

## 海山磁异常的模型计算\*

吴·铭·先

(山东海洋学院)

海洋磁异常的解释已经对海洋地质学和海洋古地磁学的发展起了相当大的推动作用。已有多种方法可用于海洋磁异常的解释。在这些方法中将观测到的磁场同模型计算后所得到的磁场相对比是一种传统的异常解释方法<sup>[3-7]</sup>。不过在此种方法中的模型计算多半都具有不同程度的假设前提<sup>[6]</sup>，因而使其只具有一定的适应性。本文给出一种并无特殊假设前提，考虑到三度异常，也易于实现程序化的海山磁异常模型计算及求取磁性参数的方法。

### 一、基本理论

均匀磁化物体的磁位表达式为：

$$U = \iint_s \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{n}}{\rho} ds,$$

式中  $\rho$  是元体积至考察点的距离， $\mathbf{I}$  是磁性体的磁化强度矢量， $\mathbf{n}$  是磁性体表面的外法线方向上的单位矢量。

显然在 X 方向上的磁场强度  $H_x$  为<sup>[2]1)</sup>：

$$\begin{aligned} H_x &= - \frac{\partial U}{\partial x} \\ &= - \frac{\partial}{\partial x} \iint_s \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{n}}{\rho} \cdot ds \\ &= - \frac{\partial}{\partial x} \iint_s \frac{I_n}{\rho} ds \\ &= - \iint_s \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{I_n}{\rho} \right) ds \\ &= \iint_s \frac{I_n}{\rho^2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot ds \\ &= \iint_s \frac{I_n}{\rho^2} \cdot \cos \alpha \cdot ds; \end{aligned}$$

式中  $I_n$  为磁化强度矢量  $\mathbf{I}$  在磁性体表面外法线方向  $\mathbf{n}$  上的投影。  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$  为  $\rho$  与 X 轴之间

\* Dalhousie 大学 Patrick J. C. Ryall 教授曾审阅本文的英文稿并提出宝贵意见，深致谢意。

收稿日期：1982年4月9日。

1) 山东海洋学院地质系，1977。海洋磁测(下册)。1--20页。

夹角的余弦,以  $\cos \alpha$  表示。 $\alpha$  即是  $\rho$  与 X 轴之间的夹角。设  $\beta$  和  $\gamma$  分别表示  $\rho$  和坐标轴 Y, Z 之间的夹角,则同样可以写出磁场强度在 Y, Z 方向上的分量  $H_Y$  和  $H_Z$ :

$$\begin{aligned} H_Y &= \iint_s \frac{I_n}{\rho^2} \cdot \cos \beta \cdot ds; \\ H_Z &= Z = \iint_s \frac{I_n}{\rho^2} \cdot \cos \gamma \cdot ds. \end{aligned} \quad (1)$$

上述公式表明,若磁性体的  $I_n$  及其形状已知后,便可求出其磁场。

在地磁场中,总磁场  $T$  与地磁场  $T_0$  的模量差  $\Delta T$  在磁异常  $T_a$  相对地磁场值较小时,可写成磁异常矢量  $T_a$  在地磁场  $T_0$  方向上的投影值<sup>[2]1)</sup>:

$$\Delta T = T_a \cdot \cos \beta, \quad (2)$$

式中  $\beta$  为  $T_a$  与  $T_0$  之间的夹角。

由于  $T_a$  是一位场,所以由公式 (2) 知  $\Delta T$  同样也是一位场,因而以下关系式成立:

$$\begin{aligned} \Delta T &= - \frac{\partial U}{\partial t_0} \\ &= - \left( \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t_0} + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t_0} + \frac{\partial U}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t_0} \right) \\ &= H_X \cdot \cos(x \cdot T_0) + H_Y \cdot \cos(y \cdot T_0) + Z \cos(z \cdot T_0). \end{aligned} \quad (3)$$

## 二、计算公式

如果我们假设坐标系的 X 轴与磁北的任意夹角为  $\theta$ , 地磁倾角为  $i$ , (3) 式可写成:

$$\Delta T = H_X \cos \theta \cdot \cos i + H_Y \cdot \sin \theta \cdot \cos i + Z \cdot \sin i \quad (4)$$

