的平均拉格朗日流速:

$$\vec{U}_{\mathrm{L}} = \vec{U}_{\mathrm{E}} + \vec{U}_{\mathrm{s}} = \vec{U}_{\mathrm{g}} + \vec{U}_{\mathrm{WE}} + \vec{U}_{\mathrm{s}}, \tag{34}$$

式中, $\vec{U}_{\mathrm{E}}$ 为欧拉流速, 即方程(1)中的海表总流场 $\vec{U}$, $\vec{U}_{\mathrm{s}}$ 为 Stokes 漂流速度。我们选用相关系数和均方根误差来代表不同 Stokes 漂流公式计算的海表拉格朗日速度与拉格朗日浮标观测数据的吻合程度, 与部分浮标的对比结果如表 2 所示, 可以看出 Phillips 公

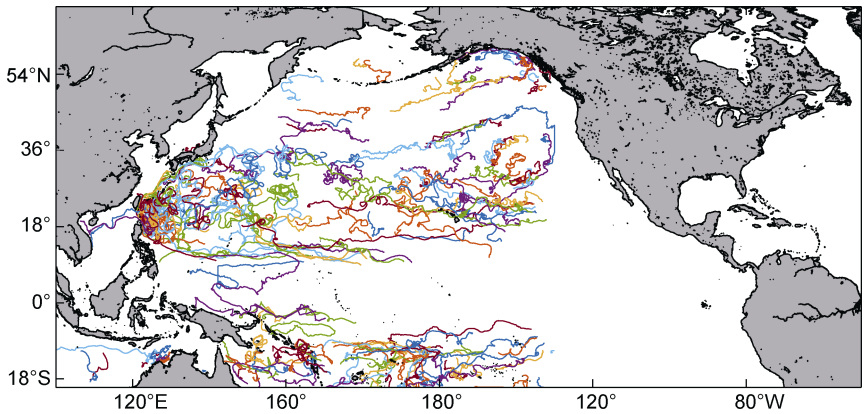


图 5　拉格朗日浮标运动轨迹

Fig.5　Trajectories of the Lagrangian drifters for validating the calculated ocean surface currents

注: 不同颜色的实线代表不同浮标的运动轨迹

式的计算结果与谱积分公式最接近，说明 Phillips 公式计算的拉格朗日流速相比其他两个近似公式更加接近实测数据。单波公式的纬向和经向平均相关系数分别为 0.8380 和 0.7041，平均均方根误差分别为 0.1485 和 0.1158；e 指数的纬向和经向平均相关系数分别为 0.8406 和 0.7094，平均均方根误差分别为 0.1454 和 0.1148; Phillips 公式的纬向和经向平均相关系数分别为 0.8431 和 0.7110，平均均方根误差分别为 0.1424 和 0.1139；谱积分公式的纬向和经向平均相关系数分别为 0.8432 和 0.7111，平均均方根误差分别为 0.1419 和 0.1140。由此可知，随着 Stokes 漂流近似公式精度的提高，其计算的拉格朗日流速更接近于谱积分公式的计算结果，且贴近于实测流速数据。

表 2　不同 **Stokes** 漂流公式计算的拉格朗日流速与拉格朗日浮标观测数据的对比结果

Tab.2　Comparison between the Lagrangian velocities calculated by various Stokes drift formulas and the Lagrangian drifter observations

