

# 定常沿岸有限深海的风海流\*

张庆华

(中国科学院海洋研究所)

研究沿岸风海流的一个重大困难是确定海面坡度。因为海面坡度所满足的相当复杂的微分积分方程,一般只能求数值解。

Hidaka (1954) 的著名工作<sup>[6]</sup>只计算了无限深海的情况。李心铭(1965)的工作<sup>[1]</sup>虽然进一步包含了有限深海情况,但没有考虑海面坡度的影响,这显然是不完整的。Garvine (1971)<sup>[4]</sup>从物理意义考虑,作了一系列近似处理后得到了一些重要结果。而本文利用 Fourier 变换处理了类似的问题。在 Fourier 映象空间,海面坡度只满足简单的代数方程,问题归结为求一些函数的 Fourier 反演。本文借助广义函数的概念和运算技巧克服了这一困难,得到了完整而简洁的海面坡度和流速分布的分析表达式。进而讨论了水深和岸壁对流场的影响。值得着重指出的是,在沿岸风作用下,为了平衡 Ekman 漂流的侧向质量输送,在沿岸方向必须保持一定的海面坡度(或压力梯度),这即是 Garvine (1971) 工作的主要贡献<sup>[7]</sup>。Garvine 所得到的海面坡度值,与本文所得结果在水深较大时的极限值是一致的。

## 一、问题的数学提法

本文旨在研究直壁岸、等深海域上的风生海流问题。假定海岸足够平直,以至流速在沿岸方向的变化可以忽略。和 Garvine (1971)<sup>[4]</sup>一样,我们保留沿岸方向的海面坡度(或压力梯度),假定海为等深 ( $H = \text{const}$ ) 均匀 ( $\rho = \text{const}$ ), 柯氏参数  $f = 2\omega \sin \varphi$  为常数,垂向和侧向涡动粘滞系数  $A_v, A_h$  为常数。

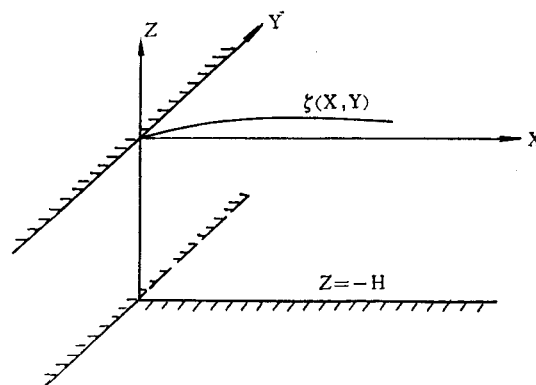


图1 坐标的选取

\* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第609号。本工作得到毛汉礼教授和袁业立同志的鼓励、指导和帮助,谨表感谢。

本刊编辑部收到稿件日期: 1980年6月18日。

取直角坐标系如图 1, 平均海平面为  $Z = 0$ , 海底为  $Z = -H$ , 岸壁为  $X = 0$ , 海面升高为  $\zeta(X, Y)$ 。

忽略非线性作用的运动方程为:

$$\begin{aligned} \frac{A_h}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{A_v}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + fV &= g \frac{\partial \zeta}{\partial X}, \\ \frac{A_h}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{A_v}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} - fU &= g \frac{\partial \zeta}{\partial Y}. \end{aligned} \quad (1)$$

连续性方程为

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \text{ 或 } \int_{-H}^0 U dZ = 0 \quad (2)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} A_v \frac{\partial U}{\partial Z} = \sigma_1(X), \quad A_v \frac{\partial V}{\partial Z} = \sigma_2(X), \quad \text{当 } Z = 0 \\ U = V = W = 0, \quad \text{当 } Z = -H \\ U = V = 0, \quad \text{当 } X = 0 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial X} = 0, \quad \text{当 } X \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (3)$$

$U, V, W$  为  $X, Y, Z$  方向上的流速分量,  $\sigma_1(X), \sigma_2(X)$  为风应力在  $X, Y$  方向的分量。假定  $U, V$  只依赖于  $X, Z$ , 所以  $\frac{\partial \zeta}{\partial Y}$  只能为常数。

为方便计, 作如下无量纲化。取

$$\begin{aligned} x = \frac{X}{D_h}, \quad z = \frac{Z}{D_v}, \quad u = \frac{U}{\sqrt{gD_v}}, \quad v = \frac{V}{\sqrt{gD_v}}, \quad w = \frac{kW}{\sqrt{gD_v}}, \\ d_1(x) = \frac{\partial \zeta}{\partial X} / \zeta'_0, \quad d_2 = \frac{\partial \zeta}{\partial Y} / \zeta'_0 = \cos nt, \quad \tau_1(x) = \sigma_1(X) / A_v \sqrt{\frac{g}{D_v}}, \\ \tau_2(x) = \sigma_2(X) / A_v \sqrt{\frac{g}{D_v}}, \quad f_0 = f / \frac{A_v}{\rho D_v^2} = 2\pi^2, \quad h = H/D_v. \end{aligned}$$

这里  $k^2 = \frac{A_h}{A_v}$ ,  $\zeta'_0 = \frac{A_v}{\rho g^{1/2} D_v^{3/2}}$ , 摩擦深度  $D_v = \pi \sqrt{\frac{A_v}{\rho \omega \sin \varphi}}$ , 摩擦宽度  $D_h = \pi \sqrt{\frac{A_h}{\rho \omega \sin \varphi}}$ , (4)

显然  $D_h = kD_v$ 。

令  $W = u + iv$ ,  $\tau(x) = \tau_1 + i\tau_2$ , 则无量纲的方程和边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \Delta W - if_0 W &= d(x) = d_1(x) + id_2 \\ \int_{-h}^0 (W + W^*) dz &= 0 \\ \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \tau(x) \\ W \Big|_{x=0} = W \Big|_{z=-h} &= 0 \\ d_1(x) &\rightarrow 0 \quad \text{当 } x \rightarrow \infty \\ w &= - \int_{-h}^z \frac{\partial u}{\partial x} dz = \text{Re} \int_{-h}^z \left( -\frac{\partial W}{\partial x} \right) dz \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

这里  $i = \sqrt{-1}$ , ( ) \* —— 复共轭。

## 二、问题的解

将函数  $\tau(x)$  进行奇开拓  $T(x) = T_1(x) + iT_2(x) = \tau(|x|) \operatorname{sgn} x$ , 其中实函数

$$T_1(x) = \tau_1(|x|) \operatorname{sgn} x, \quad T_2(x) = \tau_2(|x|) \operatorname{sgn} x,$$

单位函数

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

于是边值问题

$$\left. \begin{aligned} \Delta W - if_0 W &= D(x) \\ \int_{-h}^0 (W + W^*) dz &= 0 \\ \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} &= T(x) \\ W \Big|_{z=-h} &= 0 \\ -\infty < x < \infty \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

所确定的  $W(x, z)$  和  $D(x)$  也就是  $x$  的奇函数。

$$(D(x) = D_1(x) + iD_2(x) = d_1(|x|) \operatorname{sgn} x + id_2 \operatorname{sgn} x)$$

作 Fourier 变换

$$\begin{aligned} \bar{W}(\xi, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(x, z) e^{-i\xi x} dx = F\{W\}, \\ W(x, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}(\xi, z) e^{i\xi x} dx = F^{-1}\{\bar{W}\}, \end{aligned} \quad (7)$$

于是由变换后的方程

$$\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial z^2} + v^2 \bar{W} = \bar{D}, \quad v^2 = -(\xi^2 + if_0) \quad (8)$$

和边界条件

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \bar{T}, \quad \bar{W} \Big|_{z=-h} = 0 \quad (9)$$

可解出

$$\bar{W} = \bar{T} \cdot \bar{Q} + \bar{D} \cdot \bar{P}. \quad (10)$$

其中

$$\bar{Q}(\xi, z) = \frac{\sin v(z+h)}{v \cos vh}, \quad \bar{P}(\xi, z) = \frac{1}{v^2} \left( 1 - \frac{\cos v z}{\cos v h} \right)$$

均为  $\xi$  的偶函数。

利用  $D = D_1 + iD_2$ ,  $T = T_1 + iT_2$  和  $W(x, z)$  的奇函数性质, 可以得到

$$\bar{D}^* = -\bar{D}_1 + i\bar{D}_2, \quad \bar{T}^* = -\bar{T}_1 + i\bar{T}_2 \quad (11)$$

和

$$\bar{W} = \int_{-\infty}^{\infty} W e^{-i\xi x} dx = -i \int_{-\infty}^{\infty} W \sin \xi x dx, \quad \bar{W}^* = i \int_{-\infty}^{\infty} W^* \sin \xi x dx.$$

于是

$$\int_{-h}^0 (\bar{W} - \bar{W}^*) dz = -i \int_{-\infty}^{\infty} \sin \xi x dx \int_{-h}^0 (W + W^*) dz = 0. \quad (12)$$

