第6卷 第3期　　海 洋 与 湖 沼　　Vol. 6, No. 3
1964 年 8 月　　OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA　　August, 1964

浅海潮流(分量)鉛直分布的一种类型

陈 宗 镛
(山 东 海 洋 学 院)

提要: 本文根据湍流半經驗理論,結合求得的一种脉冲应力的分布規律,解算出潮流(分量)鉛直分布的表达式。按照該式可由表面层的最大流速計算海面下各个层次的最大流速。

一、前 言

已有的深水观測資料表明,潮流随深度的变化不十分显著[2],这个現象和理論上的推断是基本相符的。就是說在潮波传播过程中,水质点水平移动发生在整个水层內,流速几乎不随深度而变。但是,在浅水区,由于底摩擦对上下各水层的影响都很明显,所以鉛直方向上的潮流速度也就不一致。下面扼要介紹一些前人的研究結果。

Sverdrup (1927)[4] 探討西伯利亚大陆棚的潮汐时,将长波运动方程加上摩擦項,在只考虑鉛直涡动并假定鉛直涡动粘滞系量为恆量的条件下,采用自由表面切应力与海底流速均为零作边界条件,对运动方程求解,虽然假定条件未尽符合实际情况,但所获結果,对底摩擦的效应仍能闡示出初步的概念。第一,在海底存在一摩擦影响层(以下簡称摩擦层),該层厚度取决于比值 $\frac{T\sin\varphi}{12}$ (T 是潮波周期, φ 是地点的緯度)和涡动粘滞系量的大小;在摩擦层之上,潮流和不受摩擦的情况相同。第二,在摩擦层內潮流椭圓变狹、长軸方向向右偏轉,同时发生最大流速的时刻也提前了。第三,在浅海,底摩擦的影响可能达到海面,因而表面潮流最大流速的方向,不再与潮波传播方向一致。

J. E. Fjeldstad (1929, 1936) 改进了 Sverdrup 关于涡动粘滞系量为恆量的假定,取涡动粘滞系量为深度的函数,对长波波动方程求解,所得結果与 Sverdrup 的結論比較仍大致相同。

J. V. Veen (1938) 在研究 Dover 海峽的潮流时指出:潮流鉛直分布可以用公式

$$v = aZ^{1/n}$$

表示[1],式中 Z 是从海底算到某一深层的距离, v 为相应于深层 Z 处的流速, a 是常数, n 为 5.2 左右。Пербунина[4] 采用类似的公式

$$v = v_0\left(\frac{Z}{h}\right)^p$$

計算了海峽的潮流。式中 v_0 是表面流速, h 是海峽的深度, p 取为 $\frac{1}{5}$ 和 $\frac{1}{7}$。計算結果表明:对长海峽,取 $p=\frac{1}{7}$;对短海峽,取 $p=\frac{1}{5}$。但其偏差值达到 20—49 厘米/秒。

Д. У. Вапняр, 1960[3] 曾用涡动粘滞系量为深度的綫性函数,求解运动方程,結果与涡动粘滞系量为恆量的假定所导出的結論差别很少;同时指出,用一般流体动力学的基

本方程，要求得潮流的鉛直結构未必是可能的。故改用 L. Prandtl 湍流半經驗理論有关脉冲应力与流速梯度的关系式，并由观測資料确定出混合长度 $l = 0.19z$，求得流速鉛直分布的公式。解算方程时，对粗度参量 z_0 的量值，分别取为 5、10、15 厘米进行了討論。結果是：上、中层潮流速度緩慢減小，接近海底便迅速減小，初相角亦随深度变小。

本文采用上述后一种方法，但是混合长度采用 Karmen 的表达式

$$l = -k\frac{\dfrac{du}{dz}}{\dfrac{d^2u}{dz^2}}$$

式中 k 为 Karmen 常数（等于 0.4）。另外，引用 Bowden[5] 等人得出的两个特定时刻脉冲应力 F 随深度的变化曲綫，由曲綫确定出經驗公式，然后分别按关系式

$$F = \rho k^2\frac{\left(\dfrac{du}{dz}\right)^4}{\left(\dfrac{d^2u}{dz^2}\right)^2}$$

