Ekman 模型时间变化风应力系数的伴随参数估计*

李国庆[1] 高艳秋[2] 张继才[1①]

(1. 浙江大学海洋学院 物理海洋研究所 舟山 316021; 2. 自然资源部第二海洋研究所 卫星海洋环境动力学国家重点实验室 杭州 310012)

摘要 本文基于时间分布参数设置, 利用伴随同化方法, 反演了 Ekman 模型中随时间变化的风应力拖曳系数, 并在孪生实验和实际实验中对该方法进行了验证。在孪生实验中, 研究了参数反演结果对不同影响因素的响应, 包括: 风速分布、风应力系数分布、风应力系数初始猜测值、风应力系数独立变量个数、观测数据误差和观测的深度。孪生实验结果验证了伴随同化方法反演 Ekman 模型中时变风应力系数的有效性, 具体包括如下五个方面结论: 1)不同风速分布下均能成功反演出不同风应力拖曳系数分布; 2)反演结果对初始猜测值较为敏感, 风应力系数初始猜测值越接近给定值, 反演结果越好; 3)风应力系数独立点个数的选取会显著影响反演结果, 合理的选择有利于提高反演效率及减小观测数据误差; 4)观测误差能够影响反演结果, 观测数据误差在 20%以下时能取得合理的反演结果; 5)反演结果对观测数据的表层和次表层流速更为敏感, 这是由 Ekman 流的物理性质决定的。实际实验, 利用百慕大锚系试验平台的风速和流速数据, 去除周期性潮流和地转流成分后得到 Ekman 流成分, 并作为观测输入到该同化模型, 反演出了适用于该区域和该时段的随时间变化的风应力系数。通过比较模拟流速和观测流速, 证明利用伴随同化方法能从实测数据中反演出合理的时变风应力系数, 对于海洋模型风应力系数的确定是一项有益的尝试。

关键词 伴随同化; 风应力系数; 时间变化; Ekman 模型; 参数估计

中图分类号 P731 doi: 10.11693/hyhz20190100029

风是驱动海洋环流的重要因素, 与之相关的风应力则是计算海气界面动量交换的基本指标。风应力拖曳系数(Wind Stress Drag Coefficient, WSDC)是计算风应力的关键参数, 因此风应力系数对于与海面风相关的上层海洋过程具有很大的影响(Peng *et al*, 2015)。在前人的研究中, 风应力系数常被假设为常数(Konishi *et al*, 1985; Jones *et al*, 1998), 或被设置为风速的线性函数(Garratt, 1977; Wu, 1980, 1982), 或被设为风速的非线性函数(Large *et al*, 1981; Powell *et al*, 2003; Large *et al*, 2009; Zijlema *et al*, 2012; Edson *et al*, 2013; Peng *et al*, 2015), 具体关系如图 1 所示。目前, 风应力系数随风速非线性变化, 尤其是在高风速条件下, 已被广泛接受与认可(Powell *et al*, 2003; Hwang, 2005; Jarosz *et al*, 2007; Maurer *et al*, 2015)。由于涉及到海气相互作用过程, 风应力系数的确定是海洋科学和大气科学领域的一个难点问题, 其困难根源来自于湍流问题。湍流在时间和空间尺度的多变性, 导致求解湍流问题异常困难。近惯性频率段的海洋观测表明, 与板状模型相比, 湍流封闭模型能更好地预测风生流(Weller *et al*, 1996)。目前的湍封闭模型存在多种选择, 例如依赖于 Richardson 数的模型、k-ε 模型、M-Y 模型、Prandtl 混合长度模型、KPP 模型等, 它们在不同的区域、不同的事件中, 都发挥了重要的作用(Pacanowski *et al*, 1981; Ferreira *et al*, 2004; Mellor, 2004; Wang *et al*, 2010)。但是, 由于海

* 国家重点研发计划“全球变化及应对”重点专项, 2017YFA0604100 号; 国家重点研发计划“海洋环境安全保障”重点专项, 2017YFC1404000 号; 国家自然科学基金, 41876086 号; 中央高校基本科研业务费专项资金。李国庆, 硕士研究生, E-mail: li_guoqing_ocean@163.com

① 通信作者: 张继才, 副教授, 博士生导师, E-mail: jicai_zhang@163.com

收稿日期: 2019-01-29, 收修改稿日期: 2019-04-19

洋环境往往会随空间和时间发生变化，再加上观测数据的不足，各个湍流模型的普适性受到限制，具体表现为不同模型计算出的参数差别较大，没有哪种模型能精准适用于所有海域。

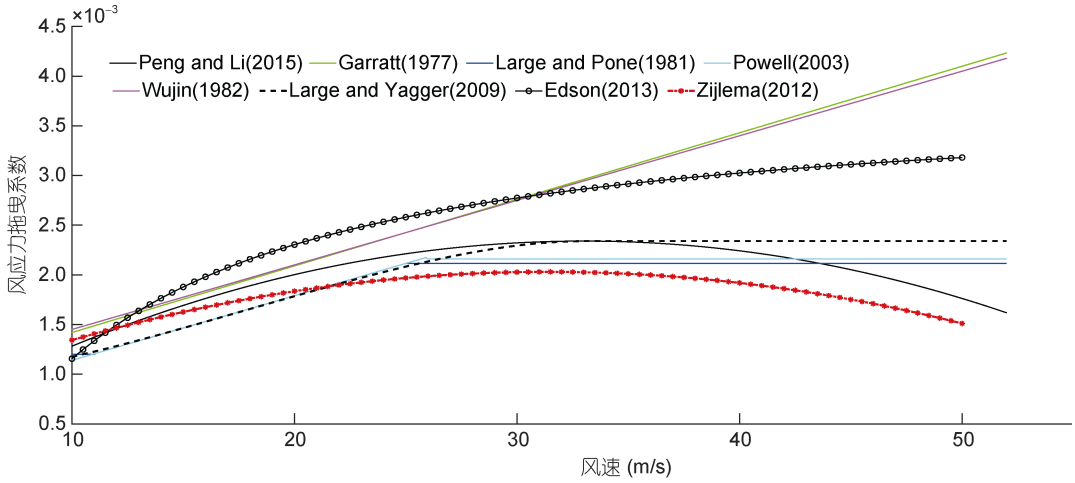


图 1 前人公式中风应力系数与风速的关系

Fig.1 Wind Stress Drag Coefficients (WSDCs) as a function of wind speed from previous works

伴随同化方法是在严格的数学理论基础上发展起来的(Thacker *et al*, 1988)。伴随同化将变分原理与最优控制理论相结合，流体力学方程组及其初、边值条件作为约束条件，使得依据具体问题设计的代价函数达到最小(Sasaki, 1970)。近几十年以来，对于未知参数的确定，数据同化方法发挥了重要作用，以伴随同化方法和卡曼滤波(Kalman Filter)同化参数估计为代表(Kalman, 1960; Daley, 1991; Evensen, 1992; Fisher *et al*, 1995; Evensen *et al*, 1996; Navon, 1997)。同化参数估计的思路在于，由于动力过程的复杂性和参数的未知性，海洋模型所反应的动力系统类似于“黑箱子”，但是“黑箱子”的输出却是可以观测的，即海洋观测资料；这就提供了一种可能性，基于数学物理反问题的思路，我们可以从输出(观测资料)去反推输入的控制变量(参数)。近年来同化参数估计在许多实际问题中得到应用(Yu *et al*, 1991; Das *et al*, 1992; Ullman *et al*, 1998; Heemink *et al*, 2002; Lv *et al*, 2004; Wakelin *et al*, 2009; Zhang *et al*, 2009; Kim *et al*, 2015; Zhang *et al*, 2015; Gharamti *et al*, 2017)。Yu 等(1991)验证了 Ekman 伴随同化模型优化风应力系数和海水涡动黏性系数剖面的能力。Yu 等(1992)探究了初始条件对反演结果的影响，一定程度上优化了 Ekman 模型的初始流速。Zhang 等(2009)分析了伴随同化方法反演改进的 Ekman 模型中风应力系数的部分敏感性，包括：优化算法、调整参数的步长、伴随方程的反积分时间和正则化参数，但是未涉及到实际海洋数据。本文采用一个改进的 Ekman 模型，基于时间分布参数的假设，建立相关算法，利用伴随同化方法反演了随时间变化的风应力系数，并运用孪生实验和实际实验对该方法进行了验证；数值实验结果表明，该方法对利用风速和上层流速的观测值反演时间分布的风应力系数是有效的，有利于提高风应力系数的取值合理性和模拟准确度。

本文结构如下：第一节简要描述了改进的 Ekman 模型、伴随同化方法以及数值实验运算过程；第二节进行了一系列孪生实验，对随时间变化的风应力拖曳系数反演问题进行了敏感性分析实验；第三节利用百慕大锚系实验平台风速和流速数据，反演该区域随时间变化的风应力拖曳系数，并通过比较模拟和观测流速，验证了该方法的有效性；第四节是讨论和总结。

1 模型描述

1.1 控制方程

本文采用修正的 Ekman 模型(Yu *et al*, 1991)，其控制方程为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} - f\boldsymbol{v} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(A\dfrac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} \right) \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + f\boldsymbol{u} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(A\dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial z} \right) \end{cases}, \tag{1}$$

其中，t 为时间，z 为水深，取 z 轴垂直向上为正，且在海洋表面处 z=0，$\boldsymbol{u}$(向东为正向)和 $\boldsymbol{v}$(向北为正向)为海洋各深度处水平方向的流速分量，f 为 Coriolis 参数，A 为涡动黏性系数。对于方程(1)，初始条件的设置与吕咸青(2001)相同。

相应的边界条件为:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=0}=\frac{C_{\mathrm{d}}}{A}\frac{\rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{w}}}\sqrt{u_{\mathrm{a}}^2+v_{\mathrm{a}}^2}u_{\mathrm{a}},\quad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=0}=\frac{C_{\mathrm{d}}}{A}\frac{\rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{w}}}\sqrt{u_{\mathrm{a}}^2+v_{\mathrm{a}}^2}v_{\mathrm{a}} \tag{2}$$

$$A\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=-H_0}=0,\quad A\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=-H_0}=0 \tag{3}$$