将关系式

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^0 \bar{W} dz = \bar{D}p - \bar{T}q,$$

其中

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \bar{P} dz = \frac{1}{v^2} \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} \nu h}{\nu h} \right) \\ q &= \frac{-1}{h} \int_{-h}^0 \bar{Q} dz = \frac{1}{v^2 h} \left( 1 - \frac{1}{\cos \nu h} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

代入到(12)式中并利用(11)式可得到

$$(\bar{D}_1 + i\bar{D}_2)p - (\bar{T}_1 + i\bar{T}_2)q = (-\bar{D}_1 + i\bar{D}_2)p^* - (-\bar{T}_1 + i\bar{T}_2)q^*.$$

解出

$$\bar{D}_1 = \bar{T}_1 \bar{R}_1 + i\bar{T}_2 \bar{R}_2 - i\bar{D}_2 \bar{R}_3, \quad (14)$$

其中

$$\bar{R}_1 = \frac{q + q^*}{p + p^*}, \quad \bar{R}_2 = \frac{q - q^*}{p + p^*}, \quad \bar{R}_3 = \frac{p - p^*}{p + p^*}.$$

求反演可得到海面坡度

$$D_1 = T_1 * R_1 + iT_2 * R_2 - iD_2 * R_3. \quad (15)$$

利用  $x \rightarrow \infty$  时  $D_1 = 0$  的条件, 可确定出上式右端的值  $D_2 (= d_2 \operatorname{sgn} x)$ 。于是流速分布

$$W(x, z) = T * Q + (D_1 + iD_2) * P \quad (16)$$

这里  $P, Q, R_1, R_2, R_3$  分别为函数  $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{R}_3$  的 Fourier 反演。  $(*)$  —— 卷积。

### 三、求解析解

下面我们将解析地求出各反演函数  $P, Q, R$  等。这样, 对任意的一维风场, 只要作卷积运算, 就可得到最终结果。但是为了简单起见, 我们将只对均匀风场情况进行计算。即假定风应力为<sup>1)</sup>

$$T_1 = \tau_{1,0} \operatorname{sgn} x, \quad T_2 = \tau_{2,0} \operatorname{sgn} x, \quad \tau_{1,0}, \tau_{2,0} \text{ 为常数} \quad (17)$$

#### 1. 海面坡度的确定

设沿岸方向的常值不变的海面坡度  $d_2 = \frac{\mu}{h} \tau_{2,0}$ ,  $D_2 = \frac{\mu}{h} T_2$ ,  $\mu$  为比例常数。则垂

直于岸方向 ( $x$  方向) 的海面坡度为

$$D_1(x) = T_1 * R_1 + iT_2 * \left( R_2 - \frac{\mu}{h} R_3 \right). \quad (18)$$

可以证明[附录 II]

$$\begin{aligned} R_1 &= F^{-1}\{\bar{R}_1\} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{i\eta_m |x|} + \left( \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2B_m}{i\eta_m} + \beta_0 \right) \delta(x) \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{i\eta_m |x|} + \frac{1}{h} \delta(x) \end{aligned}$$

1) 由于  $\lim_{x \rightarrow 0} W(x, z) = 0$ , 所以  $\lim_{x \rightarrow 0} \tau(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial W(x, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$ , 即由于粘滞作用, 岸边风应力  $\tau$  必须迅速变为零。我们这里的均匀风应力场, 可以看作形如  $\tau_0 \operatorname{th} kx$  ( $k \gg 1$ ) 的风应力分布的近似。

$$\begin{aligned}
 R_2 &= F^{-1}\{\bar{R}_2\} = \sum_1^{\infty} C_m e^{i\eta_m |x|} + \left( \sum_1^{\infty} \frac{2C_m}{i\eta_m} + r_0 \right) \delta(x) \\
 &= \sum_1^{\infty} C_m e^{i\eta_m |x|} \\
 R_3 &= F^{-1}\{\bar{R}_3\} = \sum_1^{\infty} E_m e^{i\eta_m |x|} + \left( \sum_1^{\infty} \frac{2E_m}{i\eta_m} + \delta_0 \right) \delta(x) \\
 &= \sum_1^{\infty} E_m e^{i\eta_m |x|},
 \end{aligned} \tag{19}$$

则离岸(⊥岸)风在离岸(x)方向产生的海面坡度为

$$D_{1,\perp} = T_1 * R_1 = \tau_{1,0} \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{2B_m}{i\eta_m} e^{i\eta_m |x|} + \beta_0 \right\} \operatorname{sgn} x, \tag{20}$$

沿岸(//岸)风在离岸(x)方向产生的海面坡度为

$$\begin{aligned}
 D_{1,\parallel} &= iT_2 * \left( R_2 - \frac{\mu}{h} R_3 \right) \\
 &= i\tau_{2,0} \left\{ \left( \sum_1^{\infty} \frac{2C_m}{i\eta_m} e^{i\eta_m |x|} - \frac{\mu}{h} \sum_1^{\infty} \frac{2E_m}{i\eta_m} e^{i\eta_m |x|} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \left( r_0 - \frac{\mu}{h} \delta_0 \right) \right\} \operatorname{sgn} x,
 \end{aligned} \tag{21}$$

这里

$$\beta_0 = \bar{R}_1|_{\xi=0}, \quad r_0 = \bar{R}_2|_{\xi=0}, \quad \delta_0 = \bar{R}_3|_{\xi=0},$$

$\eta_m$  为解析开拓后的函数  $\bar{R}_1$  (或  $\bar{R}_2, \bar{R}_3$ ) 在上半复平面上的极点。

因为

$$\beta_0 = \frac{2\pi \sin \pi h \operatorname{sh} \pi h}{\operatorname{sh} \pi h \operatorname{ch} \pi h - \sin \pi h \cos \pi h} \cong 0, \quad (h \geq 1)$$

并且估算表明

$$\sum_1^{\infty} \frac{2B_m}{i\eta_m} \cong \frac{2B_1}{i\eta_1},$$

所以由

$$\sum_1^{\infty} \frac{2B_m}{i\eta_m} + \beta_0 = \frac{1}{h},$$

得到

$$\frac{2B_1}{i\eta_1} = \frac{1}{h}.$$

由于

$$\begin{aligned}
 \frac{r_0}{\delta_0} &= \frac{q - q^*}{p - p^*} \Big|_{\xi=0} = \frac{I_m q}{I_m p} \Big|_{\xi=0} = \frac{1}{h} \frac{\operatorname{Re} \left( 1 - \frac{1}{\cos(1-i)\pi h} \right)}{\operatorname{Re} \left( 1 - \frac{1}{(1-i)\pi h} \right)} \\
 &\cong \frac{1 + \frac{1}{2\pi h} - 2 \cos \pi h e^{-\pi h}}{h},
 \end{aligned}$$

所以只要取常数

$$\mu = 1 + \frac{1}{2\pi h} - 2 \cos \pi h e^{-\pi h} \quad \begin{cases} h=1 \text{ 时 } \mu = 1.246 \\ h=2 \text{ 时 } \mu = 1.076 \end{cases} \quad (22)$$

就有

$$r_0 - \frac{\mu}{h} \delta_0 = 0,$$

从而保证了

$$D_1(x) \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \infty).$$

由于根据(19)式

$$\sum_1^{\infty} \frac{2C_m}{i\eta_m} + r_0 = 0, \quad \sum_1^{\infty} \frac{2E_m}{i\eta_m} + \delta_0 = 0,$$

所以

$$D_{1,\parallel}(x \rightarrow 0) = i\tau_{2,0} \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{2C_m}{i\eta_m} - \frac{\mu}{h} \sum_1^{\infty} \frac{2E_m}{i\eta_m} + r_0 - \frac{\mu}{h} \delta_0 \right\} = 0$$

即沿岸风在离岸 ( $x$ ) 方向产生的海面坡度值在岸边为零, 并且估算表明,  $D_{1,\parallel}$  由岸边的零值, 随离岸距离的增大而逐步增至最大值, 然后又以指数函数形式趋于零。所以, 岸边附近的海面略低一些。但估算表明  $|D_{1,\parallel}| \ll \frac{1}{h}$ , 故认为  $D_{1,\parallel} \cong 0$ 。这样就得到:

离岸风产生的海面坡度

$$D_{1,\perp} = \tau_{1,0} \frac{1}{h} e^{i\eta_1|x|} \operatorname{sgn} x, \quad (23)$$

$$D_{2,\perp} = 0,$$

沿岸风产生的海面坡度

$$D_{1,\parallel} \cong 0,$$

$$iD_{2,\parallel} = i\tau_{2,0} \frac{\mu}{h} \operatorname{sgn} x, \quad (24)$$