求出流速的鉛直分布規律。

二、潮流(分量)鉛直分布

命分潮潮位 ζ，x 方向的潮流分量 u 以及相应的潮流脉冲应力 f 分别为

$$\zeta = R\cos(\sigma t - \theta) \tag{1}$$

$$u = U\sin(\sigma t - \theta - \alpha) \tag{2}$$

$$f = F\sin(\sigma t - \theta - \beta) \tag{3}$$

式中 R、u、F 依次为潮位、潮流分量、脉冲应力的振幅，θ、$\theta+\alpha$、$\theta+\beta$ 为其相角，σ 为分潮的角速率。

潮位、潮流及其伴随而生的脉冲应力都是周期函数，在引用湍流半經驗理論进行討論时，必須选取二个特定时刻。为便于討論，取該地发生最高潮位（$\sigma t_1 - \theta = 0$）和从高潮时刻算起經过四分之一周期（$\sigma t_2 - \theta = 90°$）两个时刻。

根据 Bowden 等人的数据（图 1），最高潮位与經过四分之一周期的时刻，脉冲应力可依次写为：

$$F_1 = F_{01} + F_{01}\frac{z}{h} - 2F_{01}\left(\frac{z}{h}\right)^2 \tag{4}$$

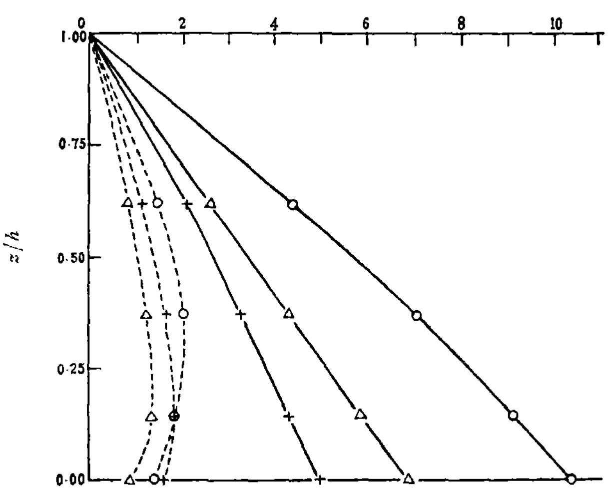

图 1 F_1 和 F_2 的鉛直分布

	高潮时刻	高潮过 1/4 周期的时刻
№ 2	---△---	—△—
№ 7	---○---	—○—
№11	---+---	—+—

$$F_2 = F_{02}\left(1 - \frac{z}{h}\right) \tag{5}$$

(4)式表明：在海面 $\left(\frac{z}{h} = 1\right)$ 脉冲应力为零，而在海底 $\left(\frac{z}{h} = 0\right)$ 应力为 F_{01}，在 $\frac{z}{h} = \frac{1}{4}$ 处达到最大；(5)式表示出 F_2 按綫性規律变化：海面应力为零，越近底层应力越大，在海底 $F_2 = F_{02}$。坐标自海底向上取为正。

由 Prandtl 理論，湍流脉冲应力为

$$F = \rho l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 \tag{6}$$

式中，ρ 是流体的密度，l 是混合长度。根据 Karmen 脉冲場相似性理論，混合长度

$$l = -k \frac{\frac{du}{dz}}{\frac{d^2u}{dz^2}} \tag{7}$$

将(7)式代入(6)式，得

$$F = \rho k^2 \frac{\left(\frac{du}{dz}\right)^4}{\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)^2}$$

两边开方，并考虑 $\frac{d^2u}{dz^2} < 0$，遂得

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{u'}\right) = k\left(\frac{\rho}{F}\right)^{1/2} \tag{8}$$

上式 $u' = \frac{du}{dz}$。

将(8)式中的 F、u' 分别用 F_1、F_2 和相应的量值 u_1'、u_2' 代替，选取适当的边界条件，便能解算出 u_1 和 u_2 的鉛直分布。然后按照关系式

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}; \qquad \alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{u_2}{u_1}$$

便可計算潮流分量 u 的鉛直分布規律。至于另一分量 v，可采用类似的方法求得。

1. 最高潮位时刻潮流分量 (u_1) 的鉛直分布。

将最高潮位时刻脉冲应力表达式(4)代入(8)式，得

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{u_1'}\right) = k\sqrt{\rho}\left[F_{01} + F_{01}\frac{z}{h} - 2F_{01}\left(\frac{z}{h}\right)^2\right]^{-1/2}$$