	浮标 ID	观测量	相关系数				均方根误差(m/s)			
			谱积分公式	单波公式	e 指数公式	Phillips 公式	谱积分公式	单波公式	e 指数公式	Phillips 公式
纬向	39994	1247	0.8624	0.8565	0.8591	0.8620	0.0856	0.0865	0.0859	0.0856
经向	39994	1247	0.8443	0.8347	0.8426	0.8447	0.0728	0.0759	0.0733	0.0725
纬向	41407	1202	0.8927	0.8881	0.8904	0.8933	0.1708	0.1846	0.1781	0.1731
经向	41407	1202	0.6203	0.6166	0.6173	0.6206	0.1023	0.1025	0.1034	0.1023
纬向	101927	1457	0.9022	0.8983	0.8991	0.9020	0.1850	0.2029	0.1931	0.1858
经向	101927	1457	0.6267	0.6158	0.6197	0.6261	0.1165	0.1169	0.1180	0.1166
纬向	107600	1457	0.8298	0.8292	0.8291	0.8297	0.1930	0.1941	0.1953	0.1930
经向	107600	1457	0.7689	0.7657	0.7661	0.7695	0.1698	0.1729	0.1722	0.1696
纬向	109463	1379	0.7430	0.7340	0.7408	0.7427	0.0959	0.1021	0.0991	0.0962
经向	109463	1379	0.7124	0.7060	0.7141	0.7124	0.1047	0.1062	0.1044	0.1047
纬向	109599	1457	0.8294	0.8219	0.8249	0.8290	0.1209	0.1215	0.1211	0.1209
经向	109599	1457	0.6937	0.6857	0.6963	0.6927	0.1177	0.1202	0.1172	0.1179

我们分别计算了三种 Stokes 漂流近似公式的拉格朗日流速与谱积分公式估算结果的绝对误差和相对偏差，绝对误差的定义为:

$$\mathrm{RD} = \left| U_{\text{L-谱积分}} - U_{\text{L-近似公式}} \right|, \tag{35}$$

相对偏差的定义为:

$$\mathrm{AE} = \left| (U_{\text{L-近似公式}} - U_{\text{L-谱积分}}) / U_{\text{L-谱积分}} \right|, \tag{36}$$

其中，$U_{\text{L-谱积分}}$ 为谱积分公式计算的拉格朗日流速，$U_{\text{L-近似公式}}$ 为不同 Stokes 漂流近似公式计算的拉格朗

日流速，图 6 给出了不同风速下的绝对误差和相对偏差散点图，可以明显的看出随着风速增大，单波公式和 e 指数公式的绝对误差逐渐增加，而 Phillips 公式则保持稳定不变，说明 Phillips 公式在不同风速下要比其他两个近似公式更接近于谱积分公式的计算结果。三种近似公式计算的相对偏差对风速并不敏感，主要位于 0—0.2，其中单波公式的平均相对偏差为 0.0834，e 指数公式的平均相对偏差为 0.0392，Phillips 公式的平均相对偏差为 0.0101，表明 Stokes 漂流近似公式精度对于表层流场估算有直接影响，由近似公式精度引起的偏差不能忽略。图 7 为拉格朗日浮标(42645)观测数据与不同 Stokes 漂流公式计算的拉格朗日流速对比。不难看出，随着风速增加，单波公式和 e 指数公式的逐渐偏离谱积分公式的计算结果，因此增大了其与拉格朗日浮标观测数据的偏差，而 Phillips 公式的计算结果基本与谱积分公式重合，说明 Phillips 公式在不同风速下均能对谱积分公式有良好的近似效果。最后，在高风速情况下，由 Stokes 漂流近似公式精度引起的误差不能忽略，此时应该采用 Phillips 公式计算 Stokes 漂流来减小误差。