其中

$$i\eta_1 = -\frac{\pi\sqrt{0.29 + 0.10/h}}{\sqrt{h}}, \quad \begin{cases} h=1 \text{ 时 } i\eta_1 = -1.962 \\ h=2 \text{ 时 } i\eta_1 = -1.295, \end{cases}$$

$\mu$  值由(22)式给出。

## 2. 海面坡度产生的梯度流

首先求出函数  $\bar{P} = \frac{1}{v^2} \left( 1 - \frac{\cos v z}{\cos v h} \right)$  的反演[附录 I]

$$P = F^{-1}\{\bar{P}\} = \sum_1^{\infty} \mathcal{A}_m e^{i\xi_m|x|}, \quad \mathcal{A}_m = \frac{(-1)^{m-1} \cos \lambda_m z / h}{i\xi_m \lambda_m} \quad (25)$$

$\xi_m$  为函数  $\bar{P}$  在上半复平面上的极点,

$$\xi_m^2 = -\left( \frac{\lambda_m^2}{h^2} + i f_0 \right), \quad \lambda_m = \frac{2m-1}{2} \pi_0$$

则梯度流

$$D_{1,\perp} * P = \tau_{1,0} \frac{1}{h} \Pi(\eta_1) \operatorname{sgn} x \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 iD_{2,0} * P &= i\tau_{2,0} \frac{\mu}{h} \sum_1^{\infty} \frac{2\mathcal{A}_m}{i\xi_m} (e^{i\xi_m|x|} - 1) \operatorname{sgn} x \\
 &= i\tau_{2,0} \frac{\mu}{h} \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{2\mathcal{A}_m}{i\xi_m} e^{i\xi_m|x|} + \bar{P}|_{\xi=0} \right\} \operatorname{sgn} x, \quad (27)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Pi(\eta) &= \sum_1^{\infty} \frac{2i\xi_m \mathcal{A}_m}{(i\xi_m)^2 - (i\eta)^2} (e^{i\xi_m|x|} - e^{i\eta|x|}), \\
 \bar{P}|_{\xi=0} &= \frac{1}{-if_0} \left( 1 - \frac{\cos\sqrt{-if_0}z}{\cos\sqrt{-if_0}h} \right). \quad (28)
 \end{aligned}$$

### 3. 计算 $T * Q$

求出函数  $\bar{Q} = \frac{\sin \nu(z+h)}{\nu \cos \nu h}$  的反演 [附录 I]

$$Q = F^{-1}\{\bar{Q}\} = \sum_1^{\infty} A_m e^{i\xi_m|x|} + \left( \sum_1^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} + \alpha_0 \right) \delta(x); \quad (29)$$

其中

$$A_m = \frac{(-1)^m \sin \lambda_m \left( \frac{z}{h} + 1 \right)}{i\xi_m h}, \quad \alpha_0 = \bar{Q}|_{\xi=0} = \frac{\sin\sqrt{-if_0}(z+h)}{\sqrt{-if_0} \cos\sqrt{-if_0}h}, \quad (30)$$

则

$$T * Q = (\tau_{1,0} + i\tau_{2,0}) \left[ \sum_1^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} e^{i\xi_m|x|} + \alpha_0 \right] \operatorname{sgn} x. \quad (31)$$

### 4. 流速场

由 2, 3, 得到

$$\begin{aligned}
 W(x, z) &= (\tau_{1,0} + i\tau_{2,0}) \frac{\sin\sqrt{-if_0}(z+h)}{\sqrt{-if_0} \cos\sqrt{-if_0}h} + (\tau_{1,0} + i\tau_{2,0}) \sum_1^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} e^{i\xi_m x} \\
 &+ \frac{\tau_{1,0}}{h} \Pi(\eta_1) + i \frac{\mu\tau_{2,0}}{h} \frac{1}{-if_0} \left( 1 - \frac{\cos\sqrt{-if_0}z}{\cos\sqrt{-if_0}h} \right) \\
 &+ i \frac{\mu\tau_{2,0}}{h} \sum_1^{\infty} \frac{2\mathcal{A}_m}{i\xi_m} e^{i\xi_m x}, \quad (32)
 \end{aligned}$$

式中前两项为近岸漂流, 第一项为 Ekman 漂流; 第二项为由于岸壁阻挡作用产生的补偿漂流; 第三项为由离岸风产生的垂直岸方向的海面坡度诱导的梯度流; 第四、五项为沿岸风产生的沿岸方向不变的海面坡度诱导的梯度流, 这个梯度流由岸边的零值, 随离岸距离的增大, 以指数函数形式趋于常定(不依赖离岸距离  $x$ ) 分布, 即第四项。

### 5. 流函数

引进无量纲流函数  $\phi(x, z)$ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = w, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = -u_0. \quad (33)$$

由

$$d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x} dx + \frac{\partial\phi}{\partial z} dz$$

得到

$$\phi = \int_{(0,0)}^{(0,z)} (-u) dz + \int_{(0,z)}^{(x,z)} w dx = -\text{Re} \int_{-h}^z dz \int_0^x \frac{\partial W}{\partial x} dx = -R_c \int_{-h}^z W dz. \quad (34)$$

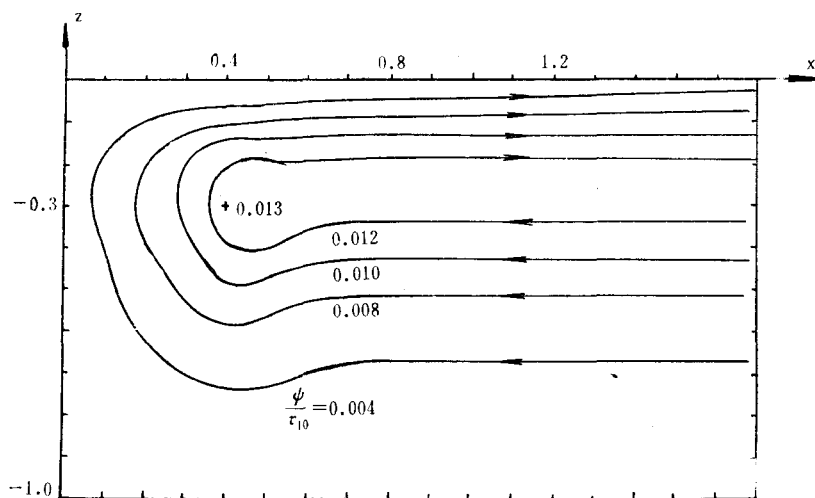
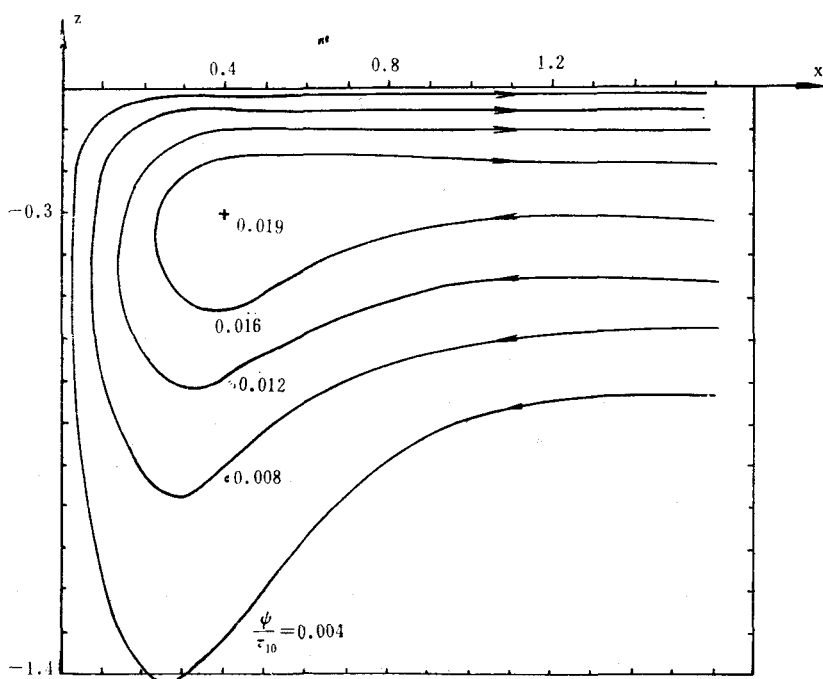
#### 四、结果的分析

1. 由(23), (24)式可知, 离岸风只产生垂直于岸方向的海面坡度, 该坡度值由岸边最大值  $\tau_{1,0}/h$  随离岸距离的增加, 以指数函数形式趋于零。沿岸风(正  $y$  轴方向)在垂直于岸方向产生很小的海面坡度, 坡度由岸边的零值略增至最大值又减至零, 即岸边海面略有下降。但因坡度值 ( $\ll \frac{\tau_{2,0}}{h}$ ) 太小, 可以忽略不计。沿岸风在沿岸方向产生一不变的海面坡度  $\frac{\mu}{h} \tau_{2,0}$ , (对参数  $\sigma_2 = 1$  达因,  $D_v = 70$  米,  $h = 1$ ) 这相当于  $10^{-7}$  的坡度, 即在 1 万公里距离上海面升高 1 米。这个量级当然是完全可以接受的。