令 $x = \frac{z}{h}$，根据 $x \to 0$，$u_1' \to \infty$ 的条件，上式积分后可以写成

$$u_1' = \frac{1}{kh}\sqrt{\frac{2F_{01}}{\rho}}\frac{1}{y} \tag{9}$$

式中 $y = \sin^{-1}\frac{1}{3} - \sin^{-1}\frac{1-4x}{3} > 0$。对上式求积分：

取边界条件 $z = h$，$u_1 = u_{01}$，得

$$u_1 = u_{01} - \frac{1}{2k}\sqrt{\frac{9F_{01}}{2\rho}}\left\{\cos^{-1}\frac{1}{3}\left[\ln|y_1| - \frac{y_1^2}{2.2!} + \frac{y_1^4}{4.4!} - \right.\right.$$
$$\left. - \ln|y| + \frac{y^2}{2.2!} - \frac{y^4}{4.4!} + \cdots\right] +$$
$$\left.+ \sin^{-1}\frac{1}{3}\left[y_1 - \frac{y_1^3}{3.3!} + \frac{y_1^5}{5.5!} - y + \frac{y^3}{3.3!} - \frac{y^5}{5.5!} + \cdots\right]\right\} \tag{10}$$

其中 $y_1 = \sin^{-1}\frac{1}{3} - \sin^{-1}(-1)$。或者根据 $z = z_0$（粗度参量），$u_1 = 0$，則(9)式的积分为

$$u_1 = \frac{1}{2k}\sqrt{\frac{9F_{01}}{2\rho}}\left\{\cos^{-1}\frac{1}{3}\left[\ln|y| - \frac{y^2}{2.2!} + \frac{y^4}{4.4!} - \right.\right.$$
$$\left. - \ln|y_0| + \frac{y_0^2}{2.2!} - \frac{y_0^4}{4.4!} + \cdots\right] +$$
$$\left.+ \sin^{-1}\frac{1}{3}\left[y - \frac{y^3}{3.3!} + \frac{y^5}{5.5!} - y_0 + \frac{y_0^3}{3.3!} - \frac{y_0^5}{5.5!} + \cdots\right]\right\} \tag{11}$$

式中 $y_0 = \sin^{-1}\frac{1}{3} - \sin^{-1}\frac{1 - 4\frac{z_0}{h}}{3}$. 在海面 $z = h$，$u_1 = u_{01}$，将(11)式改写成相对应的表达式，然后用它除(11)式，即得任意深层流速 u_1 与表面流速 u_{01} 比值的鉛直分布公式为

$$\frac{u_1}{u_{01}} = \frac{1}{Y}\left\{\cos^{-1}\frac{1}{3}\left[\ln|y| - \frac{y^2}{2.2!} + \frac{y^4}{4.4!} - \ln|y_0| + \frac{y_0^2}{2.2!} - \frac{y_0^4}{4.4!} + \cdots\right] + \right.$$
$$\left.+ \sin^{-1}\frac{1}{3}\left[y - \frac{y^3}{3.3!} + \frac{y^5}{5.5!} - y_0 + \frac{y_0^3}{3.3!} - \frac{y_0^5}{5.5!} + \cdots\right]\right\} \tag{12}$$

其中

$$Y = \cos^{-1}\frac{1}{3}\left[\ln|y_1| - \frac{y_1^2}{2.2!} + \frac{y_1^4}{4.4!} - \ln|y_0| + \frac{y_0^2}{2.2!} - \frac{y_0^4}{4.4!} + \cdots\right] +$$
$$+ \sin^{-1}\frac{1}{3}\left[y_1 - \frac{y_1^3}{3.3!} + \frac{y_1^5}{5.5!} - y_0 + \frac{y_0^3}{3.3!} - \frac{y_0^5}{5.5!} + \cdots\right].$$

2. 高潮后 $\frac{1}{4}$ 周期的时刻潮流分量 (u_2) 的鉛直分布。

将(5)式代入(8)式，得

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{u_2'}\right) = \frac{k}{u_2^*}\frac{1}{\sqrt{1 - z/h}}$$

式中 $u_2^* = \sqrt{\frac{F_{02}}{\rho}}$，一般称为摩擦速度。海底处 $x = 0$，$u_2' \to \infty$，于是

$$u_2' = \frac{u_2^*}{2kh}\frac{1}{1 - \sqrt{1 - z/h}} \tag{13}$$

令 $z = h$，$u_2 = u_{02}$，上式的积分为

$$u_2 = u_{02} + \frac{u_2^*}{k}\left[\sqrt{1 - z/h} + \ln\left(1 - \sqrt{1 - z/h}\right)\right] \tag{14}$$

