

## 长江冲淡水转向研究\*

崔茂常

(中国科学院海洋研究所)

长江为东亚第一大河,其入海年径流量为九千多亿立方米,约占我国主要入海河流径流量总和的80%以上。从长江冲淡水7月份表层盐度分布图上可以看出,长江冲淡水以舌状指向东北。这一特点不仅在夏季甚为明显,即使在冬季也是有迹可循的<sup>[1]</sup>。

长江冲淡水向左转向一直是人们试图阐明的一个重要理论问题。管秉贤曾提出射形流的概念,指出长江冲淡水具有射形流的性质而非密度流<sup>[2]</sup>。毛汉礼等根据绝对涡度守恒推知长江冲淡水必然产生连续转向<sup>[3]</sup>。此后,有人根据长江冲淡水与台湾暖流的相对位置,提出了台湾暖流对长江冲淡水的“顶托”一说<sup>[4]</sup>。但是袁耀初等根据数值模拟的结果认为“顶托”作用有限,而主要是由于斜压场、夏季偏南风场与地形变化相互作用的结果,而台湾暖流的影响,似乎主要是通过对斜压场大小的改变起作用的<sup>[4]</sup>。最近,乐肯堂认为:流量与底形下倾是冲淡水向左转向的主要原因,利用可变深度的正压浅水射形流的路径方程得到了一些结果<sup>[2]</sup>。

本文在定性分析长江冲淡水转向机制的基础上,提出一个简化的物理模型,然后运用流体力学的方法导出主轴流线所满足的微分方程并解出这一曲线,从而证明冲淡水向左转向主要是由于底部地形下倾与横向压力梯度“滞后”相互作用的结果。

### 一、转向的物理机制

考虑平直河道中自西向东的均匀流动(观测资料表明,长江口内的流动大体上是均匀的),柯氏力的作用必然引起一个指向南岸的质量输运,从而形成南高北低的横向坡度,它反过来又产生一个指向北岸的压力梯度。在直线流动的情况下,两者处于平衡状态。这一横向坡度通常很小。当流速为50cm/s时,横向坡度为 $3.89 \times 10^{-6}$ ,即1km升高不到4mm。

江水入海后,由于激烈的侧向湍流交换作用主轴流线两侧的流速逐渐减慢,同时横向坡度渐趋平缓。如Rossby所指出的,一般说来柯氏压力梯度总是与横向压力梯度大致相当<sup>[5]</sup>。但当底部下倾时,情况就有所不同了,由于深度增加流速减慢,柯氏力随之减小,而

\* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第975号。本文是在两位导师毛汉礼、袁业立的指导下完成的。在撰写过程中,曾得到方国洪与冯士筭副教授的热情鼓励和帮助,承刘凤树副教授与张庆华同志提出宝贵意见,并与尤芳湖副教授及乐肯堂同志进行过有益的讨论。文中图片由杜涓山同志清绘。笔者在此一并表示深切的谢意。

1) 浦永修, 1980。长江径流入海后的去向。

2) 王康培, 1977。长江径流对东海水文状况的影响。(油印本)

收稿日期: 1982年12月21日。

横向压力梯度在某一段时间内有可能维持不变, 两者之差就构成了促使冲淡水转向所需要的向心力。

## 二、问题的数学提法

设想深度为  $H$  的冲淡水沿平直河道垂直海岸注入海洋, 海底坡度为常数  $k$ 。选取直角坐标系  $[O-xy]$  与沿主流轴线的自然坐标系  $[O'-x'y']$ , 如图 1 所示。