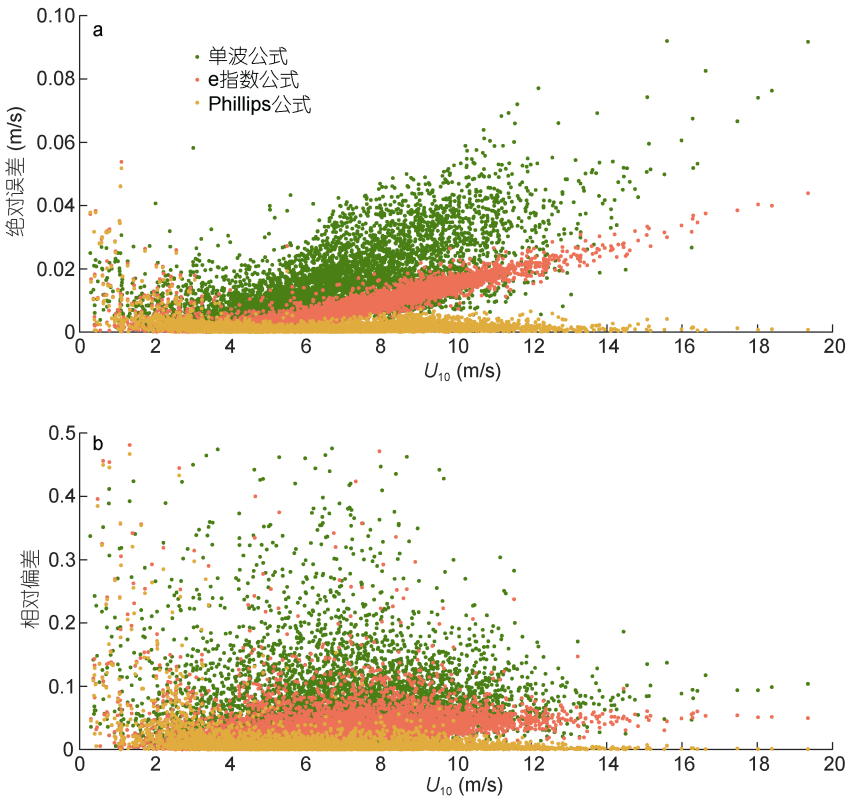
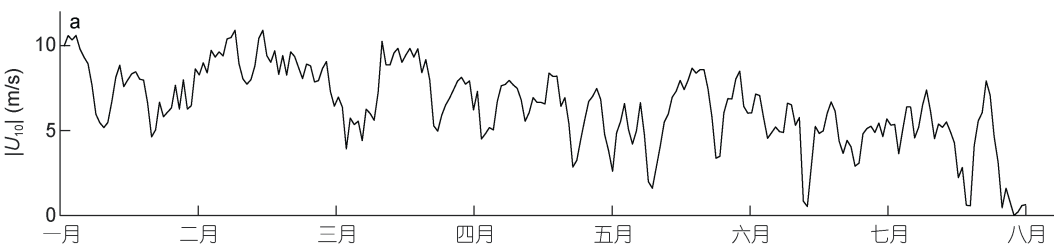


图 6 不同风速下三种 Stokes 漂流近似公式计算的拉格朗日流速与谱积分公式计算结果的绝对误差和相对误差: (a)绝对误差; (b)相对偏差

Fig.6 Absolute error and relative deviation of the Lagrange velocity calculated by three different Stokes drift approximations and spectral integral formula at various wind speeds: (a) absolute error; (b) relative deviation

注: 绿点为单波公式，红点为 e 指数公式，橙点为 Phillips 公式



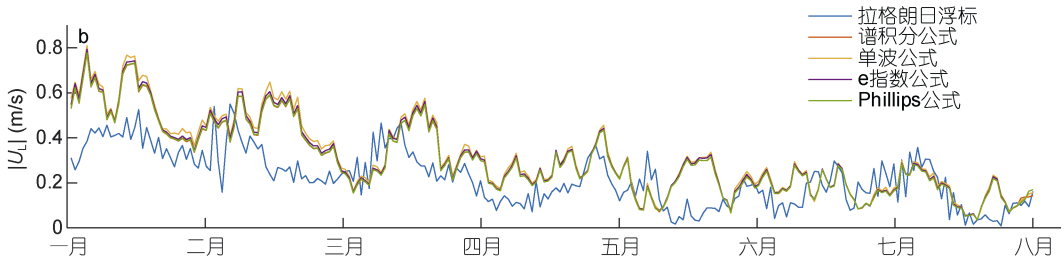


图 7　不同 Stokes 漂流公式计算的拉格朗日流速与拉格朗日浮标(42645)观测资料的对比
(a)10m 高度处风速; (b)拉格朗日流速

Fig.7　Comparison between the Lagrangian velocities calculated by four different Stokes drift formulas and observations of Lagrangian drifter (42645) observations: (a) wind speed at 10m height; (b) Lagrangian velocities