因为 $z/h \leqslant 1$，故上式括号內为負值或为零。可見，潮流随深度而減小。根据 $z = z_0$，

$u_2 = 0$; $z = h$, $u_2 = u_{02}$ 的条件,便得

$$\frac{u_2}{u_{02}} = 1 - \frac{\sqrt{1 - z/h} + \ln\left(1 - \sqrt{1 - z/h}\right)}{\sqrt{1 - z_0/h} + \ln\left(1 - \sqrt{1 - z_0/h}\right)} \tag{15}$$

三、結果和討論

1. 取海水密度 $\rho = 1.02$, 并由图 1 近似地取 $F_{01} = 1.0$, $F_{02} = 7.8$。根据(10)、(14)式的計算結果与实測資料[5]列表如下:

表 1

z/h	最大流速(厘米/秒)		相角(度)	
	观測值	計算值	观測值	計算值
1.00		71.8		3°.3
0.80		70.8		3°.1
0.75	67.8	70.4	3°.1	2°.9
0.60		69.2		2°.5
0.50	64.2	68.0	2°.7	2°.1
0.40		66.8		1°.7
0.25	56.9	63.8	1°.3	0°.8
0.20		62.3		0°.4
0.10		57.7		−1°.1
0.08		56.2		−1°.7
0.06		54.4		−2°.4
0.05	50.3	52.9	−0°.8	−3°.0
0.04		51.5		−3°.6
0.02		46.9		−5°.9

由上表得知:

① 計算值与实測資料变化趋势基本一致;二者流速偏差值平均为 4 厘米/秒,最大偏差为 6.9 厘米/秒;相角偏差值平均为 0.9°, 最大偏差为 2.2°。

② 在上、中层, 潮流最大流速随深度而減小十分緩慢, 这与理論上的假定基本相符。z/h 在 1.00 至 0.20 之間,深度每加大 0.1 h, 最大流速平均減小 1.2 厘米/秒; 而在近底层 ($0.2 \leqslant z/h \leqslant 0.02$), 深度每加大 0.1 h, 流速值平均減小 8.6 厘米/秒。递減率后者約为前者的 7 倍。

③ 相角随深度而变小,这表明越向深层发生最大流速的时刻越提前。这是因为愈接近海底脉冲应力愈大,压強梯度力与脉冲应力先取得平衡,因之最大流速出現的时刻便相应地提前。

2. 为方便計, 按照(12)和(15)式取 $z_0 = 1$ 厘米、$h = 20$ 米, 計算比值 u_1/u_{01} 和 u_2/u_{02} 的鉛直分布。計算結果作出 2、3、4 諸图。

① 在 2、3、4 图中, 按实測資料的深度, 摘取出相应計算值。实測資料与計算結果二者偏差的絕对值,平均为 2.6 厘米/秒,最大偏差小于 6.0 厘米/秒。

3. 根据文献[5], x 軸取接近于最大流速的方向。因此, 本文所求得的分布規律大致和最大流速的鉛直分布相近。为了作出对比,姑且引用文献[1]、[2]所刊載的資料进行計