其中, C_{d} 为风应力拖曳系数, ρ_{a} 和 ρ_{w} 分别为空气和海水的密度, u_{a}(向东为正向)和 v_{a}(向北为正向)为 10m 高空处风速的水平分量, H_0 为 Ekman 层的深度。

由于上述参数的物理性质不同, 具有不同的单位(Gill *et al*, 1981; Luenberger *et al*, 1984)。在方程中引入无量纲变量(Yu *et al*, 1991):

$$t'=\frac{t}{T_f},\boldsymbol{u}'=\frac{\boldsymbol{u}}{U},\boldsymbol{v}'=\frac{\boldsymbol{v}}{U},z'=\frac{z}{D},\quad A'=\frac{A}{s_{\mathrm{a}}},C_{\mathrm{d}}'=\frac{C_{\mathrm{d}}}{s_{\mathrm{c}}},u_{\mathrm{a}}'=\frac{u_{\mathrm{a}}}{U_{\mathrm{a}}},v_{\mathrm{a}}'=\frac{v_{\mathrm{a}}}{U_{\mathrm{a}}} \tag{4}$$

其中,

$$T_f=\frac{1}{f},D=\left(\frac{s_{\mathrm{a}}}{f}\right)^{1/2},U=\frac{\rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{w}}}\frac{s_{\mathrm{c}}U_{\mathrm{a}}^2}{\sqrt{s_{\mathrm{a}}f}}. \tag{5}$$

其中, t'、$\boldsymbol{u}'$、$\boldsymbol{v}'$、z'、A'、C_{d}'、u_{a}'、v_{a}' 是原变量的无量纲变量, T_f、U、D、s_{a}、s_{c}、U_{a} 是公式(4)中对应变量的变换系数, 其他变量的定义与公式(2)相同。

得到方程:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial t'}-\boldsymbol{v}'=\dfrac{\partial}{\partial z'}\left(A'\dfrac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial z'}\right)\\ \dfrac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t'}+\boldsymbol{u}'=\dfrac{\partial}{\partial z'}\left(A'\dfrac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial z'}\right)\end{cases}. \tag{6}$$

因下文中这 8 个变量都是使用带撇的无量纲变量, 为了书写方便和容易理解, 省略这些变量的撇号。

1.2　伴随方程

构造代价函数:

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},C_{\mathrm{d}})=\frac{1}{2}\boldsymbol{K}_m\int_t\int_z\left((\boldsymbol{u}-\hat{\boldsymbol{u}})^2+(\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}})^2\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}t, \tag{7}$$

其中, $\hat{\boldsymbol{u}}$(向东为正向)和 $\hat{\boldsymbol{v}}$(向北为正向)为流速观测值, $\boldsymbol{K}_m$ 为权重矩阵, 本文简化为单位矩阵。参考吕咸青(2001)的推导过程, 得到方程(6)的伴随方程(8):

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial t}-\boldsymbol{\mu}+\dfrac{\partial}{\partial z}\left(A\dfrac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial z}\right)=\boldsymbol{K}_m(\boldsymbol{u}-\hat{\boldsymbol{u}})\\ \dfrac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial t}+\boldsymbol{\lambda}+\dfrac{\partial}{\partial z}\left(A\dfrac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial z}\right)=\boldsymbol{K}_m(\boldsymbol{v}-\hat{\boldsymbol{v}})\end{cases}, \tag{8}$$

其中, $\boldsymbol{\lambda}$和$\boldsymbol{\mu}$分别是$\boldsymbol{u}$和$\boldsymbol{v}$的拉格朗日乘子(又称为伴随变量)。边界条件和初始条件的设置与吕咸青(2001)相同。

代价函数 $\boldsymbol{J}$ 关于风应力拖曳系数的梯度计算方法为:

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial C_{\mathrm{d}}}=-\int\left(\sqrt{u_{\mathrm{a}}^2+v_{\mathrm{a}}^2}\,(u_{\mathrm{a}}\lambda_{z=0}+v_{\mathrm{a}}\mu_{z=0})\right)\mathrm{d}t. \tag{9}$$

由此可得:

(1)风应力拖曳系数的时间分布反演

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial C_{\mathrm{d}}^{\,i}}=-\sqrt{\left(u_{\mathrm{a}}^i\right)^2+\left(v_{\mathrm{a}}^i\right)^2}\left(u_{\mathrm{a}}^i\cdot\lambda_{z=0}^i+v_{\mathrm{a}}^i\mu_{z=0}^i\right), \tag{10}$$

(2)风应力拖曳系数的恒定值反演

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial C_{\mathrm{d}}}=-\sum\nolimits_i\left(\sqrt{\left(u_{\mathrm{a}}^i\right)^2+\left(v_{\mathrm{a}}^i\right)^2}\left(u_{\mathrm{a}}^i\cdot\lambda_{z=0}^i+v_{\mathrm{a}}^i\mu_{z=0}^i\right)\right), \tag{11}$$

其中, i 是时间指标。

1.3　差分格式及数值实验过程

本文采用的有限差分格式是 Crank-Nicholson 格式(O'Brien, 1986)。控制方程(4)的差分形式为:

$$\begin{cases}\dfrac{u_j^{i+1}-u_j^i}{\Delta t}-\dfrac{v_j^{i+1}+v_j^i}{2}=\dfrac{A}{2}\left(\dfrac{u_{j+1}^{i+1}-2u_j^{i+1}+u_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^2}+\dfrac{u_{j+1}^i-2u_j^i+u_{j-1}^i}{\Delta z^2}\right)\\ \dfrac{v_j^{i+1}-v_j^i}{\Delta t}+\dfrac{u_j^{i+1}+u_j^i}{2}=\dfrac{A}{2}\left(\dfrac{v_{j+1}^{i+1}-2v_j^{i+1}+v_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^2}+\dfrac{v_{j+1}^i-2v_j^i+v_{j-1}^i}{\Delta z^2}\right)\end{cases}, \tag{12}$$

其中, Δt 和 Δz 分别代表时间和垂向步长。

伴随方程(6)的差分形式为:

$$\begin{cases}\dfrac{\lambda_j^{i+1}-\lambda_j^i}{\Delta t}-\dfrac{\mu_j^{i+1}+\mu_j^i}{2}+\dfrac{A}{2}\left(\dfrac{\lambda_{j+1}^{i+1}-2\lambda_j^{i+1}+\lambda_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^2}+\dfrac{\lambda_{j+1}^i-2\lambda_j^i+\lambda_{j-1}^i}{\Delta z^2}\right)=K_m(u-\hat{u})\\ \dfrac{\mu_j^{i+1}-\mu_j^i}{\Delta t}+\dfrac{\lambda_j^{i+1}+\lambda_j^i}{2}+\dfrac{A}{2}\left(\dfrac{\mu_{j+1}^{i+1}-2\mu_j^{i+1}+\mu_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^2}+\dfrac{\mu_{j+1}^i-2\mu_j^i+\mu_{j-1}^i}{\Delta z^2}\right)=K_m(v-\hat{v})\end{cases}. \tag{13}$$

数值实验的运算过程为: 1)估计控制参数 A 的合理输入值, 和 C_d 的合理初始值; 2)利用控制方程(6)积分, 得到 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 的模拟值; 3)模拟值与观测值的差驱动伴随方程(8)反向积分, 得到 $\boldsymbol{\lambda}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 的值; 4)利用方程(9)计算代价函数关于C_d的梯度 $\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial C_d}$; 5)利用梯度下降法(gradient descent, GD), 获得新的 C_d 值; 6)检验 $|\nabla \boldsymbol{J}|/|\nabla \boldsymbol{J_0}|<10^{-2}$ 是否成立, 在实际实验中该条件适当放宽, 如果不成立, 重复步骤 2)至 6), 反之, 结束反演。其中 $\nabla \boldsymbol{J_0}$ 是初次反演的代价函数梯度值, $\nabla \boldsymbol{J}$ 是第 n 次反演的代价函数梯度值。

实际实验和理想实验的运算过程不同之处在于, 1)理想实验的 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 观测值是通过本文模型模拟得到的, 而实际实验采用的是实测数据; 2)理想实验的风场是由数学函数生成的, 而实际实验的是实测风场数据。

2 理想实验

理想实验的模型参数设置如下:

T=10d(总积分时间), Δt=0.5h;

H_0=100m, Δz=5m;

u_0 =0, v_0 =0(冷启动, 即海流初始时刻处于静止状态);

f=10^{-4}s^{-1};

A=0.8×10^{-2} m^2/s;

ρ_a=1.2kg/m^3, ρ_w=1.025×10^3kg/m^3;

s_a=5.0×10^{-2} m^2/s, s_c=1.2×10^{-3}, U_a=10m/s。

2.1 不同风速时间分布下风应力拖曳系数的反演

正如引言中提到的, 风应力拖曳系数和风速都是和时间有关的变量; 另外, 真实海洋中风速随时间的变化是复杂的, 而风应力拖曳系数随时间变化的具体分布亦是未知的。因此, 有必要尝试不同时间变化风速分布下风应力拖曳系数的反演。结合一次函数、二次函数和三角函数, 共进行了 6 组实验, 风应力拖曳系数的初始值全部设为1.2×10^{-3}。

方案 1, $C_d(i)=0.0012+0.00096\cos(2\pi i\Delta t/10)$;

方案 2, $C_d(i)=-0.00006\times(i\Delta t/24-5)^2+0.0024$;

方案 3, $C_d(i)=0.00006\times(i\Delta t/24-5)^2+0.00072$;

方案 4, $C_d(i)=(4.32+i\Delta t/24)/6000$;

方案 5, $C_d(i)=(14.4-i\Delta t/24)/6000$;

方案 6, $C_d(i)=0.00144$;

其中, i 是时间步, i=0—$T/\Delta t$。

每组风速的分布有 6 种策略:

策略 1: $u_a(i)=10\cos(2\pi i\Delta t/10)+50$ m/s, $v_a(i)=0$;

策略 2: $u_a(i)=-0.8(i\Delta t/24-5)^2+40$ m/s, $v_a(i)=0$;

策略 3: $u_a(i)=0.8(i\Delta t/24-5)^2+20$ m/s, $v_a(i)=0$;

策略 4: $u_a(i)=0.0205i+11$ m/s, $v_a(i)=0$;

策略 5: $u_a(i)=-0.0205i+31$ m/s, $v_a(i)=0$;