由(32)式可知, 离岸风产生的海流由 Ekman 漂流、补偿漂流和梯度流构成。由于 Ekman 漂流在风的方向 ( $x$  方向) 没有质量输量, 所以梯度流只是平衡了补偿漂流在  $x$  方向的质量输送。此时, 补偿漂流和梯度流都局限于岸边附近 ( $1-2$  倍  $D_h$  范围内)。沿岸风产生的海流由 Ekman 漂流、补偿漂流、常梯度流 (常值不变的海面坡度在无限广阔海域上产生的梯度流, 它不随水平坐标变化) 和补偿梯度流 (岸壁对梯度流的影响) 组成。在离岸较远处 ( $x > 1$ ), 只有常梯度流和 Ekman 漂流, 常梯度流的向岸质量输送, 正好平衡了 Ekman 漂流的侧向(离岸)质量输送。而在岸边附近补偿梯度流和补偿漂流在垂直岸方向上的质量输送, 基本上相互抵消 (实际上, 还需垂直岸方向的海面坡度产生的梯度流来抵消其差额, 但量值太小, 可以忽略不计)。可见, 对于本文中所述的二维问题, 由于要求在垂直岸方向上无质量输送, 而在离岸较远处尚存的 Ekman 漂流有侧向质量输送, 所以在沿岸风作用时, 需要有一个沿岸方向不变的海面坡度 (据假定  $\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$ ,  $\frac{\partial \zeta}{\partial Y}$  只能是不依赖  $X$  的常数), 产生一常梯度流来抵销 Ekman 漂流的侧向输送。当水深  $h > 2$  时 ( $\mu=1$ ), 沿岸海面坡度为  $\frac{\tau_{2,0}}{h}$ , 这正与 Garvine<sup>[4]</sup> 所得到的结果一致。正如 O'Brien<sup>[7]</sup> 所指出的, Garvine (1971)<sup>[4]</sup> 工作的主要贡献, 即是保留了沿岸方向的压力梯度 (即海面坡度)。我们认为 Garvine 当年的工作是不够严格的, 本文的结果是对任意水深从理论上严格推导出的, 并且进行了更加详细的研究。

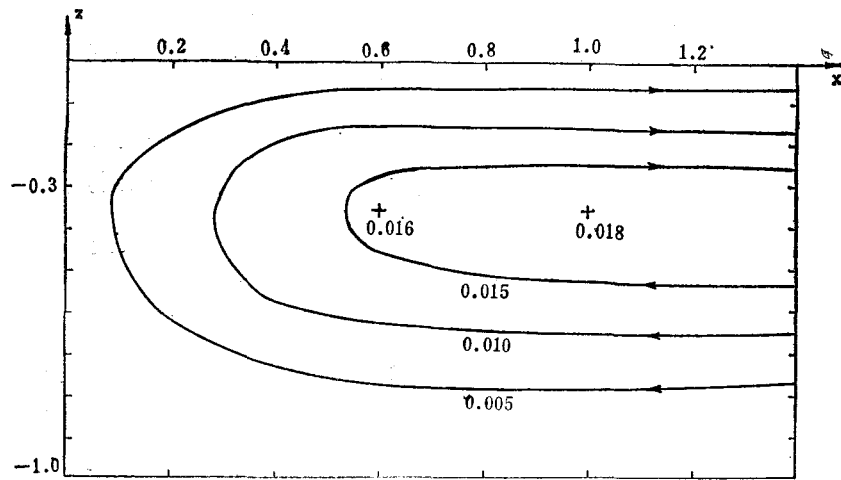
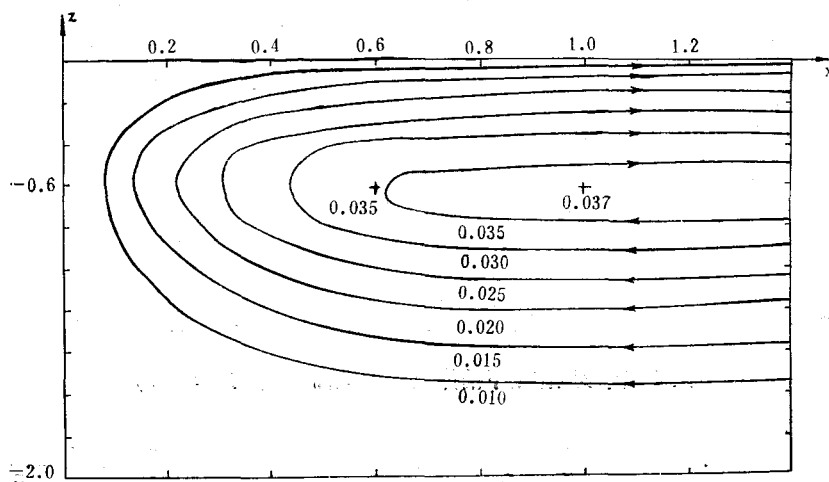
2. 图 2 和图 3 给出了  $h = 1$  和 2 时, 在离岸风作用下 ( $x, z$ ) 平面上的流线图。可以看出, 上层离岸流的厚度  $0.3D_v$  是不随水深  $h$  而变化的。Hidaka 对无限深海情况的研究也获得了同样的结果, 实际上这是表 Ekman 层的性质。上升流集中在邻岸  $0.4$  倍摩擦宽度  $D_h$  范围内, 最大上升流深度  $0.3D_v$  处的上升流的流速分布可见图 14。当取参数  $\sigma = 1$  达因,  $A_v = 200 \text{ C. G. S.}$ ,  $D_v = 70$  米,  $k = 10^3$  时, 平均上升流速为  $W = 1.00$  米/天 ( $h = 1$ ),  $W = 1.44$  米/天 ( $h = 2$ )。图 4 和图 5 给出了沿岸风作用下 ( $x, z$ ) 平



图2 离岸风作用下  $(x, z)$  平面上的流线  $(\psi/\tau_{1,0})$  图 ( $h=1$ )图3 离岸风作用下  $(x, z)$  平面上的流线  $(\psi/\tau_{1,0})$  图 ( $h=2$ )

面上的流线图。可以看出,  $0.35D_b$  ( $h=1$ ) 和  $0.55D_b$  ( $h=2$ ) 水深处为上层离岸流与下层向岸流的分层。这层上的上升流的流速最大, 其分布规律见图 15。可见, 上升流主要集中在  $0.6$  倍摩擦宽度  $D_b$  范围内, ( $0.4D_b$  范围内的) 平均流速为  $1.08$  米/天 ( $h=1$ ) 和  $2.25$  米/天 ( $h=2$ ) (参数同前)。所以, 无论在离岸或沿岸风情况下, 随水深 ( $h$ ) 增大, 上升流都加强, 并且上升流更集中于岸边, 沿岸风比离岸风引起的上升流更强。

3. 图 10 和图 11 给出了离岸风作用下, 在离岸不同距离上, 水平流速的垂直分布。同

图 4 沿岸风作用下  $(x, z)$  平面上的流线  $(\psi/\tau_{2,0})$  图 ( $h=1$ )图 5 沿岸风作用下  $(x, z)$  平面上的流线  $(\psi/\tau_{2,0})$  图 ( $h=2$ )

时也给出了不计梯度流的近岸漂流的垂直结构。可见,离岸风产生的梯度流比较小,并随水深( $h$ )增大而减小。图 12 和图 13 给出了沿岸风作用,在离岸不同距离上水平流速的垂直分布。同时也给出了 Ekman 漂流的垂直结构。由此可见,梯度流大大改变了流动图象,随水深( $h$ )的增大,梯度流则减小。从图 11 和图 13 可见,水深  $h=2$  时,由于底摩擦对梯度流的作用,存在着一股很明显的底 Ekman 流。

4. 图 6—9 给出了沿岸流的流速分布,很明显,下层存在着逆流。从图 10—13 可见,梯度流加强了下层的逆流。图 7 的形状与 Hidaka 的图 6 是非常相似的。