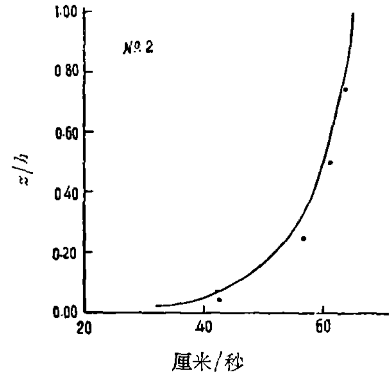

图 2　（・实測資料）

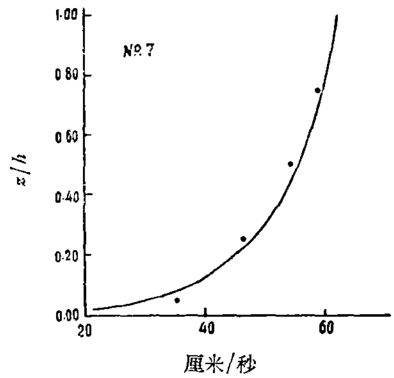

图 3　（・实測資料）

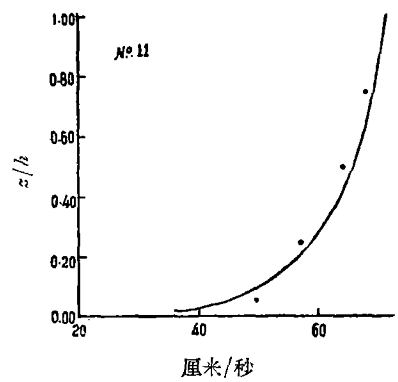

图 4　（・实測資料）

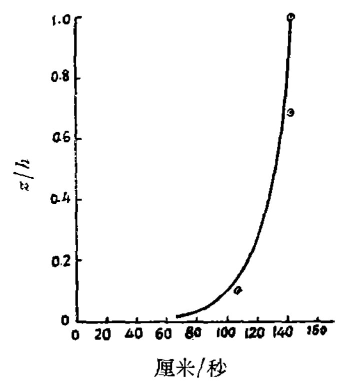

图 5　（・实測資料）

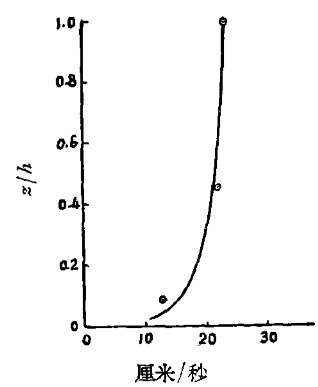

图 6　（・实測資料）

算（表 2）并作成图 5、6。当然这几种情况它們的潮汐类型、摩擦效应未尽相同，但仍可看出实測資料接近本文求得的分布曲綫。

必須着重指出，各个海区、甚至同一海区的不同地点，潮流鉛直分布及其随时間的变化是相当复杂的，要找出一种理論表达式概括所有的情况是困难的。本文所有的論述（包括結語）仅仅对于脉冲应力分布如图 1 所表示的那一种类型的情况而言的。

根据某些資料，最大流速往往出現在海面以下若干米，出現的深度随地点、条件而异。这或許是海面应力不为零所致，或許是其他原因引起的。对于具有周期变化的潮流而言，

海面应力应如何选取尚有待于进一步的探討。

表 2

z/h	观测值（厘米/秒）	計算值（厘米/秒）	观测值（厘米/秒）	計算值（厘米/秒）
1.00	142	142	23	23
0.80		139		23
0.70	142	137		—
0.60		134		22
0.45		—	22	21
0.40		127		21
0.20		114		19
0.10	106	101		16
0.09		—	12	16
0.08		97		16
0.06		92		15
0.04		84		14
0.02		71		11

四、結 語

1. 在浅水海区，潮流分量鉛直分布仍与理論上的假定基本相符。上、中层的流速相差不大，只是在近底层才迅速減小。

2. 愈接近海底，发生最大流速的时刻愈加提前。

3. 在 z/h 从 0.00 到 0.20 附近这一水层里，底摩擦的影响比較显著。

4. 应用湍流半經驗理論探討浅海的潮流，是了解其鉛直結构的可能途径之一。若能分别考虑在不同情况下海面应力和各个层次应力的量值，同时进一步研究不同底质粗度参量 z_0 的量值，将会大大地提高計算的精确度。

* * * *

本文承赫崇本、文圣常教授审閱，提出了宝貴的意見。管秉賢、郑文振、王景明、刘凤树、余宙文先生也提出一些有益的建議。謹此对他們表示衷心的感謝。

参 考 文 献

[1] 斯費德魯普，H. V. 等著，1958。"海洋"第二卷毛汉礼譯，科学出版社，503—508 頁。

[2] Пербунина. Т. П., 1960. О строении приливного потка в неглубоких проливах. *Труды гоина* **57**:44—66.

[3] Вапняр. Д. У., 1962. Влияние Трения на приливные явления. Мелководных районов. *Труды гоина* **53**:5—58.

[4] Sverdrup H. V., Dynamic of tides on the North Siberian shelf. *Geofysiske Publikasjoner.* 4(5): 1—75.

[5] Bowden, K. F. & L. A. Fairbairn, 1952. A determination of frictional forces in a tidal current, *Proc. Roy. Soc. A,* **214**:371—392.

ОДИН ТИП ВЕРТИКАЛЬКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ (СОСТАВЛЕЮЩИХ) ПРИЛИВНЫХ СКОРОСТЕЙ В МЕЛКОВОДЬЕ

Чэнь Цзун-юн

(*Шиньдунский океанографический институт*)

Резюме

В настоящей статье автором даны формулы для вычесления вертикального распредления составлеющих приливных скоростей в мелководье, которые выведены по полуэмперической теории турбулентности и по полученной закономерности вертикального распределения пульсационных напряжений. По выделённым нами формулам можно вычислить максимальные скорости на каждом слое воды по максимальной скорости на поверхности. Результаты вычислений довольно хорошо совпадают с данным наблюдений.