策略 6: $u_a(i)=8$ m/s, $v_a(i)=0$。

6 组风应力拖曳系数给定值和反演值如图 2a—图 2f 所示, 代价函数下降情况如图 2g—图 2l 所示;第 1—6 组同化前后风应力拖曳系数的均方根误差见图 3。其中, 代价函数反映了模拟结果和观测流速的“距离”, 均方根误差 RMSE 则反映了同化前后风应力拖曳系数的绝对误差。从图 2g—图 2l 可见, 经过 600 次迭代后, 6 组实验的代价函数均显著下降, 结果表明: 在 6 种风速分布条件下反演给定的 6 组风应力拖曳系数分布均获得成功, 给定值和反演值具有良好的一致性。同时, 同化后代价函数下降了 2—3 个数量级, 均方根误差下降了 1—2 个数量级, 且第 4 种风速策略在各组中下降最为明显。综上所述, 6 组风应力拖曳系数分布在 6 种风速分布下均能成功反演, 其中在风速策略 4 下反演效果最好。

2.2 风应力拖曳系数初始测测的影响

为了提高同化效率, 参数的初始猜测应尽可能合理(Zhang *et al*, 2008)。因此, 本节设置了第 7 组实验, 探讨不同风应力拖曳系数初始猜测对反演结果的影响, 根据 Leredde 等(1999), Zhang 等(2008), Kirincich 等(2009), Yoshikawa 等(2010), 将方案 7-1—方案 7-5 的风应力拖曳系数初始猜测值分别设为 0.00018、0.00072、0.0012、0.0022 和 0.003。给定的风应力拖曳系数分布选取为 2.1 节第一组的分布, 基于 2.1 节中对反演结果的分析和图 1 风应力系数随风速的变化情况, 将风速分布设定为分段函数(图 4a), 目的是体现风速常数分布、由小变大和由大变小的过程:

$$u_a(i)=\begin{cases}20\,\text{m/s},\ v_a(i)=0, i=0\text{—}140\\ 0.2i-8\,\text{m/s},\ v_a(i)=0, i=141\text{—}240\\ -0.2i+88\,\text{m/s},\ v_a(i)=0, i=241\text{—}340\\ 20\,\text{m/s},\ v_a(i)=0, i=341\text{—}481\end{cases}. \quad (14)$$

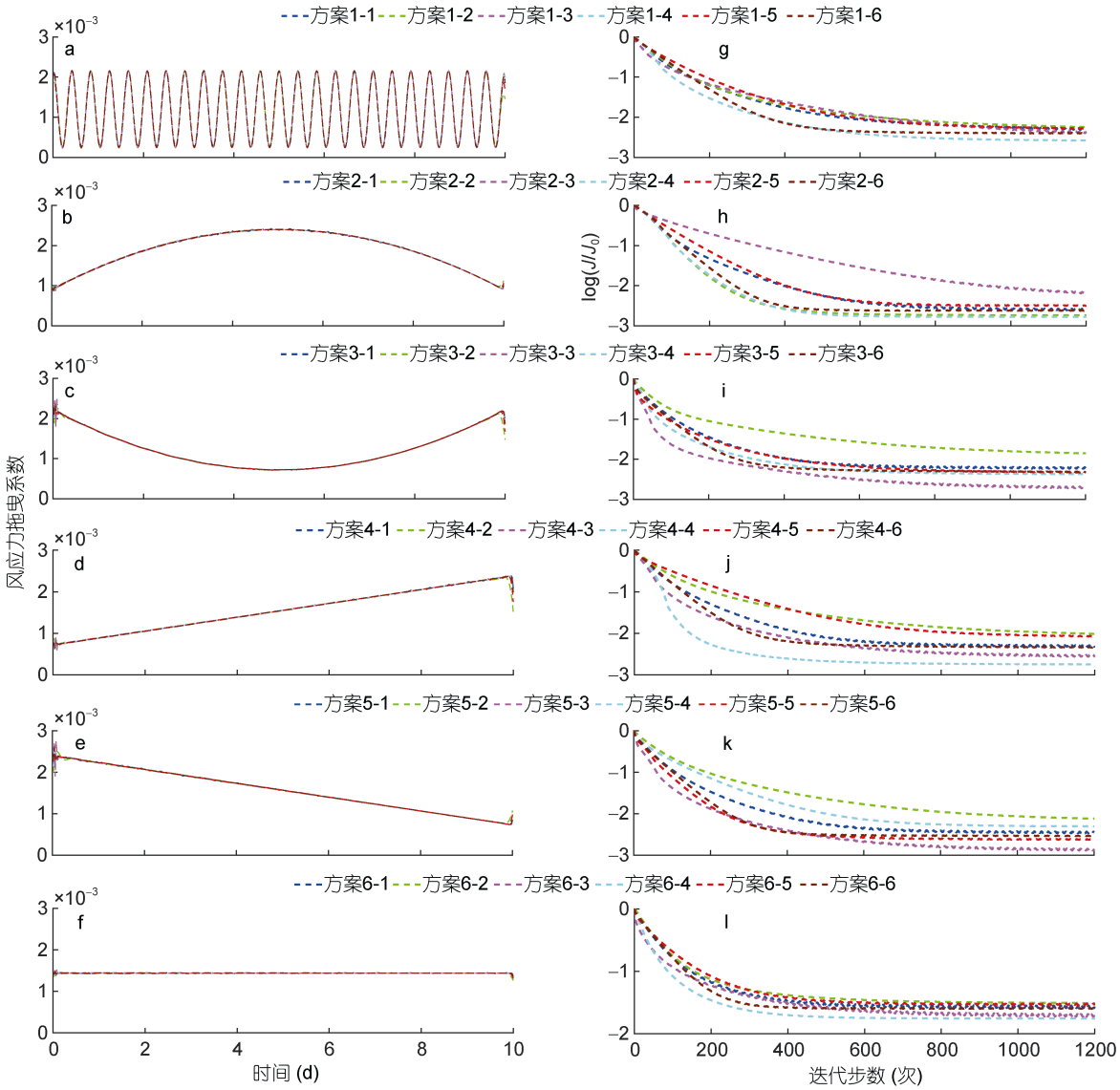


图 2　第 1—6 组风应力拖曳系数给定值与反演值(a—f)以及约化的代价函数 $\log(J/J_0)$(g—l)

Fig.2　Prescribed and inverted WSDCs (a—f) and $\log(J/J_0)$ (g—l) in Group 1—Group 6

第 7 组风应力拖曳系数给定值和反演值如图 4b 所示，代价函数下降情况如图 4c 所示，同化前后的代价函数和均方根误差见图 3。图 4c 显示，经过 1600 次迭代后，方案 7-1—方案 7-5 的代价函数均显著下降。从图 4b 可以看出，除了开头和结尾部分，其余时间段，方案 7-1—方案 7-5 都成功反演出风应力拖曳系数给定值；在开头和结尾部分，方案 7-1—方案 7-4 反演出的风应力拖曳系数低于给定值的程度依次降低，方案 7-5 则高于给定值，且程度大于方案 7-4。图 3 显示同化后，代价函数均下降了 3 个数量级，均方根误差均下降了 1—3 个数量级，在方案 7-1—方案 7-4 中方案 7-4 下降最明显。实验表明，与风应力拖曳系数给定值的初始值最接近的初始猜测值反演结果最好。所以基于本组的分析，以下的理想实验均采用本组给定的风应力拖曳系数分布、风速分布和风应力拖曳系数初始猜测值 0.0022。

2.3　独立风应力拖曳系数个数的影响

Das 等(1991)认为独立变量的个数应该跟观测数据的数量有关，两者之比不能过大。Ullman 等(1998)认为由于观测资料数量的限制，不可能把每一个网格的系数都作为独立变量；Heemink 等(2002)认为太多的独立变量会给参数识别带来困难，应该根据参数梯度的空间分布确定独立变量的数量及其位置。本节设置了第 8 组实验，探讨模拟结果对独立风应力拖曳系数个数的敏感性，实现方法为在计算时间段内，按照某设定的间隔均匀选取一些点作为独立的风应