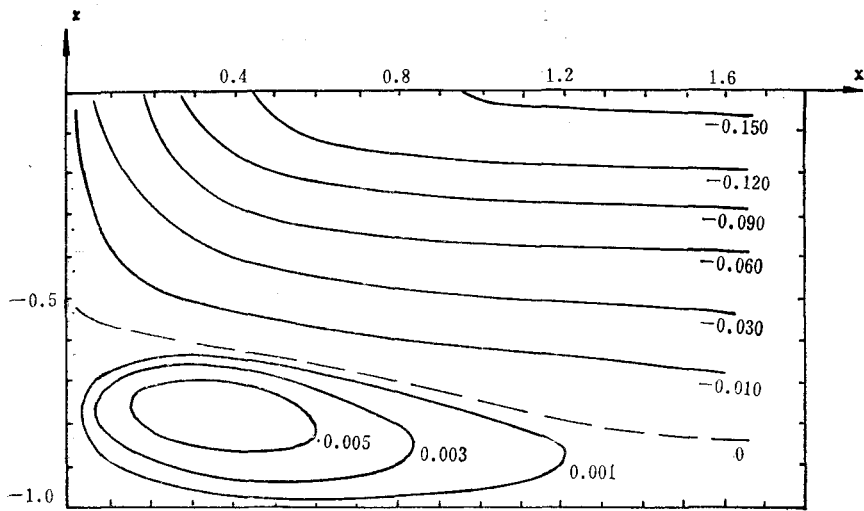


图6 离岸风作用下沿岸流速  $v/\tau_{1,0}$  的分布 ( $h=1$ )

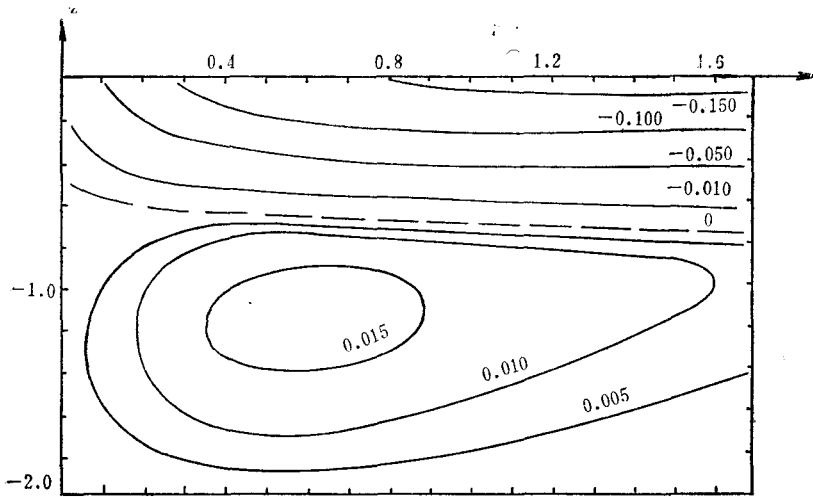


图7 离岸风作用下沿岸流速  $v/\tau_{1,0}$  的分布 ( $h=2$ )

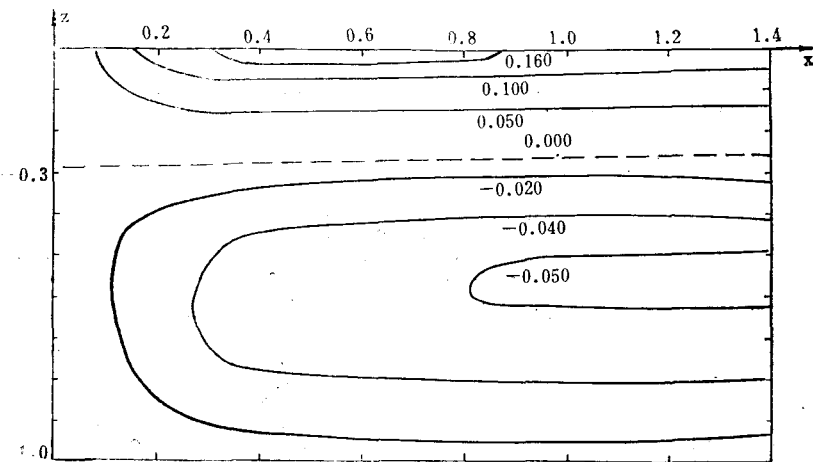


图8 沿岸风作用下沿岸流速  $v/\tau_{2,0}$  的分布 ( $h=1$ )

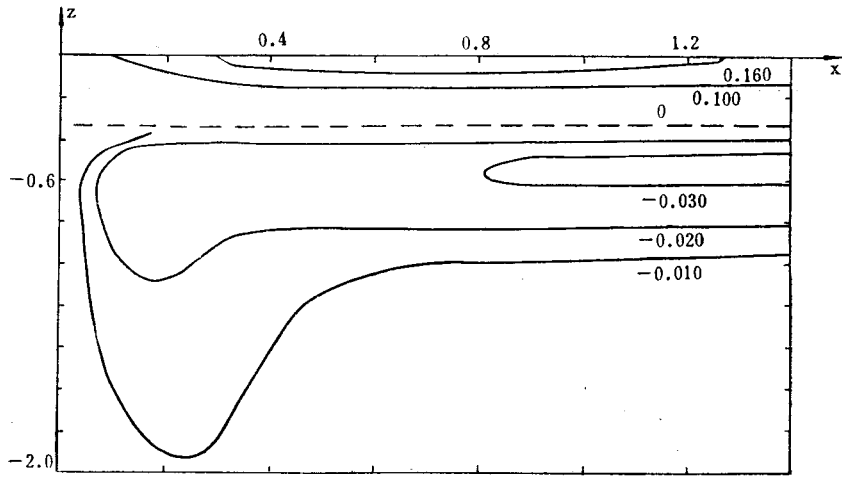


图9 沿岸风作用下沿岸流速  $v/\tau_{s,0}$  的分布 ( $h=2$ )

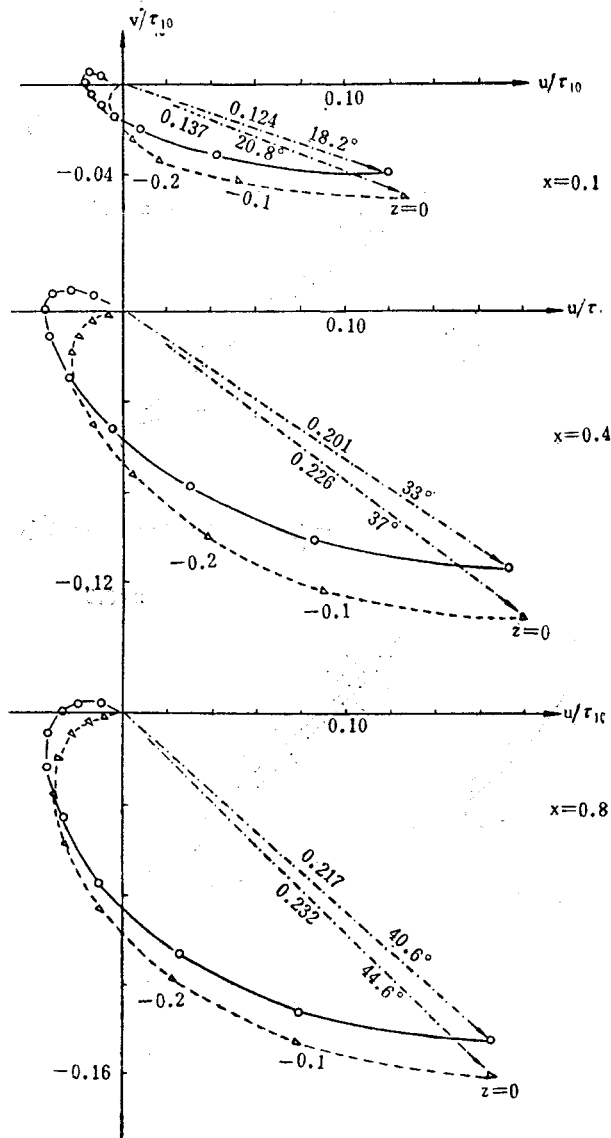


图10 离岸风作用下水平流场的垂直结构 ( $h=1$ )