现在让我们来讨论一磁性海山在观测面上所产生的磁场。对于一元磁体的磁场 (如图 1), 元体积的三个法线方向和坐标轴方向一致的面在  $(x, y, 0)$  处产生的磁场由 (1) 式近似地表示为:

$$\begin{aligned} H_{\alpha x} &= \frac{A \cdot ht}{\rho_{\alpha}^3} (\bar{\alpha}h - x), & H_{\alpha y} &= \frac{B \cdot ht}{\rho_{\alpha}^3} (\beta h - y), & Z_{\alpha} &= \frac{C \cdot ht}{\rho_{\alpha}^3} \cdot \bar{\gamma}t; \\ H_{\beta x} &= \frac{A \cdot ht}{\rho_{\beta}^3} (\alpha h - x), & H_{\beta y} &= \frac{B \cdot ht}{\rho_{\beta}^3} (\bar{\beta}h - y), & Z_{\beta} &= \frac{C \cdot ht}{\rho_{\beta}^3} \bar{\gamma}t; \\ H_{\gamma x} &= \frac{A \cdot h^2}{\rho_{\gamma}^3} (\alpha h - x), & H_{\gamma y} &= \frac{B \cdot h^2}{\rho_{\gamma}^3} (\beta h - y), & Z_{\gamma} &= \frac{C \cdot h^2}{\rho_{\gamma}^3} \gamma t. \end{aligned}$$

式中  $\alpha, \beta, \gamma$  是所选取的元磁体下表面中心点的坐标。 $A, B, C$  分别表示磁化强度在各坐标轴方向上的分量。 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  及  $\rho_{\alpha}, \rho_{\beta}, \rho_{\gamma}$  分别由以下关系式确定:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha} &= [(\bar{\alpha}h - x)^2 + (\beta h - y)^2 + (\bar{\gamma}t)^2]^{1/2}; \\ \rho_{\beta} &= [(\alpha h - x)^2 + (\bar{\beta}h - y)^2 + (\bar{\gamma}t)^2]^{1/2}; \\ \rho_{\gamma} &= [(\alpha h - x)^2 + (\beta h - y)^2 + (\gamma t)^2]^{1/2}; \end{aligned}$$

1) 山东海洋学院地质系, 1977。海洋磁测(下册)。1--20 页。

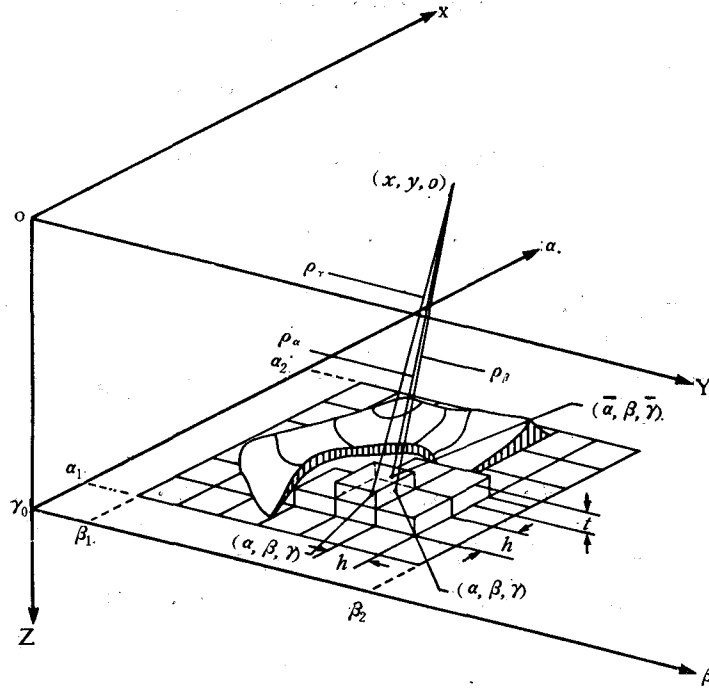


图 1

[注: 图中正视右方  $(\alpha, \beta, \gamma)$  应为  $(\alpha, \bar{\beta}, \bar{\gamma})$ ]

$$\bar{\alpha} = \alpha + \frac{1}{2}, \quad \bar{\beta} = \beta + \frac{1}{2}, \quad \bar{\gamma} = \gamma - \frac{1}{2}。$$

元体积的三个法线方向和坐标轴方向相反的面所产生的磁场表达式为:

$$\begin{aligned} H_{\alpha X} &= -\frac{A \cdot ht}{\rho_{\alpha'}^3} (\alpha' h - x), & H_{\alpha Y} &= -\frac{B \cdot ht}{\rho_{\alpha'}^3} (\beta h - y), & Z_{\alpha} &= -\frac{C \cdot ht}{\rho_{\alpha'}^3} \bar{\gamma} t; \\ H_{\beta X} &= -\frac{A \cdot ht}{\rho_{\beta'}^3} (\alpha h - x), & H_{\beta Y} &= -\frac{B \cdot ht}{\rho_{\beta'}^3} (\beta' h - y), & Z_{\beta} &= -\frac{C \cdot ht}{\rho_{\beta'}^3} \bar{\gamma} t; \\ H_{\gamma X} &= -\frac{A \cdot h^2}{\rho_{\gamma'}^3} (\alpha h - x), & H_{\gamma Y} &= -\frac{B \cdot h^2}{\rho_{\gamma'}^3} (\beta h - y), & Z_{\gamma} &= -\frac{C \cdot h^2}{\rho_{\gamma'}^3} (\gamma t - t)。 \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha'} &= [(\alpha' h - x)^2 + (\beta h - y)^2 + (\bar{\gamma} t)^2]^{1/2}; \\ \rho_{\beta'} &= [(\alpha h - x)^2 + (\beta' h - y)^2 + (\bar{\gamma} t)^2]^{1/2}; \\ \rho_{\gamma'} &= [(\alpha h - x)^2 + (\beta h - y)^2 + (\gamma' t)^2]^{1/2}; \\ \alpha' &= \alpha - \frac{1}{2}, \quad \beta' = \beta - \frac{1}{2}, \quad \gamma' = \gamma - 1。 \end{aligned}$$

这样元体积的任意一个面, 例如距离为  $\rho_{\alpha}$  的这个面, 在  $(x, y, 0)$  处的磁场为:

$$\begin{aligned} \Delta T &= A \cdot \frac{ht}{\rho_{\alpha}^3} [(\bar{\alpha} h - x) \cdot \cos \theta \cdot \cos i] + B \cdot \frac{ht}{\rho_{\alpha}^3} [(\beta h - y) \sin \theta \cdot \cos i] \\ &+ C \cdot \frac{ht}{\rho_{\alpha}^3} (\bar{\gamma} t) \cdot \sin i \end{aligned}$$

$$= A \cdot F_X + B \cdot F_Y + C \cdot F_{Z_0} \quad (5)$$

式中:

$$F_X = \frac{ht}{\rho_a^3} (\bar{\alpha}h - x) \cdot \cos\theta \cdot \cos i;$$

$$F_Y = \frac{ht}{\rho_a^3} (\beta h - y) \cdot \sin\theta \cdot \cos i;$$

$$F_Z = \frac{ht}{\rho_a^3} \cdot (\bar{\gamma}t) \cdot \sin i_0$$

因而海山在  $(x, y, 0)$  处的磁场就应该是组成海山的所有元体积的表面在  $(x, y, 0)$  处的磁场之和, 由于我们考虑的是均匀磁化, 所以在实际计算时, 只需计算这些元体积最终所具有的外表面的磁效应即可。若所有元体积的最终外表面有  $m$  个, 则在  $(x, y, 0)$  处的磁场为:

$$\Delta T_{(x,y,0)} = A \cdot \sum_{i=1}^m F_{Xi} + B \cdot \sum_{i=1}^m F_{Yi} + C \cdot \sum_{i=1}^m F_{Zi}$$

若考虑到海上是由不同磁性的部分所组成的话, 计算时也可分别考虑它们的磁性参数。若不同磁性的组成部分的外表面个数分别为  $m_1, m_2, \dots$ , 这样海山在  $(x, y, 0)$  处的磁场为:

$$\begin{aligned} \Delta T_{(x,y,0)} = & A_1 \cdot \sum_{i=1}^{m_1} F_{Xi} + B_1 \cdot \sum_{i=1}^{m_1} F_{Yi} + C_1 \cdot \sum_{i=1}^{m_1} F_{Zi} + A_2 \cdot \sum_{j=1}^{m_2} F_{Xj} \\ & + B_2 \cdot \sum_{j=1}^{m_2} F_{Yj} + C_2 \cdot \sum_{j=1}^{m_2} F_{Zj} + \dots \end{aligned}$$

式中  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, \dots$  分别为海山不同磁性部分的磁性参数。

据上述方程, 已知海山的磁性参数和深度就可模拟计算海山的理论磁场。

反之, 如果观测场已知, 并知水深资料, 则可根据观测场和以上公式求得海山的磁性参数。为简便起见, 设海山仅有磁性不同的两部分组成。则有:

$$\begin{aligned} \Delta T_{(x,y,0)} = & \sum_{i=1}^{m_1} (A_1 F_{Xi} + B_1 F_{Yi} + C_1 F_{Zi}) \\ & + \sum_{j=1}^{m_2} (A_2 F_{Xj} + B_2 F_{Yj} + C_2 F_{Zj}) + R(x, y, 0) \end{aligned}$$

式中  $\Delta T_{(x,y,0)}$  为观测到的场,  $R(x, y, 0)$  是观测场与理论场之差,  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$  为待定的磁场参数。

为了求取磁性参数, 令

$$\begin{aligned} & \left[ \Delta T_{(x,y,0)} - \sum_{i=1}^{m_1} (A_1 F_{Xi} + B_1 F_{Yi} + C_1 F_{Zi}) - \sum_{j=1}^{m_2} (A_2 F_{Xj} + B_2 F_{Yj} + C_2 F_{Zj}) \right]^2 \\ & = R^2(x, y, 0) \\ & = \text{Min} \end{aligned}$$