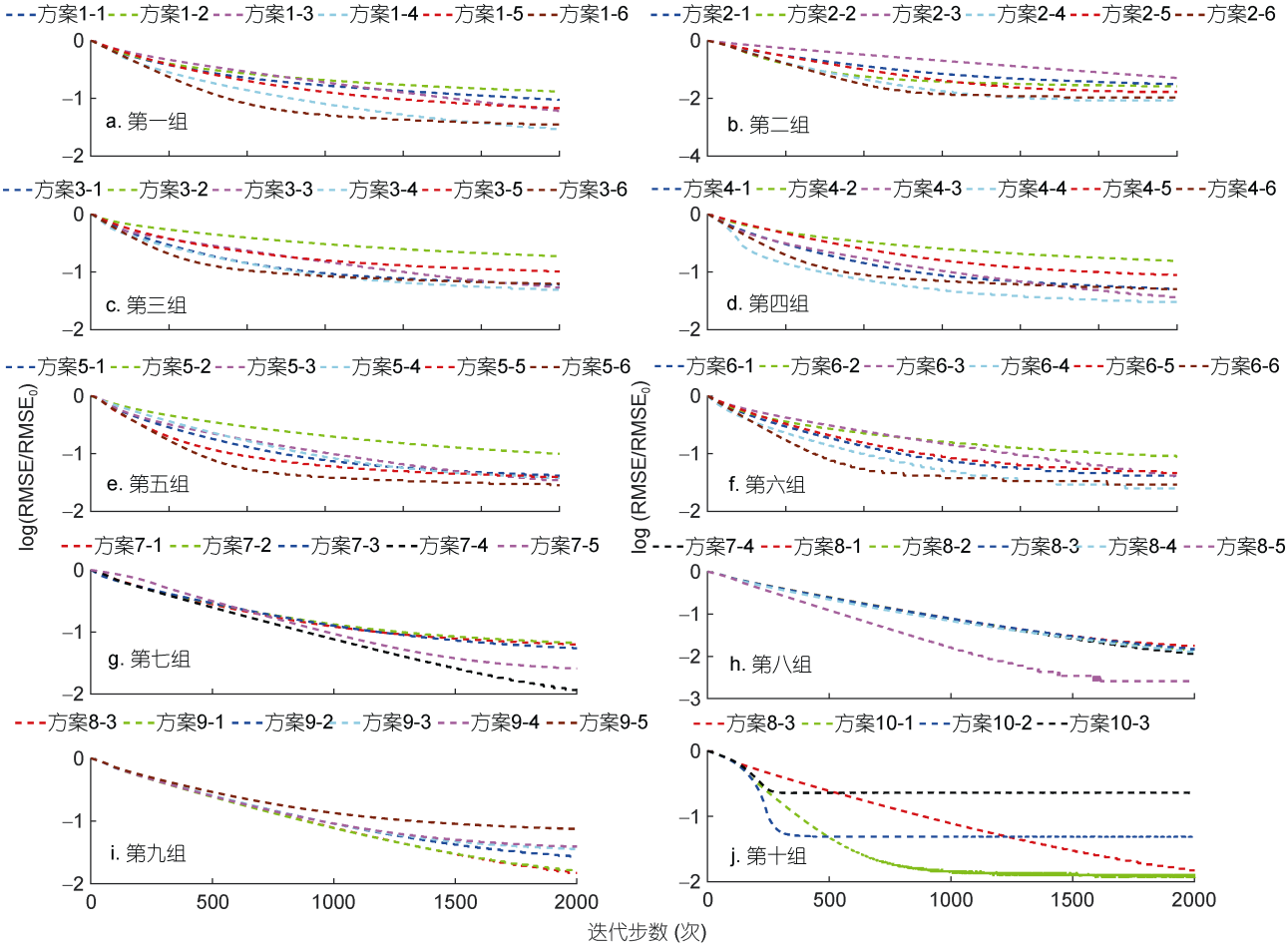


图 3 第 1—10 组实验中约化的均方根误差 $\log(\mathrm{RMSE}/\mathrm{RMSE}_0)$

Fig.3 $\log(\mathrm{RMSE}/\mathrm{RMSE}_0)$ in Group 1—Group 10

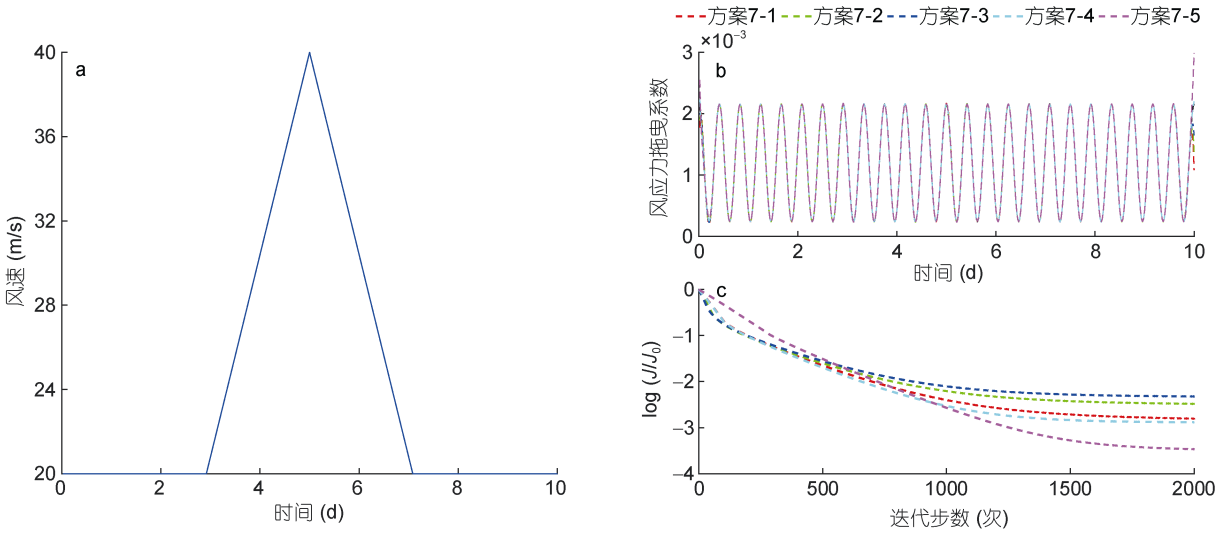


图 4 第 7 组实验中风速随时间的分布(a)、风应力拖曳系数给定值与反演值(b)以及 $\log(J/J_0)$(c)

Fig.4 Wind speed as a function of time (a), prescribed and inverted WSDCs (b) as well as $\log(J/J_0)$ (c) in Group 7

力拖曳系数，其余时间点的风应力拖曳系数由这些独立的风应力拖曳系数线性插值得到。方案7-4和方案8-1—方案8-5分别取独立点个数为480、160、120、96、60和30，对应的间隔分别为0.5h、1.5h、2.0h、2.5h、4.0h和8.0h。

本组代价函数下降情况如图 5g 所示，方案 7-4、方案 8-1、方案 8-2、方案 8-3、方案 8-4 和方案 8-5 的风应力拖曳系数给定值和反演值如图 5a—图 5f 所示，同化前后的代价函数和均方根误差见图 3。从图 5 可以看出，方案 7-4、方案 8-1 和方案 8-3 成功反演了给定的风应力拖曳系数。图 5g 显示，方案 7-4 和方案 8-1—方案 8-5 的代价函数均发生显著下降。图 3 反映出，同化后，代价函数下降了 3—4 个数量级，均方根误差下降了 2—3 个数量级，其中方案 8-3 下降的最显著。综上所述，当独立风应力拖曳系数个数取为 96 时，能反演出令人满意的结果。独立变量数量的选取会显著影响反演结果，根据实际情况合理确定，有利于加快同化效率以及减少观测数据误差。

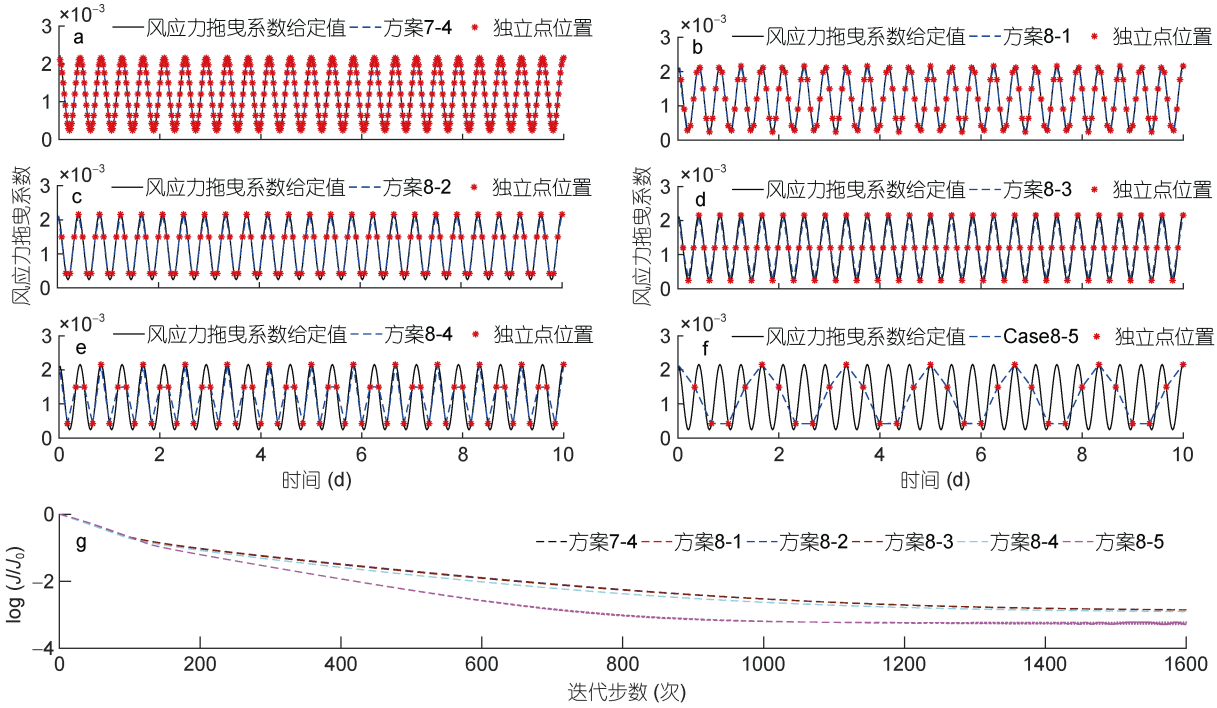


图 5　第 8 组实验的风应力拖曳系数给定值与反演值(a—f)以及 $\log(J/J_0)$(g)

Fig.5　The prescribed and inverted WSDCs (a—f) and $\log(J/J_0)$(g) in Group 8

注: a—f 分别为独立点数为 480、160、120、96、60 和 30 的情况

2.4　观测数据误差

真实的流速和风速观测数据是有误差的，Zhang 等(2008)认为误差增加到一定范围，反演结果的失真度会随之增加。本节设置了第 9 组实验，探讨误差对反演风应力拖曳系数的影响，处理方法为将观测值 $u(i,j),v(i,j)$ 和 $u_a(i)$ 分别用 $(1+pr^i)u(i,j)$，$(1+pr^i)v(i,j)$ 和 $(1+pr^i)u_a(i)$ 代替，其中 r^i 为介于(–1,1)的随机误差，p 值决定了最大误差的值。方案 8-3 和方案 9-1—方案 9-5 分别取最大误差为 0%、3%、6%、10%、13%和 20%。

本组风应力拖曳系数给定值和反演值如图 6a 所示，代价函数下降情况如图 6b 所示，同化前后的代价函数和均方根误差见图 3。图 6b 显示，本组所有方案的代价函数均发生显著下降。图 6a 显示，方案 8-3、方案 9-1 和方案 9-2 成功反演出风应力拖曳系数；方案 9-3、方案 9-4 和方案 9-5 的反演结果在某些时刻点有所失真，但依然能反演出风应力拖曳系数的整体趋势。图 3 显示，同化后，代价函数均下降了 2—3 个数量级，均方根误差均下降了 2—3 个数量级，随着最大误差依次增加，代价函数和均方根误差下降数量级依次减小。所以，考虑风速和流速观测数据误差，本文的伴随同化模型依然能有效地反演出风应力拖曳系数，随着观测误差的增加，反演效果依次变差。