—— 近岸漂流 + 梯度流    - - - 近岸漂流

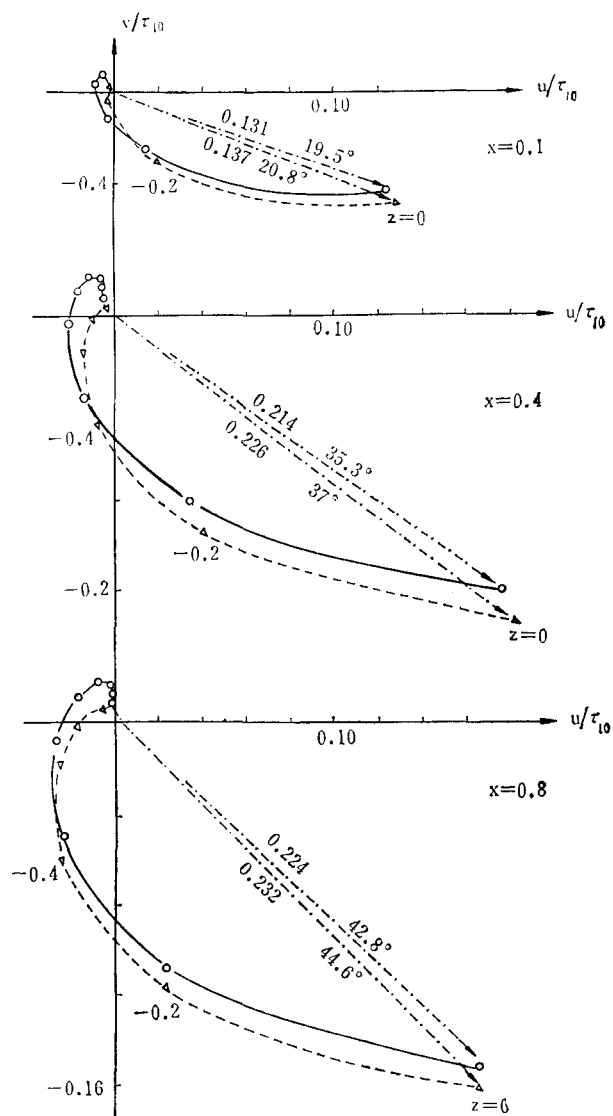


图 11 离岸风作用下水平流场的垂直结构 ( $h=2$ )

— 近岸漂流 + 梯度流    - - - 近岸漂流

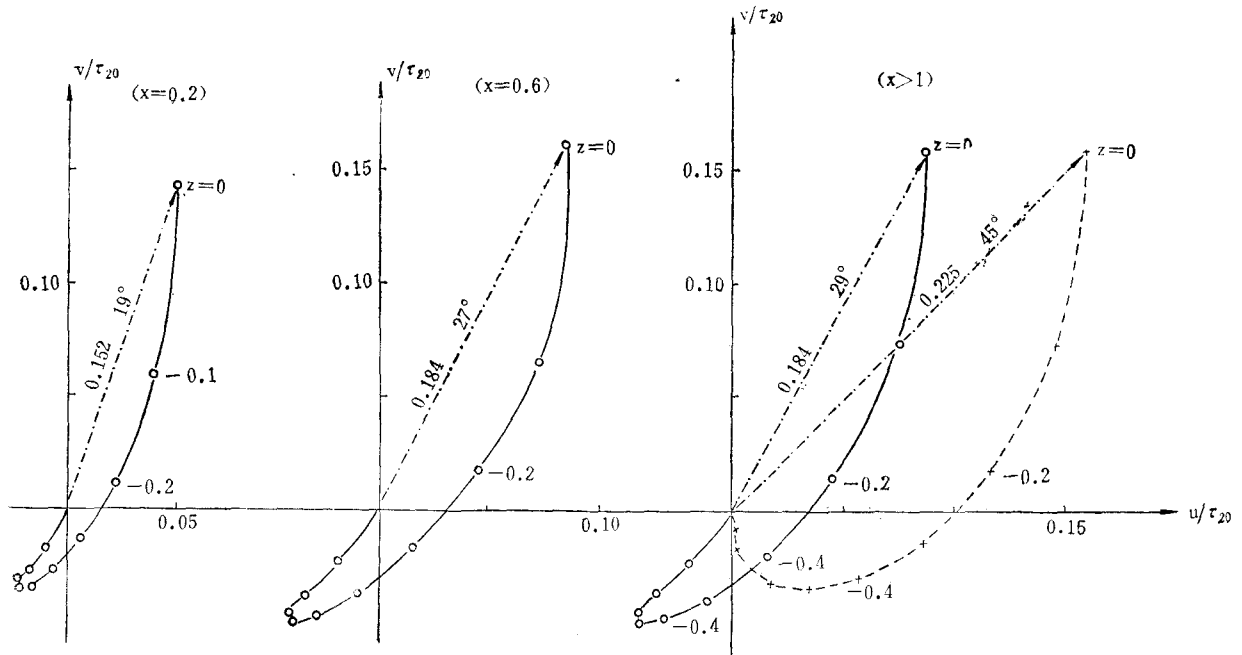


图 12 沿岸风作用下水平流场的垂直结构 ( $h = 1$ )

----- Ekman 漂流

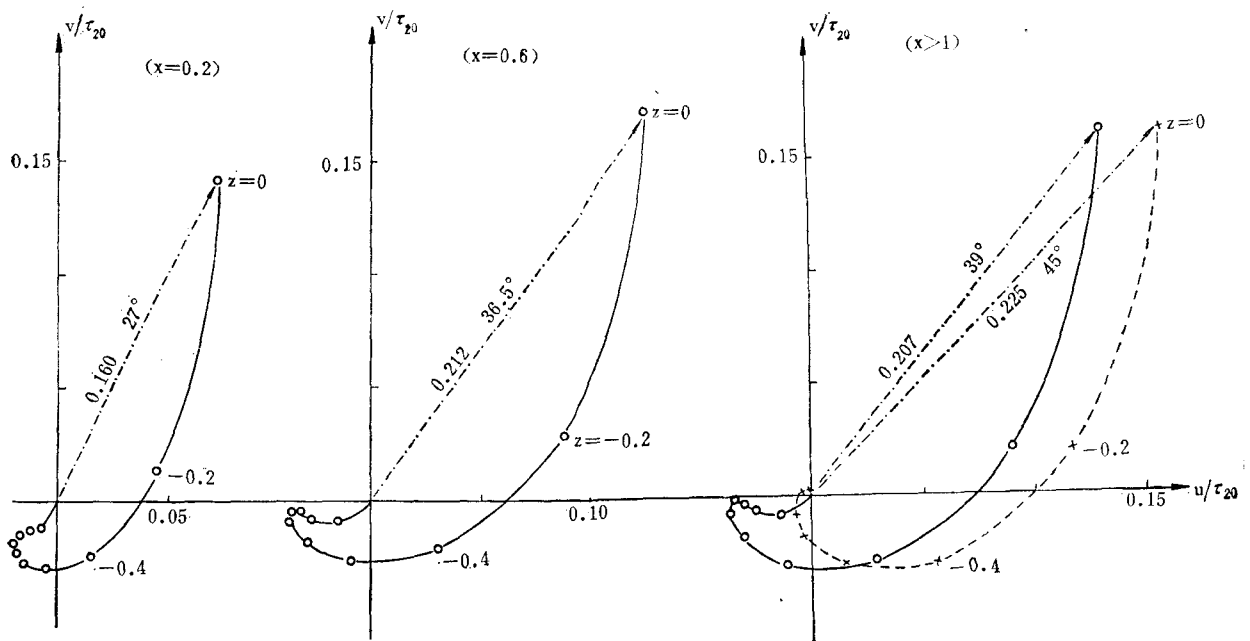


图 13 沿岸风作用下水平流场的垂直结构 ( $h = 2$ )

----- Ekman 漂流

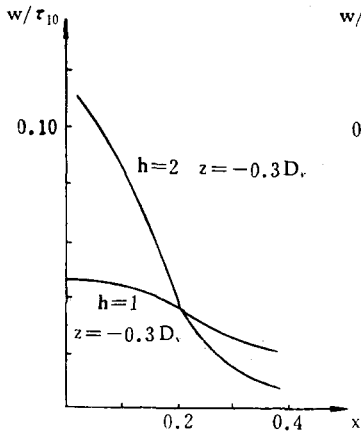


图 14 离岸风作用下上升流分布

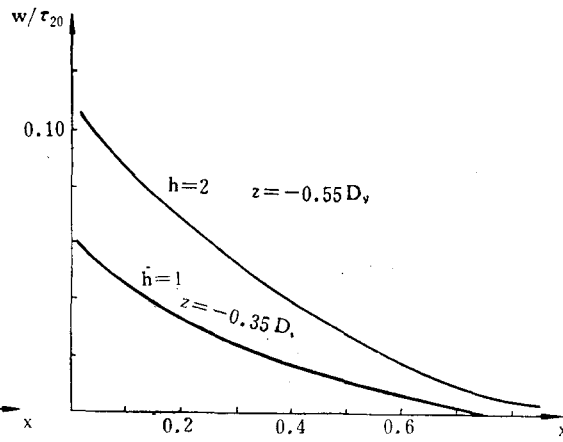


图 15 沿岸风作用下上升流分布

附录 I

设偶函数  $\bar{Q}(\xi)$  为实轴上没有奇点的复平面上的半纯函数。如果可以找到一族大圆  $\Omega_{\rho_n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) (当  $n \rightarrow \infty$  时, 大圆半径  $\rho_n \rightarrow \infty$ ), 函数  $\bar{Q}(\xi)/\xi^{2N}$  在大圆  $\Omega_{\rho_n}$  上可积且有界, 其界限当  $n \rightarrow \infty$  时趋于零。设函数  $\bar{Q}(\xi)$  在  $\xi = 0$  处的幂级数展开式的前  $N$  项和记作  $\bar{Q}_{N-1} = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n \xi^{2n}$ , 则  $\xi = 0$  为函数  $\bar{Q}(\xi) - \bar{Q}_{N-1}$  的  $2N$  重零点, 并且函数  $(\bar{Q}(\xi) - \bar{Q}_{N-1})/\xi^{2N}$  保持函数  $\bar{Q}(\xi)$  的奇异性质。据约当引理<sup>[3]</sup>及偶函数的 Fourier 变换仍为偶函数的性质<sup>[4]</sup>可以得到:

$$\begin{aligned} F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi)}{(i\xi)^{2N}}\right\} &= F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi) - \bar{Q}_{N-1}}{(i\xi)^{2N}}\right\} + F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}_{N-1}}{(i\xi)^{2N}}\right\} \\ &= i \left[ \sum_{I_m \xi > 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}(\xi) - \bar{Q}_{N-1}}{(i\xi)^{2N}} e^{i\xi * H(x)} - \sum_{I_m \xi < 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}(\xi) - \bar{Q}_{N-1}}{(i\xi)^{2N}} e^{i\xi * H(-x)} \right] \\ &\quad + F^{-1}\left\{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{\alpha_n \xi^{2n}}{i^{2N} \xi^{2(N-n)}}\right\} \\ &= \sum_1^{\infty} \frac{A_m}{(i\xi_m)^{2N}} e^{i\xi_m |x|} + \sum_1^N b_n x^{2n-1} \operatorname{sgn} x^{[5]} \end{aligned}$$

这里  $A_m = i \operatorname{res}_{\xi_m} \bar{Q}(\xi)$ ,  $\xi_m$  为  $\bar{Q}(\xi)$  在上半复平面上的奇点,  $b_n$  为某确定的复常数。

于是

$$\begin{aligned} Q(x) &= F^{-1}\{\bar{Q}(\xi)\} = F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi)}{(i\xi)^{2N}} (i\xi)^{2N}\right\} = F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi)}{(i\xi)^{2N}}\right\} * F^{-1}\{(i\xi)^{2N}\} \\ &= F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi)}{(i\xi)^{2N}}\right\} * \delta^{(2N)}(x) = \frac{d^{2N}}{dx^{2N}} \left[ F^{-1}\left\{\frac{\bar{Q}(\xi)}{(i\xi)^{2N}}\right\} \right] \end{aligned}$$

因

$$\frac{d^2}{dx^2} e^{i\xi|x|} = \frac{d}{dx} (i\xi e^{i\xi|x|} \operatorname{sgn} x) = (i\xi)^2 e^{i\xi|x|} + 2i\xi \delta(x)$$

则

$$\frac{d^{2N}}{dx^{2N}} e^{i\xi|x|} = (i\xi)^{2N} e^{i\xi|x|} + \sum_{n=0}^{N-1} C_n \delta^{(2n)}(x)$$

而

$$\frac{d^{2N}}{dx^{2N}} \sum_1^N b_n x^{2n-1} \operatorname{sgn} x = \sum_0^{N-1} d_n \delta^{(2n)}(x)$$

所以

$$Q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{i\xi_m |x|} + \sum_{n=0}^{N-1} a_{2n} \delta^{(2n)}(x)$$

若  $\bar{Q}(\xi)$  为  $\xi$  的奇函数, 对函数  $\bar{Q}(\xi)/\xi^{2N+1}$  做类似处理, 可以得到

$$Q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{i\xi_m |x|} \operatorname{sgn} x + \sum_{n=0}^{N+1} a_{2n+1} \delta^{(2n+1)}(x)$$

所以对半纯函数  $\bar{Q}(\xi)$ , 一般总有

$$Q(x) = F^{-1}\{\bar{Q}(\xi)\} = \bar{Q}(x) + Q_0$$

$\bar{Q}(x)$  为正则部分, 而奇异部分  $Q_0 = \sum_0^N a_n \delta^{(n)}(x)$ 。利用关系

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{(-1)^n}{n!} x^n \delta^{(n)}(x) dx = \begin{cases} 1 & \text{当 } n = m \\ 0 & \text{当 } n \neq m \end{cases}$$

可以定出

$$a_n = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{(-1)^n}{n!} x^n Q(x) dx$$

即

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Q} d\xi \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{(-1)^n}{n!} x^n e^{i\xi x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Q} \frac{e^{i\xi\varepsilon} - e^{-i\xi\varepsilon}}{(i\xi)^{n+1}} d\xi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{i\xi\varepsilon} d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_{\infty}^{-\infty} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{-i\xi\varepsilon} d\xi \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_{S_1} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{i\xi\varepsilon} d\xi + \frac{1}{2\pi} \oint_{S_2} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{-i\xi\varepsilon} d\xi \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{i\xi\varepsilon} d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_2} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{i\xi\varepsilon} d\xi \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1'} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{i\xi\varepsilon} d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_2'} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} e^{-i\xi\varepsilon} d\xi \end{aligned}$$

其中  $S_1 = (-\infty, \infty) + \omega_1 + \omega_1'$ ,  $S_2 = (\infty, -\infty) + \omega_2 + \omega_2'$  ( $n \rightarrow \infty$ ) (见图 16)

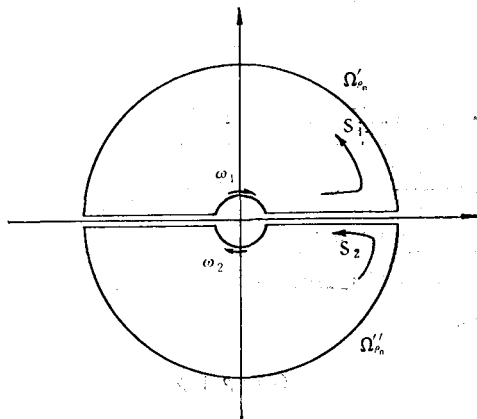


图 16 积分回路的选择



因

$$\int_{a'} \rightarrow 0 \quad \int_{a''} \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty)$$

故

$$a_n = i \left[ \sum_{i_m \xi > 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} + \sum_{i_m \xi < 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} + \operatorname{res}_{\xi=0} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} \right] = i \sum_{|\xi| < \infty} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}}$$

特别当  $\bar{Q}(\xi)$  为  $\xi$  的偶函数时

$$\begin{aligned} \bar{Q}(x) &= \sum A_m e^{i\xi_m |x|} \\ i \sum_{i_m \xi > 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} &= i \sum_{\xi_m} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} = \sum \frac{A_m}{(i\xi_m)^{n+1}}, \quad (\operatorname{res} \bar{Q} = A_m) \\ i \sum_{i_m \xi < 0} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} &= i \sum_{\xi = -\xi_m} \operatorname{res} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} = \sum \frac{(-1)^n A_m}{(i\xi_m)^{n+1}}, \quad (\operatorname{res} \bar{Q} = -A_m) \end{aligned}$$

设  $\bar{Q}(\xi)$  在  $\xi = 0$  附近的级数展开式为

$$\bar{Q}(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \xi^n,$$

则

$$i \operatorname{res}_{\xi=0} \frac{\bar{Q}}{(i\xi)^{n+1}} = \frac{\alpha_n}{i^n}$$

所以对偶函数  $\bar{Q}(\xi)$

$$a_{2n} = \sum \frac{2A_m}{(i\xi_m)^{2n+1}} + (-1)^n \alpha_{2n}, \quad a_{2n+1} = 0$$

特别

$$a_0 = \sum \frac{2A_m}{i\xi_m} + \alpha_0$$

这样我们就得到

$$Q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{i\xi_m |x|} + \left( \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} + \alpha_0 \right) \delta(x) + \sum_{n=1}^{N-1} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_m}{(i\xi_m)^{2n+1}} + (-1)^n \alpha_{2n} \right] \delta^{(2n)}(x)$$

下面顺便给出几个文中用到的运算式:

$$\operatorname{sgn} x * e^{i\xi_m |x|} = \frac{2}{i\xi_m} (e^{i\xi_m |x|} - 1) \operatorname{sgn} x$$

$$\operatorname{sgn} x * \left[ \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{i\xi_m |x|} + \left( \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} + \alpha_0 \right) \delta(x) \right] = \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_m}{i\xi_m} e^{i\xi_m |x|} + \alpha_0 \right] \operatorname{sgn} x$$

## 附 录 II

欲求函数  $\bar{R}_1 = \frac{q + q^*}{p + p^*}$ ,  $\bar{R}_2 = \frac{q - q^*}{p + p^*}$ ,  $\bar{R}_3 = \frac{p - p^*}{p + p^*}$  的 Fourier 反演。其中

$$p = \frac{1}{v^2} \left( 1 - \frac{tg \nu h}{\nu h} \right), \quad q = \frac{1}{v^2 h} \left( 1 - \frac{1}{\cos \nu h} \right), \quad v^2 = -(\xi^2 + if_0)$$