注: 蓝线为浮标数据, 红线为谱积分公式, 黄线为单波公式, 紫线为 e 指数公式, 绿线为 Phillips 公式

3　讨论

近几年来, 随着海洋遥感卫星的迅速发展, 人们可以获得许多高时空分辨率的海洋观测数据, 然而到目前为止, 遥感卫星还未能够直接对海洋表层流场进行观测, 因此采用能够直接观测的其它海洋环境变量(海表面高度、海表面温度、海表面风速、有效波高等)间接估算是获取海表流场的重要途径。由于海浪谱的实际观测资料较少, 因此人们通常采用近似公式来估算 Stokes 漂流剖面, 本文分析了不同 Stokes 漂流近似公式在各种天气条件下与谱积分公式计算结果的偏差, 讨论了 Stokes 漂流近似公式对海表流场估算的影响。然而, 本文采用了海水密度均匀的假设, 忽略了浮力项对海表流场估算的影响, 因此在下一步的研究中需要考虑浮力项, 深入讨论 Stokes 漂流近似公式对密度非均匀条件下海表流场估算的影响。

4　结论

本文基于海洋卫星遥感数据和 WW3 模式输出结果, 采用波浪订正的 Ekman 模型研究了 Stokes 漂流近似公式精度对于海洋表层流场估算的影响。研究表明, 非地转流速与风速正相关, 且在风速较小时, 三种近似公式计算出的非地转流速与谱积分公式的计算结果接近, 但随着风速增大, 单波公式相对于谱积分公式的偏差逐渐增大, 远超其它两个近似公式。将三种 Stokes 漂流近似公式计算的海表拉格朗日流速与拉格朗日浮标的观测数据对比, 单波公式的平均相关系数更低, 平均均方根误差更大, 表明 Stokes 漂流近似公式精度的提高能够优化海表拉格朗日流速的计算结果。与谱积分公式计算的海表拉格朗日流速对比, 单波公式的平均相对偏差为 0.0834, e 指数公式的平均相对偏差为 0.0392, Phillips 公式的平均相对偏差为 0.0101, 说明 Phillips 公式在不同风速下均能对谱积分公式有良好的近似效果。在低风速条件下, 计算海洋表层流场时, 由 Stokes 漂流近似公式精度引起的误差可以忽略不计, 但随着风速增加, 由近似公式精度引起的偏差逐渐变大, 此时应该选择 Phillips 公式计算 Stokes 漂流而不是研究者们常用的单波公式, 来减小误差。

参　考　文　献

Ardhuin F, Rogers E, Babanin A V *et al*, 2010. Semiempirical dissipation source functions for ocean waves. Part I: definition, calibration, and validation. Journal of Physical Oceanography, 40(9): 1917—1941, doi: 10.1175/2010JPO4324.1

Breivik Ø, Janssen P A E M, Bidlot J R, 2014. Approximate stokes drift profiles in deep water. Journal of Physical Oceanography, 44(9): 2433—2445, doi: 10.1175/JPO-D-14-0020.1

Breivik Ø, Bidlot J R, Janssen P A E M, 2016. A Stokes drift approximation based on the Phillips spectrum. Ocean Modelling, 100: 49—56, doi: 10.1016/j.ocemod.2016.01.005

Cushman-Roisin B, 1994. Introduction to Geophysical Fluid Dynamics. Englewood Cliffs N J, USA: Prentice-Hall Press, 320

Donelan M A, Pierson Jr W J, 1987. Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. Journal of Geophysical Research, 92(C5): 4971—5029, doi: 10.1029/JC092iC05p04971

Ekman V W, 1905. On the influence of the earth's rotation on ocean-currents. Arkiv för Matematik, Astronomi Och Fysik, 2(11): 1—52

Elfouhaily T, Chapron B, Katsaros K *et al*, 1997. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. Journal of Geophysical Research, 102(C7): 15781—15796 doi: 10.1029/97JC00467

Huang N E, 1979. On surface drift currents in the ocean. Journal of Fluid Mechanics, 91(1): 191—208, doi: 10.1017/S0022112079000112

Jenkins A D, 1989. The use of a wave prediction model for driving a near-surface current model. Deutsche Hydrografische Zeitschrift, 42(3—6): 133—149, doi: 10.1007/BF02226291

Komen G J, Cavaleri L, Donelan M *et al*, 1994. Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge: Cambridge University Press, doi: 10.1017/CBO9780511628955

Lagerloef G S E, Mitchum G T, Lukas R B *et al*, 1999. Tropical pacific near-surface currents estimated from altimeter, wind, and drifter data. Journal of Geophysical Research, 104(C10): 23313—23326, doi: 10.1029/1999JC900197