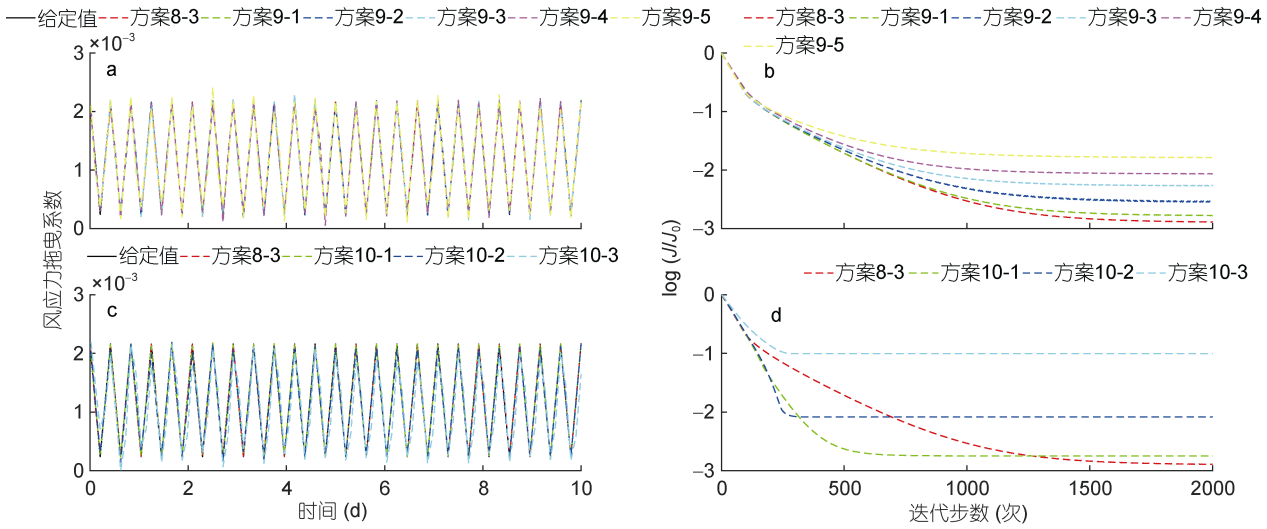


图 6 第 9、10 组实验的风应力拖曳系数给定值与反演值(a、c)和 log(J/J_0)(b、d)

Fig.6 Prescribed and inverted WSDCs (a, c) and log(J/J_0) (b, d) in Group 9 and Group 10

2.5 观测深度的影响

真实海洋中，观测资料在空间上是不连续的或者可能部分缺失，因此本组尝试使用部分深度的数据进行反演，设置了第 10 组实验，探讨不同深度的数据缺失对风应力拖曳系数反演的影响，包括方案 8-3、方案 10-1、方案 10-2、方案 10-3 和方案 10-4，分别对应使用 0—20 层、0—10 层、0—5 层、0—2 层以及 10—20 层流速数据的情况。

本组风应力拖曳系数给定值和反演值如图 6c 所示，代价函数下降情况如图 6d 所示，同化前后的代价函数和均方根误差见图 3。图 6d 显示，方案 8-3、方案 10-1、方案 10-2 和方案 10-3 的代价函数均发生显著下降，使用的数据层位越少，代价函数收敛速度越快。图 6c 显示，方案 8-3、方案 10-1 和方案 10-2 均成功反演出风应力拖曳系数，反演结果依次变差；方案 10-3 能反演出风应力拖曳系数的整体趋势，但有一定程度失真。从图 3 看出，同化后，方案 10-4 反演失败，其余方案的代价函数下降了 1—3 个数量级，均方根误差下降了 1—3 个数量级，随着使用数据层位的减少，两者下降的程度依次降低。从上述分析得出，风应力拖曳系数的反演对上层观测数据更加敏感，使用的上层观测深度越深，反演结果越成功，这是因为 Ekman 流是由风力驱动的海洋上层水形成的，对上层观测数据的敏感性最大。

3 实际实验及结果分析

3.1 数据分析与处理

本文所使用的风速和流速观测数据来自百慕大锚系试验平台(Bermuda Testbed Mooring, BTM)第 23 次观测的数据(如图 7 所示)。BTM 位于百慕大东南

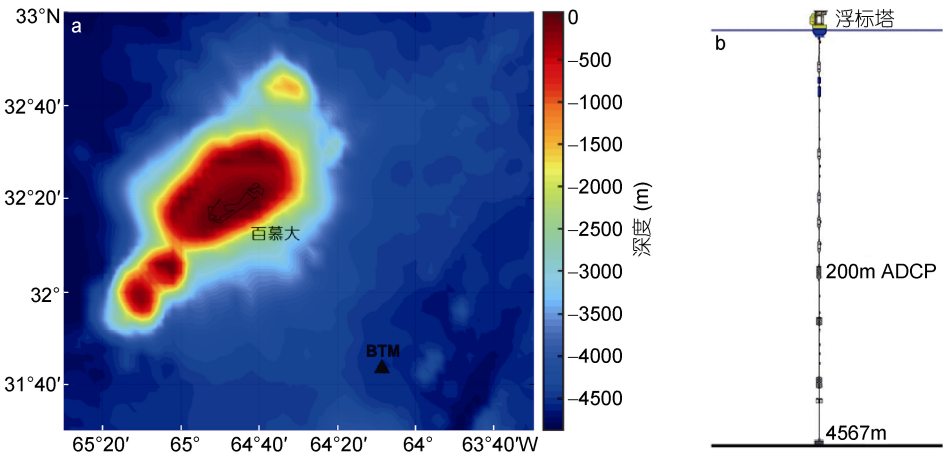


图 7 研究区域、百慕大锚系试验平台(Bermuda Testbed Mooring, BTM)位置(a)以及观测仪器图(b)

Fig.7 The study area and Bermuda Testbed Mooring (BTM) position (a) and observation instruments diagram (b)

80km(31°44′N, 64°10′W)处，该设备于 1994 年 6 月首次部署，旨在开发测试传感器、分析仪和辐射计等新仪器，进行高频率、长期、跨学科的数据收集，为卫星遥感传感器提供标定和验证数据，以及可以捕获恶劣天气和高海况期间连续的数据等(Dickey *et al*, 1998; Zedler *et al*, 2002; Jiang *et al*, 2007; Black *et al*, 2008)。

本文选取了 2005 年 12 月 21 日 0 点—2005 年 12 月 31 日 0 点，共 10d 的数据。风速数据 U 由海表面浮标塔上的风速计进行测量，时间分辨率为 5min。根据 Dickey(2001)和 Black 等 (2008)，风速计位于海面上方 4.4m 处，利用 Large 等(1995)提出的公式和 Zedler(1999)概述的方法计算出海表面上方 10m 处的风速估计值 U_{10}。U 和 U_{10} 时间序列如图 8a 所示，该时段有两个较大的风速峰值，分别在 12 月 24 日和 12 月 27 日附近，整体风速的分布包括平缓、升高、降低等完整的风速变化过程，该时段的 U_{10} 最大值和平均值分别为 17.66m/s 和 7.57m/s。流速数据由海面下 200m 深处的声学多普勒流速剖面仪(Acoustic Doppler Current Profiler, ADCP)进行测量，时间分辨率为 15min，垂向分辨率为 3m，采样深度为 23.69—188.69m，图 8b—图 8d 分别展示了 23.69、50.69 和 74.69m 深度的流速时间序列。

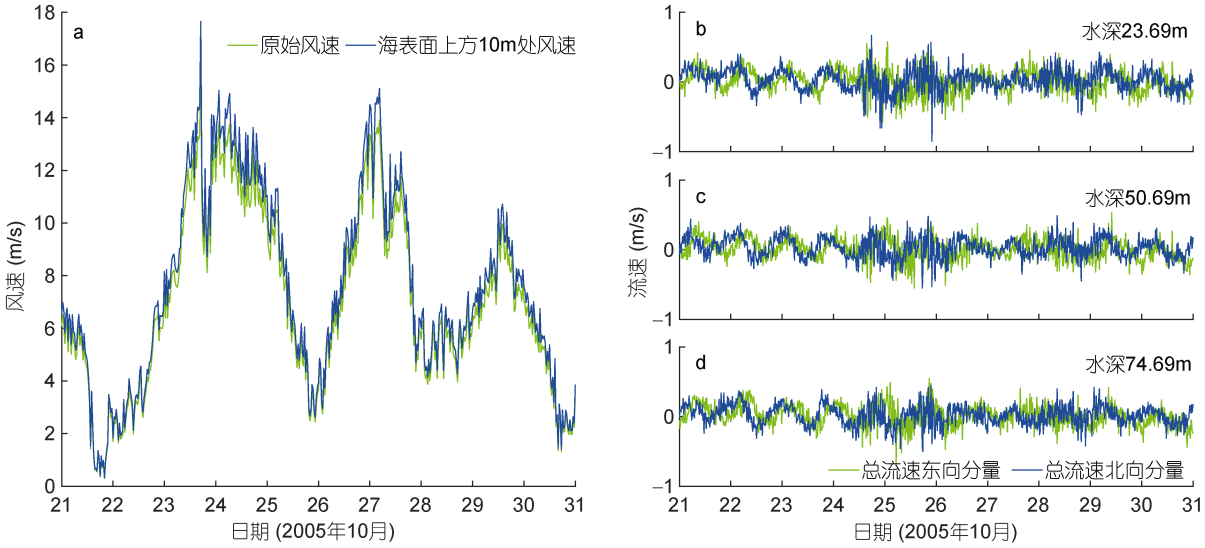


图 8　原始风速 U 和风速 U_{10} 的时间序列(a)以及 2005 年 12 月 21—31 日观测到的 23.69、50.69 和 74.69 m 处流速向东的分量 u 和向北的分量 v 的时间序列(b—d)

Fig.8　The time series of the original wind speed U and wind speed U_{10} (a) and the time series of eastward and northward current components u and v for 23.69 m, 50.69 m, and 74.69 m, respectively (b—d)

总流速 $U_{\text{total}}(t)$ 包含近惯性流速 $U_{\text{ni}}(t)$ 和潮流流速 $U_{\text{tidal}}(t)$，$U_{\text{ni}}(t)$ 又由风生流速 $U_{\text{ek}}(t)$ 和地转流速 $U_{\text{geo}}(t)$ 两部分构成(公式(14)，Chereskin, 1995; Chereskin *et al*, 2009; Roach *et al*, 2015; Liu *et al*, 2018):

$$\begin{cases} U_{\text{total}}(t)=U_{\text{tidal}}(t)+U_{\text{ni}}(t) \\ U_{\text{ni}}(t)=U_{\text{ek}}(t)+U_{\text{geo}}(t) \end{cases}. \tag{15}$$