均为  $\xi$  的偶函数。这里的共轭运算是当  $\xi$  在实轴上变化时取的, 即

$$p^* = p|_{v^2 = -(\xi^2 - if_0)} \quad q^* = q|_{v^2 = -(\xi^2 - if_0)}$$

所以  $p^*$ ,  $q^*$  仍保持其解析性。

记

$$\mathcal{D} = p + p^*$$

因

$$F^{-1}\{p\} = i \sum_{i_m \xi > 0} \operatorname{res} p e^{i\xi |x|} = \sum \frac{e^{i\xi_m |x|}}{i\xi_m \lambda_m^2}, \quad \lambda_m = \frac{2m-1}{2} \pi$$

$$[F^{-1}\{p\}]^* = \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p \cos \xi x d\xi \right]^* = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p^* e^{i\xi x} d\xi = F^{-1}\{p^*\}$$

故

$$\begin{aligned} F^{-1}\{\varnothing\} &= F^{-1}\{p\} + F^{-1}\{p^*\} = F^{-1}\{p\} + [F^{-1}\{p\}]^* = 2\operatorname{Re}F^{-1}\{p\} \\ &= \operatorname{Re} \Sigma \frac{2}{i\xi_m \lambda_m^2} e^{i\xi_m |x|} \end{aligned}$$

由

$$\frac{1}{\varnothing} \cdot \varnothing = 1$$

得

$$F^{-1}\left\{\frac{1}{\varnothing}\right\} * F^{-1}\{\varnothing\} = \delta(x)$$

由附录 I 知

$$F^{-1}\left\{\frac{1}{\varnothing}\right\} = \mathcal{B}(x) + a\delta(x) + b\delta^{(2)}(x),$$

$\mathcal{B}(x)$  为正则部分。则

$$\delta(x) = [\mathcal{B}(x) + a\delta(x)] * F^{-1}\{\varnothing\} + b[F^{-1}\{\varnothing\}]''$$

右端第一项为正则(非奇异的), 第二项为奇异的, 因为

$$[e^{i\xi|x|}]'' = 2i\xi\delta(x) + \text{正则}$$

而有

$$[F^{-1}\{\varnothing\}]'' = R_e \Sigma \frac{2}{i\xi_m \lambda_m^2} \cdot 2i\xi_m \delta(x) + \text{正则} = R_e \Sigma \frac{4}{\lambda_m^2} \delta(x) + \text{正则} = 2\delta(x) + \text{正则}$$

两端奇异部分相等就得到

$$b = 1/2.$$

记

$$\varnothing = q + q^*$$

则

$$F^{-1}\{q\} = i \Sigma \operatorname{res} q e^{i\xi|x|} = \Sigma \frac{(-1)^{m-1}}{i\xi_m \lambda_m h} e^{i\xi_m |x|}$$

$$F^{-1}\{\varnothing\} = \operatorname{Re} \frac{2(-1)^{m-1}}{i\xi_m \lambda_m h} e^{i\xi_m |x|}$$

$$\begin{aligned} F^{-1}\{\bar{R}_1\} &= F^{-1}\left\{\frac{\varnothing}{\varnothing}\right\} = F^{-1}\left\{\frac{1}{\varnothing}\right\} * F^{-1}\{\varnothing\} = [\mathcal{B}(x) + a\delta(x) + 1/2\delta^{(2)}(x)] * F^{-1}\{\varnothing\} \\ &= [\mathcal{B}(x) + a\delta(x)] * F^{-1}\{\varnothing\} + 1/2[F^{-1}\{\varnothing\}]'' \end{aligned}$$

由于奇异部分

$$[F^{-1}\{\varnothing\}]'' = \frac{4}{h} \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{\lambda_m} \delta(x) = \frac{2}{h} \delta(x)$$

则

$$R_1 = \Sigma B_m e^{i\xi_m |x|} + \frac{1}{h} \delta(x)$$

同样若令  $\mathcal{L} = q - q^*$

则

$$F^{-1}\{\mathcal{L}\} = 2iI_m F^{-1}\{q\} = 2iI_m \Sigma \frac{(-1)^{m-1}}{i\xi_m \lambda_m h} e^{i\xi_m |x|}$$

奇异部分

$$[F^{-1}\{\mathcal{L}\}]'' = 2iI_m \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{i\xi_m \lambda_m h} \cdot 2i\xi_m \delta(x) = 0$$

重复上面的步骤,可得到

$$R_2 = \Sigma C_m e^{i\gamma_m |x|} \quad \Sigma \frac{2C_m}{i\gamma_m} + r_0 = 0 \quad r_0 = \bar{R}_2 |_{\xi=0}$$

同样可以得到

$$R_3 = \Sigma E_m e^{i\gamma_m |x|} \quad \Sigma \frac{2E_m}{i\gamma_m} + \delta_0 = 0 \quad \delta_0 = \bar{R}_3 |_{\xi=0}$$

### 参 考 文 献

- [1] 李心铭、汪景镛, 1965。位势理论和象方法在风海流和升降流研究中的应用。海洋与湖沼 7(2):94—112。
- [2] 莱特希尔, M. J., 1958。富里叶分析与广义函数引论。科学出版社。27 页。
- [3] 蔡志, G., 1958。拉普拉斯变换的理论和应用导论。科学出版社。152 页。
- [4] Garvine, R. W., 1971. A simple model of coastal upwelling dynamics. *J. Phys. Oceanogr.* 1(3): 169—179.
- [5] Gel'fand, I. M. and G. E. Shilov, 1964. Generalized Functions. Fourier transform table 1.
- [6] Hidaka, K., 1954. A contribution to the theory of upwelling and coastal currents. *Trans. Amer. Geophys. Union* 35(3): 431—444.
- [7] O'Brien, J. J., 1975. Models of coastal upwelling. p. 206. (Numerical Models of Ocean Circulation).

## STEADY WIND-DRIVEN CURRENT IN A COASTAL SEA WITH FINITE DEPTH\*

Zhang Qinghua

(Institute of Oceanology, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In this article, a steady wind-driven current in a coastal sea with constant depth and a straight bound is studied.

It is assumed that the variation of velocity along sea coast was neglected, but the sea surface slope (or the pressure gradient) in the same direction remained. In order to get a solution for the problem an odd function type continuation was made, then the problem was changed into one in which the  $x$ -direction of the dimension was infinite. The solution of the problem was obtained by Fourier transform. Since the sea surface slope could satisfy a simple algebraic equation in the image space, the problem was, therefore, reduced to getting the inverse Fourier transform for a few functions. By generalizing function concept and techniques, the expression of the sea surface slope (eq. 23, 24) and that of the current velocity (eq. 32) were obtained. Furthermore, numerical computation for  $h = 1, 2$  was carried out (where  $h$  is the sea depth measured by Ekman friction depth  $D_*$ ) and many kinds of charts were drawn. Among them are streamline charts on  $(x, z)$  plane under the longshore or offshore wind conditions (Fig. 2—5), distribution charts of the longshore current (Fig. 6—9), vertical structure charts of the horizontal current at different distances from the

\* Contribution No. 609 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.

coast (Fig. 10—13) and the distribution charts of upwelling (Fig. 14, 15).

The solutions mentioned above demonstrate that, when the wind is offshore, the upwelling is concentrated in a narrow area 0.4 times  $D_h$  ( $D_h$ , the horizontal friction width); the average velocity of it is 1.00 m/day when  $h = 1$ , 1.44 m/day when  $h = 2$ . When the wind is longshore, the upwelling is concentrated in an area 0.6 times  $D_h$ , the average velocity within  $0.4D_h$  area is 1.08 m/day when  $h=1$ , 2.55 m/day when  $h=2$ . At deeper depth of the sea, upwelling was closer to the coast and narrower. Upwelling was stronger when the wind was longshore. The surface slope in x-direction (i.e. direction of offshore) was not the same under different wind conditions:  $\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\tau_{1,0}}{h} e^{-\alpha x}$

where  $-\alpha = i\eta_1$  (see eq. 23) when a uniform wind was blowing offshore;  $\frac{\partial \zeta}{\partial x} \ll \frac{\tau}{h}$

i.e. the surface slope was negligible when the wind was longshore. But at the same time it was necessary to keep a constant longshore surface slope. In order to balance the transverse (offshore) mass transport by Ekman drift current a constant longshore surface slope is required. The expression of this slope is  $\frac{\mu}{h} \tau_{2,0}$  the order of magnitude of which is  $10^{-7}$  (i.e. 1 m/10000 km), where  $\mu$  was defined by eq. (22). In fact  $\mu \doteq 1$  when  $h > 2$ , it has just the same result as Garvine (1971) obtained for deep sea ( $h \gg 1$ ). Thus it may be stated that this work was a step forward from those of Hidaka (1954) and Garvine (1971).