Large W G, McWilliams J C, Doney S C, 1994. Oceanic vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. Reviews of Geophysics, 32(4): 363—403, doi: 10.1029/94RG01872

McWilliams J C, Huckle E, Liang J H *et al*, 2012. The wavy ekman layer: langmuir circulations, breaking waves, and reynolds stress. Journal of Physical Oceanography, 42(11): 1793—1816, doi: 10.1175/JPO-D-12-07.1

Perrie W, Tang C L, Hu Y *et al*, 2003. The impact of waves on surface currents. Journal of Physical Oceanography, 33(10): 2126—2140, doi: 10.1175/1520-0485(2003)033<2126:TIOWOS>2.0.CO;2

Polton J A, Lewis D M, Belcher S E, 2005. The role of wave-induced coriolis-stokes forcing on the wind-driven mixed layer. Journal of Physical Oceanography, 35(4): 444—457, doi: 10.1175/JPO2701.1

Song J B, 2009. The effects of random surface waves on the steady Ekman current solutions. Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers, 56(5): 659—671, doi: 10.1016/j.dsr.2008.12.014

Song J B, Huang Y S, 2011. An approximate solution of wave-modified Ekman current for gradually varying eddy viscosity. Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers, 58(6): 668—676, doi: 10.1016/j.dsr.2011.04.001

Tang C L, Perrie W, Jenkins A D *et al*, 2007. Observation and modeling of surface currents on the grand banks: a study of the wave effects on surface currents. Journal of Geophysical Research, 112(C10): C10025, doi: 10.1029/2006JC004028

The Wamdi Group, 1988. The WAM model—a third generation ocean wave prediction model. Journal of Physical Oceanography, 18(12): 1775—1810, doi: 10.1175/1520-0485(1988)018<1775:TWMTGO>2.0.CO;2

Webb A, Fox-Kemper B, 2015. Impacts of wave spreading and multidirectional waves on estimating stokes drift. Ocean Modelling, 96: 49—64, doi: 10.1016/j.ocemod.2014.12.007

Xu Y, Bi F, Song J B *et al*, 2017. The temporal and spatial variations in the pacific wind and wave fields for the period 2002-2011. Acta Oceanologica Sinica, 36(3): 26—36, doi: DOI:10.1007/s13131-017-1039-6

Zheng C W, Pan J, Li J X, 2013. Assessing the China Sea wind energy and wave energy resources from 1988 to 2009. Ocean Engineering, 65: 39—48, doi: 10.1016/j.oceaneng.2013.03.006

THE IMPACT OF THE ACCURACY OF STOKES DRIFT APPROXIMATION ON ESTIMATION OF OCEAN SURFACE CURRENT

BAI Chuan-Qi, SONG Jin-Bao, CHEN Hui
(*Ocean College*, *Zhejiang University*, *Zhoushan* 316000, *China*)

Abstract Based on a wave-modified Ekman model, we studied the influence of accuracy of three Stokes drift approximations (the monochromatic wave profile, the exponential integral profile, and the Phillips profile) on the estimation of ocean surface currents. The total sea surface currents consist of two terms: geostrophic currents calculated from the sea surface height (SSH) and ageostrophic current obtained from the results of WAVEWATCH III. We validated the estimated currents by in-situ Lagrangian drifter observations. The result shows that with the improvement of the accuracy of Stokes drift approximation, the calculated Larangian velocities are closer to the results of the spectrum integral formula and the Lagrangian drifter observations. Compared with the result of spectrum integral formula, the average relative deviation of the monochromatic wave profile is 0.0834, while the exponential integral profile is 0.0392, and the Phillips profile is 0.0101. This suggests that the Phillips profile did a good approximation to the spectral integral formula at various wind speeds. At low wind speeds, the estimation error of the ocean surface currents caused by the accuracy of the Stokes drift approximation is neglectable. However, with an increase of wind speed, the deviation caused by the accuracy of the approximation would become considerable, for which the Phillips profile should be adapted in the calculation of the Stokes drift to avoid the errors.

Key words wave-modified Ekman model; WAVEWATCH III; Stokes drift approximation; ocean surface currents