本文主要分析风生流速 $U_{\text{ek}}(t)$，需要把其余两个流速成分滤除。$U_{\text{tidal}}(t)$ 可以利用 Zhang 等(2009)提及的希尔伯特变换(Hilbert transform)带通滤波方法去掉，图 9a 展示了时间序列流速的频谱分析，根据分析结果将带通频段取为[0.96 1.2]f，其中 f 为局地惯性频率，$f=2\Omega\sin\varphi/(2\pi)=1.21902\times10^{-5}s^{-1}$，$\Omega=2.292\times10^{-5}\,\text{rad}/s$，$\varphi$ 是 BTM 的纬度。

滤波前后的流速 u 和 v 的时间序列对比见图 10，图 10a 和图 10b 对应水深 23.69m，图 10c 和图 10d 对应水深 50.69m，图 10e 和图 10f 对应水深 74.69m。由于地转流速通常随深度变化，恒定地转流速的假设很可能导致对一部分地转流速与 Ekman 流速发生混叠，造成对 Ekman 流速的错误估计(Polton *et al*, 2013; Phillips *et al*, 2015)。基于此，本文根据 Roach 等(2015)提出的方法，将 $U_{\text{geo}}(t)$ 分为恒定地转参考流速 $U_{\text{deep}}(t)$ 和恒定地转切变流速 $\dfrac{\mathrm{d}U_{\text{geo}}(t)}{\mathrm{d}z}z$：

$$U_{\text{geo}}(t)=U_{\text{deep}}(t)+\frac{\mathrm{d}U_{\text{geo}}(t)}{\mathrm{d}z}z, \tag{16}$$

为了确定 $U_{\mathrm{deep}}(t)$ 和 $\dfrac{\mathrm{d}U_{\mathrm{geo}}(t)}{\mathrm{d}z}z$ 的数值，绘制了12月30日0点流速滤波后的典型垂向剖面图，见图9b；可以观察到，176.69m以下流速振荡幅度很小，所以 $U_{\mathrm{deep}}(t)$ 取为176.69m以下的 $U_{ni}(t)$ 平均值。根据Ralph等(1999)提出的Ekman深度计算公式:

$$D_{\mathrm{E}}=\frac{7.12}{\sqrt{\sin|\varphi|}}\overline{U_{10}}\ ,$$

其中，$\overline{U_{10}}$ 是所选时间段内的平均值，等于7.57m/s，得到 D_{E}=74.33m。基于上述计算和流速采样深度23.69—188.69m，74.69m最接近74.33m，因此将模型深度选为74.69m，$\dfrac{\mathrm{d}U_{\mathrm{geo}}(t)}{\mathrm{d}z}$ 取为74.69—176.69m之间的近惯性流速切变平均值，分离地转流后12月30日0点的典型流速的垂向剖面如图9c所示。将模型深度间隔设为1m，利用线性插值得到 $U_{\mathrm{ek}}(t)$ 在不同深度的值。

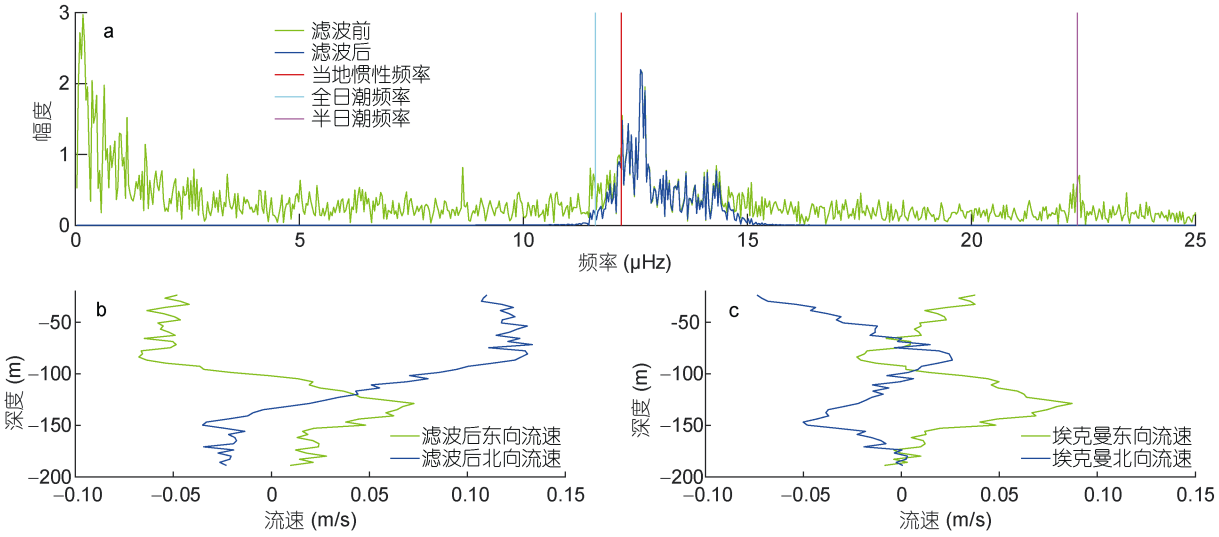


图 9 滤波前(绿线)后(蓝线)流速频谱分析图(a)和移除地转流前后的典型垂向流速剖面图(b、c)

Fig.9 The spectral analysis results for the currents before (green line) and after (blue line) bandpass filter (a) and the typical vertical current profiles before and after removing the geostrophic flow, respectively (b, c)

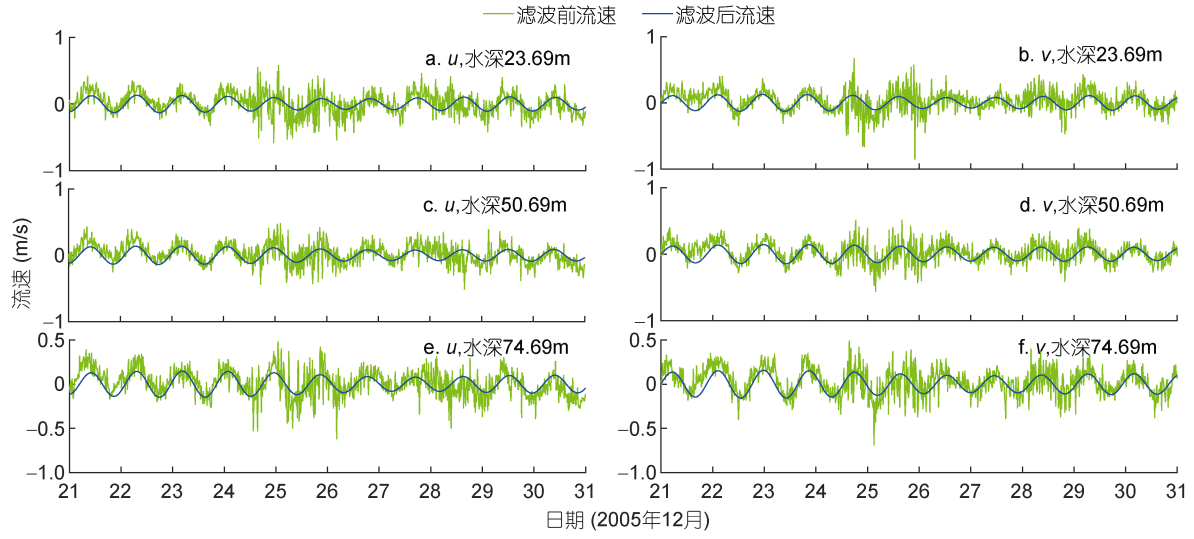


图 10 23.69, 50.69 和 74.69m 处滤波前后东向流速时间序列(a、c、e)以及北向流速时间序列(b、d、f)

Fig.10 The time series of eastward current velocity (a, c, e) and northward current velocity (b, d, f) before and after bandpass filter at 23.69m, 50.69m and 74.69m, respectively

3.2　结果分析

实际实验的模型中，设置了实验方案 11-1 和方案 11-2，方案 11-1 是时间变化的风应力拖曳系数，方案 11-2 是恒定的风应力拖曳系数。实际实验的参数设置如下：风应力拖曳系数初始猜想值设为 0.0012；根据 Santiago-Mandujano 等(1990)和 Hui 等(2016)，垂向涡动粘性系数设为：

$$A_z(i)=1.2\times10^{-4}(u_{10}^2(i)+v_{10}^2(i)),\quad i=1\text{—}481,$$

其中，A_z 是垂向涡粘系数，u_{10} 和 v_{10} 分别是海表面上方 10m 水平方向的风速分量；以 30min 的时间间隔和 1m 的深度间隔积分 10d；初始状态使用 BTM 站点 2005 年 12 月 21 日 0 时线性插值后的流速观测值，风速时间序列使用计算出的 U_{10} 估计值，将 12 月 21 日 0 时—12 月 22 日 0 时作为冷启动的时间；其余参数的设置与理想实验相同。

实际实验中，在海面下 20.69、26.69、50.69 和 74.69m 处的模拟流速和观测流速 u 和 v 的时间序列对比见图 11；方案 11-1 和方案 11-2 大致再现了 74.69m 以上的观测流速，模拟流速的相位和振幅与观测流速具有良好的一致性，不一致的部分有可能是由于其他动力学过程和观测误差叠加到惯性振荡上。在 26.69m 以上方案 11-1 比方案 11-2 反演效果更优，说明时间变化的风应力拖曳系数的反演对上层流速数据更敏感，该结论与理想实验相同。方案 11-1 随迭代步数变化的代价函数如图 12a 所示，代价函数下降了 2 个数量级；方案 11-1 风应力拖曳系数时间序