由上式对待定系数求导数并令其等于零, 则有:

$$\Delta T_{(x,y,0)} - \sum_{i=1}^{m_1} (A_1 F_{Xi} + B_1 F_{Yi} + C_1 F_{Zi}) - \sum_{j=1}^{m_2} (A_2 F_{Xj} + B_2 F_{Yj} + C_2 F_{Zj}) = 0$$

由于有多组方程故可解出  $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ 。

磁化强度的各分量求得后,磁化强度  $I$  为:

$$I = (A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}$$

在我们所选取的坐标系里,磁化强度矢量的倾角  $i_m$  和偏角  $D_m$  分别为:

$$i_m = \tan^{-1} \left[ \frac{C}{(A^2 + B^2)^{1/2}} \right];$$

$$D_m = \tan^{-1} \left( \frac{B}{A} \right)。$$

由于坐标轴  $X$  与磁北的夹角为  $\theta$ , 所以磁化强度的实际偏角为  $D_m \pm \theta$ 。通常以东偏为正。倾角以指向水平面以下为正。

如果有岩石标本,并知其磁化率  $\kappa$ , 则可求出剩余磁化强度的量值, 倾角和偏角。

$$J_{rx} = A - \kappa T \cdot \cos \theta \cdot \cos i;$$

$$J_{ry} = B - \kappa T \cdot \sin \theta \cdot \cos i;$$

$$J_{rz} = C - \kappa T \sin i。$$

$T$  为区域地磁场强度。同样有

$$J_r = (J_{rx}^2 + J_{ry}^2 + J_{rz}^2)^{1/2};$$

$$i_r = \tan^{-1} \left[ \frac{J_{rz}}{(J_{rx}^2 + J_{ry}^2)^{1/2}} \right];$$

$$D_r = \tan^{-1} \left( \frac{J_{ry}}{J_{rx}} \right) \pm \theta。$$

### 三、计算方法

在实际计算时,根据海山的型态及磁场梯度等,选取适当的格网间距,在磁场等值线图 上划出格网,确定各结点上的坐标,并用内插法求出各结点上的磁场数值。然后将海山以适当的比例尺划分为方形元体,确定所有磁性元体外表面中心点的坐标值,根据上述数值即可进行计算。在划分磁性元体时,通常将海山底部视为平面。一般说来,理论计算的曲线或磁场图与实测的异常曲线或异常图在型态上的差别主要取决于模型对实际情况的模拟程度。而理论曲线或磁场图与实测曲线或异常图在幅度上的差别主要取决于磁性参数的数值。

### 参 考 文 献

- [1] 重磁资料数据处理问题编写组, 1977. 重磁资料数据处理问题. 地质出版社, 39—40页。
- [2] 黄树棠、顾学新, 1964. 地球物理与地球化学探矿研究报告文集(第二集). 中国工业出版社, 1—5页。
- [3] Macdonald, K. C. and S. P. Miller, 1968. Three dimension modelling of a magnetic reversal boundary from inversion of deep-tow measurement. *Jour. Geophys. Res.* **85**: 3670—3680.
- [4] Parker, R. L., 1973. The rapid calculation of potential anomalies. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* **31**: 447—455.
- [5] Parker, R. L. and S. P. Huestis, 1974. The inversion of magnetic anomalies in the presence of topography. *Jour. Geophys. Res.* **79**: 1587—1593.
- [6] Richard, M. L., V. Vacquier, and G. D. Van Voorhis, 1967. Calculation of magnetization of uplifts from combining topographic and magnetic survey. *Geophys.* **32**: 678—701.
- [7] Taiwani, M., 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies

caused by bodies of arbitrary shape. *ibid.* **30**: 797—817.

[8] Vaequier, V. 1972. *Geomagnetism in Marine Geology*. pp. 163—168.

## MODELLING CALCULATION OF SEAMOUNT ANOMALIES

Wu Mingxian

(*Shandong College of Oceanology*)

### ABSTRACT

A modelling calculation method of seamount anomalies is set up. The advantages of this method are 1) it does not have any special prerequisite, 2) applicable to three dimension anomalies and 3) easiness of programming. The theoretical values of seamount anomalies can be calculated with this method if depth data and some magnetization parameters are known. By means of contrasting the theoretical values with the observed ones, the sources of magnetic field can be interpreted. Furthermore the magnetization of seamount, declination and dip angle can also be calculated if anomalies and depth data are available. Again remanent magnetization of seamount, declination and dip angle can be calculated with the method we have established if susceptibility of seamount is known.