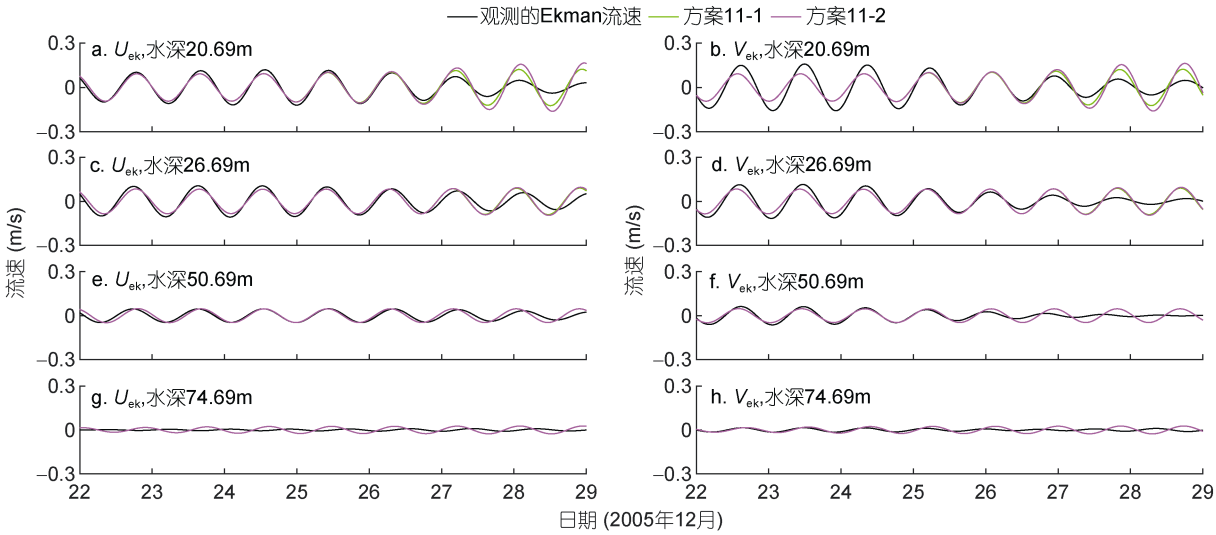


图 11　方案 11-1 和方案 11-2 中 20.69, 26.69, 50.69 和 74.69m 处观测和模拟的 Ekman 东向流速 U_{ek} 时间序列(a、c、e)以及北向流速 V_{ek} 时间序列(b、d、f)

Fig.11　The time series of observed and modelled Ekman eastward current velocity (a, c, e) and northward current velocity (b, d, f) at 20.69 m, 26.69 m, 50.69 m and 74.69 m in Cases 11-1 and Cases 11-2, respectively

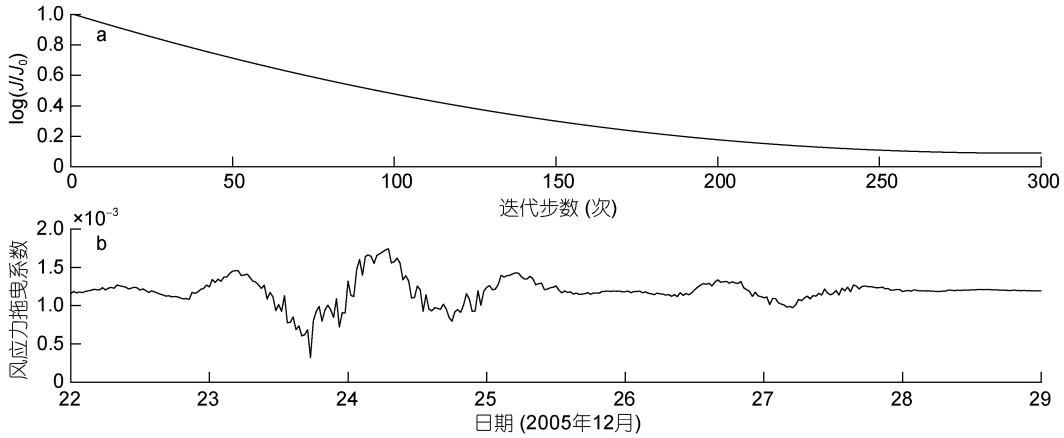


图 12　方案 11-1 的 $\log(J/J_0)$随迭代步数的变化(a)和 WSDC 反演值时间序列(b)

Fig.12　The values of $\log(J/J_0)$ vs the iterations (a) and the time series of WSDC (b) inverted in Case 11-1

列如图 12b 所示，与图 8a 相比，风应力拖曳系数时间序列变化趋势与 U_{10} 时间变化趋势具有一定的相似性，风应力拖曳系数在 12 月 24 日和 12 月 27 日附近出现两处高峰，该现象符合物理海洋学现有认知，即风应力拖曳系数与风速之间成正相关性。方案 11-1 中 2005 年 12 月 22 日 10:30 的模拟流速和观测流速的 Ekman 螺旋对比如图 13 所示，可以看到两者之间具有较好的一致性，表明通过优化时间变化的风应力系数，流速的模拟结果能够重现观测数据的基本特征；同时可以看到，两者之间有一定的偏差，这可能是由于模型本身的缺陷和观测数据的误差所致，使模拟结果不能完全重现观测数据的信息。

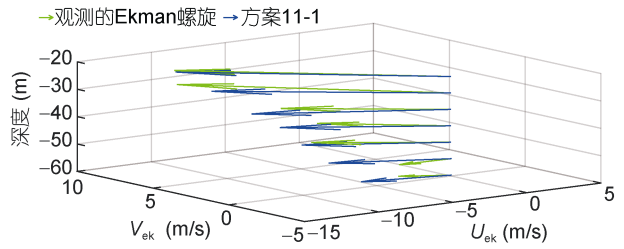


图 13 方案 11-1 在 23.69、29.69、35.69、41.69、47.69、53.69 和 59.69m 处模拟和观测的 Ekman 螺旋结构

Fig.13 The modeled and observed Ekman spiral in Cases 11-1 at depth 23.69m, 29.69m, 35.69m, 41.69m, 47.69m, 53.69m, and 59.69m

注：观测时间是 2005 年 12 月 22 日 10:30

4 总结

本文采用一个改进的 Ekman 模型，基于时间分布参数设置的假设，建立相关算法，利用伴随同化方法反演了随时间变化的风应力拖曳系数，主要运行了孪生实验和实际实验。在孪生实验中，共设置了 10 组实验，包括风速分布、风应力系数分布、风应力系数初始猜测值、独立风应力系数个数、观测数据误差和观测深度。第 1—6 组实验，验证了不同风速分布下均能成功反演出不同风应力拖曳系数分布。第 7 组实验测试了 5 种不同的风应力系数初始猜测值，初始猜测值越接近给定的初始值，反演结果越好。第 8 组实验表明独立风应力拖曳系数个数和位置的选取会显著影响反演结果，选取合理有利于提高反演效率及减少观测数据误差。第 9 组实验探讨了模型对观测数据误差的容忍度，观测数据误差在 10%以下能取得有效反演结果。第 10 组实验比较了使用不同观测层位的影响，表明反演结果对观测数据的表层和次表层流速更为敏感。这部分的工作分析了变分最优控制方法反演时间变化风应力拖曳系数的主要敏感性因素，证明了该方法的可行性，然后尝试了实际实验的探索。

在实际实验中，利用百慕大锚系实验平台的风速和流速数据，风速数据利用 Large 等(1995)提出的公式和 Zedler(1999)概述的方法计算出 U_{10}，流速数据利用 Zhang 等(2009)和 Roach 等(2015)提出的方法除去周期性潮流和地转流成分后得到 Ekman 流。反演出的流速成功再现了 74.69m 以上的观测流速，并确定 2005 年 12 月 22 日 0 点—2005 年 12 月 29 日 0 点时间段内该区域随时间变化的风应力拖曳系数最优分布。

我们的工作进一步证实了伴随同化方法确定最优参数的能力，并提供了一种有效的方法来确定时间变化的风应力拖曳系数分布。在实施该方法的过程中，初始条件、时间长度、边界条件等的输入，乃至风场驱动的变化，都会影响参数分布的最优估计，所以在实际观测的探讨中要具体地点和时间具体分析，才能得到所研究区域的时间变化风应力拖曳系数的最优估计。未来将进行大风速(最大风速大于 35m/s)期间风应力系数估计，尝试反演台风期间的风应力系数时间分布。

参 考 文 献

吕咸青，2001. 数据同化反演风应力拖曳系数以及垂向涡动黏性系数的分布. 海洋学报, 23(1): 13—20

Black W J, Dickey T D, 2008. Observations and analyses of upper ocean responses to tropical storms and hurricanes in the vicinity of Bermuda. Journal of Geophysical Research: Oceans, 113(C8): C08009

Chereskin T K, 1995. Direct evidence for an Ekman balance in the California Current. Journal of Geophysical Research: Oceans, 100(C9): 18261—18269

Daley R, 1991. Atmospheric data analysis. Cambridge, UK: Cambridge University Press

Das S K, Lardner R W, 1991. On the estimation of parameters of hydraulic models by assimilation of periodic tidal data. Journal of Geophysical Research: Oceans, 96(C8): 15187—15196

Das S K, Lardner R W, 1992. Variational parameter estimation for a two-dimensional numerical tidal model. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 15(3): 313—327

Dickey T, Frye D, McNeil J *et al*, 1998. Upper-ocean temperature response to hurricane felix as measured by the Bermuda Testbed Mooring. Monthly Weather Review, 126(5): 1195—1201

Dickey T, Zedler S, Yu X *et al*, 2001. Physical and biogeochemical variability from hours to years at the

Bermuda Testbed Mooring site: June 1994–March 1998. Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography, 48(8—9): 2105—2140

Edson J B, Jampana V, Weller R A *et al*, 2013. On the exchange of momentum over the open Ocean. Journal of Physical Oceanography, 43(8): 1589—1610

Evensen G, 1992. Using the extended Kalman filter with a multilayer quasi-geostrophic ocean model. Journal of Geophysical Research: Oceans, 97(C11): 17905—17924

Evensen G, Van Leeuwen P J, 1996. Assimilation of Geosat altimeter data for the Agulhas current using the ensemble Kalman filter with a quasigeostrophic model. Monthly Weather Review, 124(1): 85—96

Ferreira V G, Mangiavacchi N, Tomé M F *et al*, 2004. Numerical simulation of turbulent free surface flow with two-equation *k*-ε eddy-viscosity models. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 44(4): 347—375

Fisher M, Courtier P, 1995. Estimating the covariance matrices of analysis and forecast errors in variational data assimilation. ECMWF Technical Memorandum, 22

Garratt J R, 1977. Review of drag coefficients over oceans and continents. Monthly Weather Review, 105(7): 915—929

Gharamti M E, Tjiputra J, Bethke I *et al*, 2017. Ensemble data assimilation for ocean biogeochemical state and parameter estimation at different sites. Ocean Modelling, 112: 65—89

Gill P E, Murray W, Wright M H, 1981. Practical Optimization. Mathematical Gazette, pas-104(2): 180

Heemink A W, Mouthaan E E A, Roest M R T *et al*, 2002. Inverse 3D shallow water flow modelling of the continental shelf. Continental Shelf Research, 22(3): 465—484

Hui Z L, Xu Y S, 2016. The impact of wave-induced Coriolis-Stokes forcing on satellite-derived ocean surface currents. Journal of Geophysical Research: Oceans, 121(1): 410—426

Hwang P A, 2005. Temporal and spatial variation of the drag coefficient of a developing sea under steady wind-forcing. Journal of Geophysical Research: Oceans, 110(C7): C07024

Jarosz E, Mitchell D A, Wang D W *et al*, 2007. Bottom-up determination of Air-Sea momentum exchange under a major tropical cyclone. Science, 315(5819): 1707—1709

Jiang S N, Dickey T D, Steinberg D K *et al*, 2007. Temporal variability of zooplankton biomass from ADCP backscatter time series data at the Bermuda Testbed Mooring site. Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers, 54(4): 608—636

Jones J E, Davies A M, 1998. Storm surge computations for the Irish Sea using a three-dimensional numerical model including wave-current interaction. Continental Shelf Research, 18(2—4): 201—251

Kalman R E, 1960. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Journal of Basic Engineering, 82(1): 35—45

Kim H J, Ahn J B, 2015. Improvement in prediction of the arctic oscillation with a realistic ocean initial condition in a CGCM. Journal of Climate, 28(22): 8951—8967

Kirincich A R, Barth J A, 2009. Time-varying across-shelf Ekman transport and vertical eddy viscosity on the inner shelf. Journal of Physical Oceanography, 39(3): 602—620

Konishi T, Kinosita T, Takahashi H, 1985. Storm surges in estuaries: the 17th Joint Meeting US Japan Panel on Wind and Seismic Effects, Tsukuba Japan. Japan: UJNR, 735—749

Large W G, Pond S, 1981. Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds. Journal of Physical Oceanography, 11(3): 324—336

Large W G, Crawford G B, 1995. Observations and simulations of upper-ocean response to wind events during the ocean storms experiment. Journal of Physical Oceanography, 25(11): 2831—2852

Large W G, Yeager S G, 2009. The global climatology of an interannually varying air-sea flux data set. Climate Dynamics, 33(2—3): 341—364

Lenn Y D, Chereskin T K, 2009. Observations of Ekman currents in the Southern Ocean. Journal of Physical Oceanography, 39(3): 768—779

Leredde Y, Devenon J L, Dekeyser I, 1999. Turbulent viscosity optimized by data assimilation. Annales Geophysicae, 17(11): 1463—1477

Liu J, Dai J J, Xu D F *et al*, 2018. Seasonal and interannual variability in coastal circulations in the northern South China Sea. Water, 10(4): 520

Luenberger D G, Ye Y Y, 1984. Linear and nonlinear programming. New York, NY: Springer, 105—110

Lv X Q, Wu Z K, Gu Y *et al*, 2004. Study on the adjoint method in data assimilation and the related problems. Applied Mathematics and Mechanics 25(6): 636—646

Maurer K D, Bohrer G, Ivanov V Y, 2015. Large eddy simulations of surface roughness parameter sensitivity to canopy- structure characteristics. Biogeosciences, 11(11): 16349—16389

Mellor G L, 2004. User's guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. Princeton, USA: Princeton University, 56

Navon I M, 1998. Practical and theoretical aspects of adjoint parameter estimation and identifiability in meteorology and oceanography. Dynamics of Atmospheres and Oceans, 27(1—4): 55—79

O'Brien, 1986. Advanced physical oceanographic numerical modelling. Dordrecht: Springer, 127—144

Pacanowski R C, Philander S G H, 1981. Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans. Journal of Physical Oceanography, 11(11): 1443—1451

Peng S Q, Li Y N, 2015. A parabolic model of drag coefficient for storm surge simulation in the South China Sea. Scientific Reports, 5: 15496

Phillips H E, Bindoff N L, 2015. On the nonequivalent barotropic structure of the Antarctic Circumpolar Current: An observational perspective. Journal of Geophysical Research: Oceans, 119(8): 5221—5243

Polton J A, Lenn Y D, Elipot S *et al*, 2013. Can drake passage observations match Ekman's classic theory. Journal of

Physical Oceanography, 43(8): 1733—1740

Powell M D, Vickery P J, Reinhold T A, 2003. Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. Nature, 422(6929): 279—283

Ralph E A, Niiler P P, 1999. Wind-driven currents in the tropical pacific. Journal of Physical Oceanography, 29(9): 2121—2129

Roach C J, Phillips H E, Bindoff N L *et al*, 2015. Detecting and characterizing Ekman currents in the southern Ocean. Journal of Physical Oceanography, 45(5): 1205—1223

Santiago-Mandujano F, Firing E, 1990. Mixed-layer shear generated by wind stress in the central equatorial pacific. Journal of Physical Oceanography, 20(10): 1576—1582

Sasaki Y, 1970. Some basic formalisms in numerical variational analysis. Monthly Weather Review, 98(12): 875—883.

Thacker W C, Long R B, 1988. Fitting dynamics to data. Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 93(C2): 1227—1240

Ullman D S, Wilson R E, 1998. Model parameter estimation from data assimilation modeling: Temporal and spatial variability of the bottom drag coefficient. Journal of Geophysical Research: Oceans, 103(C3): 5531—5549

Wakelin S L, Holt J T, Proctor R, 2009. The influence of initial conditions and open boundary conditions on shelf circulation in a 3D ocean-shelf model of the North East Atlantic. Ocean Dynamics, 59(1): 67—81

Wang Y G, Qiao F L, Fang G H *et al*, 2010. Application of wave-induced vertical mixing to the K profile parameterization scheme. Journal of Geophysical Research: Oceans, 115(C9): C09014

Weller R A, Plueddemann A J, 1996. Observations of the vertical structure of the oceanic boundary layer. Journal of Geophysical Research: Oceans, 101(C4): 8789—8806

Wu J, 1980. Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions-A revisit. Journal of Physical Oceanography, 10(5): 727—740

Wu J, 1982. Wind-stress coefficients over sea surface from breeze to hurricane. Journal of Geophysical Research: Oceans, 87(C12): 9704—9706

Yoshikawa Y, Endoh T, Matsuno T *et al*, 2010. Turbulent bottom Ekman boundary layer measured over a continental shelf. Geophysical Research Letters, 37(15): L15605

Yu L S, O'Brien J J, 1991. Variational estimation of the wind stress drag coefficient and the oceanic eddy viscosity profile. Journal of Physical Oceanography, 21(5): 709—719

Yu L S, O'Brien J J, 1992. On the Initial condition in parameter estimation. Journal of Physical Oceanography, 22(11): 1361—1364

Zedler S E, 1999. Observations and modeling of the ocean's response to Hurricane Felix at the Bermuda Testbed Mooring. Santa Barbara, USA: University of California

Zedler S E, Dickey T D, Doney S C *et al*, 2002. Analyses and simulations of the upper ocean's response to hurricane Felix at the Bermuda Testbed Mooring site: 13–23 August 1995. Journal of Geophysical Research: Oceans, 107(C12): 25-1—25-29

Zhang J C, Lu X Q, 2008. Parameter estimation for a three-dimensional numerical barotropic tidal model with adjoint method. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 57(1): 47—92

Zhang Q L, Gao Y Q, Lv X Q, 2015. Estimation of oceanic eddy viscosity profile and wind stress drag coefficient using adjoint method. Mathematical Problems in Engineering, 2015: 309525

Zhang Y W, Tian J W, Xie L L, 2009. Estimation of eddy viscosity on the South China Sea shelf with adjoint assimilation method. Acta Oceanologica Sinica, 28(5): 9— 16

Zijlema M, Van Vledder G P, Holthuijsen L H, 2012. Bottom friction and wind drag for wave models. Coastal Engineering, 65: 19—26

ADJOINT PARAMETER ESTIMATION OF TIME-VARYING WIND DRAG COEFFICIENT FOR AN EKMAN MODEL

LI Guo-Qing[1], GAO Yan-Qiu[2], ZHANG Ji-Cai[1]

(1. *Institute of Physical Oceanography*, *Ocean College*, *Zhejiang University*, *Zhoushan* 316021, *China*; 2. *State Key Laboratory of Satellite Ocean Environment Dynamics*, *Second Institute of Oceanography*, *Ministry of Natural Resources*, *Hangzhou* 310012, *China*)

Abstract Based on the time-varying parameters, we used the adjoint assimilation method to invert the time-varying wind drag coefficients (WDCs) in the Ekman model. The method is testified by running twin experiments and practical experiments. In the twin experiments, the response of estimated WDCs to different influencing factors is studied, including: distributions of wind speed, distributions of WDCs, initial guess values, number of independent parameters, observation errors, and layers of observations. The results of twin experiments verified the effectiveness of the time-varying WDCs in the Ekman model. The results are followed. 1. The different distributions of WDCs can be successfully inverted under different wind speed distributions. 2. The inversion result is sensitive to the values of initial guess; therefore, the initial guess should be as reasonable as possible to improve the results and reduce the convergence time. 3. The selection of the number of the independent WDCs can significantly affect the inversion results. 4. The observation error can affect the inversion results, and reasonable inversion results can be obtained with maximum error below 20%. 5. The inversion results are more sensitive to the surface and subsurface observations, which is determined by the physical dynamics of the Ekman model. In practice, the observed Ekman current components are obtained from Bermuda Testbed Moorings by removing the periodic tidal components and the geostrophic components. Then the observed Ekman currents are assimilated into the model to invert the time-varying WDCs during the observation. By comparing the simulated with the observed velocities, we proved that the adjoint assimilation method could derive reasonable time-varying WDCs from measured data, which is a useful attempt to determine the WDCs for ocean models.

Key words adjoint assimilation; wind drag coefficient; time varying; Ekman layer model; parameter estimation