水深公式为

$$h = H + kx_0 \quad (1)$$

假设在带形区域  $\mathcal{L}$  内流线保持平行  $v' \equiv 0$ , 从而有连续性方程

$$\frac{\partial hu'}{\partial x'} = 0 \text{ 或 } hu' = Hu_0,$$

以(1)式代入得

$$u' = \frac{u_0}{1 + \frac{k}{H}x} \quad (2)$$

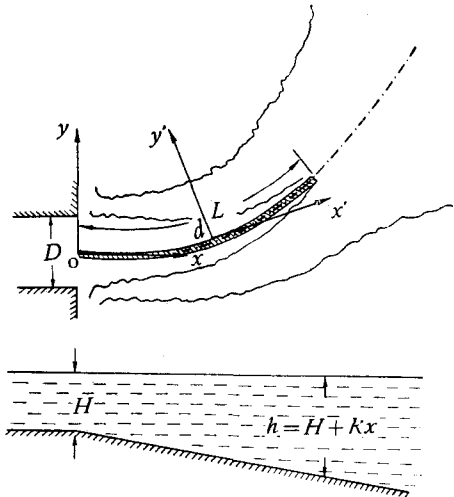


图 1 简化的物理模型和自然坐标系

在自然坐标系下, 定常平均运动方程为

$$\begin{cases} \frac{1}{1 - \kappa y'} u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} - \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} u' v' - f v' \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{1 - \kappa y'} \frac{\partial p}{\partial x'} + A_H \left[ \frac{1}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} + \frac{y'}{(1 - \kappa y')^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x'} \frac{\partial u'}{\partial x'} \right. \\ \left. - \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} \frac{\partial u'}{\partial y'} - \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa y')^2} u' - \frac{1}{(1 - \kappa y')^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x'} v' - \frac{2\kappa}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial v'}{\partial x'} \right] \\ \frac{1}{1 - \kappa y'} u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} u'^2 + f u' \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y'} + A_H \left[ \frac{1}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} + \frac{y'}{(1 - \kappa y')^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x'} \frac{\partial v'}{\partial x'} \right. \\ \left. - \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} \frac{\partial v'}{\partial y'} - \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa y')^2} v' + \frac{1}{(1 - \kappa y')^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x'} u' + \frac{2\kappa}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial u'}{\partial x'} \right], \end{cases}$$

在带形区域  $\mathcal{L}$  内,  $v' \equiv 0$ ,  $|y'| \ll D$ , 由上述方程组中的第一式有

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \kappa y'} u' \frac{\partial u'}{\partial x'} &= -\frac{1}{\rho} \frac{1}{1 - \kappa y'} \frac{\partial p}{\partial x'} + A_H \left[ \frac{1}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} \right. \\ &\left. + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} - \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} \frac{\partial u'}{\partial y'} - \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa y')^2} u' \right]. \end{aligned}$$

据 7 月份的平均观测资料, 冲淡水自长江口流出 30km 后, 方向偏转略大于  $45^\circ$ , 因而有

$$L = 3 \times 10^6 \text{cm},$$

$$\kappa = \frac{d\theta}{dx'} \sim \frac{\pi}{4} / 30 \text{km} = 0.26 \times 10^{-6} \text{cm}^{-1}.$$

侧向湍流粘滞系数的取值范围为  $10^5-10^8\text{cm}^2/\text{s}$ , 在长江口湍流状态十分复杂, 但平均说来可取

$$A_H = 5 \times 10^6 \text{cm}^2/\text{s},$$

其余参数为  $f = 7.62 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ,  $u_0 = 50 \text{cm/s}$ 。于是

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \kappa y'} u' \frac{\partial u'}{\partial x'} &\sim u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \sim 0.83 \times 10^{-3} \\ \frac{A_H}{(1 - \kappa y')^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} &\sim A_H \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} \sim A_H \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \sim 0.28 \times 10^{-4} \\ A_H \frac{\kappa}{1 - \kappa y'} \frac{\partial u'}{\partial y'} &\sim A_H \kappa \frac{\partial u'}{\partial y'} \sim 0.21 \times 10^{-4} \\ A_H \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa y')^2} u' &\sim A_H \kappa^2 u' \sim 0.17 \times 10^{-4}, \end{aligned}$$

由此可见粘性项较惯性项小一量级, 略去粘性项便得

$$\frac{1}{1 - \kappa y'} u' \frac{\partial u'}{\partial x'} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{1 - \kappa y'} \frac{\partial p}{\partial x'} \quad \text{或} \quad u' \frac{\partial u'}{\partial x'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x'},$$

再将上式对  $x'$  从 0 到  $x'$  积分得

$$\frac{1}{2} [u'^2(x', y') + u'^2(0, y')] = -\frac{1}{\rho} [p(x', y') - p(0, y')],$$

并对  $y'$  求导, 令  $y' = 0$ , 注意到在主流流线上  $u'$  取最大值, 从而恒有  $\partial u'/\partial y' = 0$  便得

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y'} \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial y'} = fu_0 \quad (3)$$

完全类似地由上述方程组的第二式可导出

$$u'^2 \frac{d\theta}{dx'} + fu' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y'},$$

将(3)式代入有

$$u'^2 \frac{d\theta}{dx'} = f(u_0 - u') \quad (4)$$

利用曲率在直角坐标系中的表达式及(2)式代入(4)式, 并添加相应的边界条件化为常微分方程问题

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = Ax(1 + Bx), \\ \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \end{cases} \quad (5)$$

$$x = 0 \text{ 时, } y = \frac{dy}{dx} = 0, \quad (6)$$

式中

$$A = fk/Hu_0; \quad B = k/H_0 \quad (7)$$

方程(5)实际上可利用边界条件(6)直接积分两次解出, 但一般说来这类方程应按幂级数解法求解。

### 三、按幂级数解法求解

将(5)式变形得

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = A^2x^2(1+Bx)^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3, \quad (8)$$

设它有形如  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的幂级数解, 由边界条件(6)及方程(8)可见  $a_0 = a_1 = a_2 = 0$ 。

于是

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 &= (6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + 30a_6x^4 + 42a_7x^5 + 56a_8x^6 + 72a_9x^7 + \cdots)^2 \\ &= 36a_3^2x^2 + 144a_3a_4x^3 + (240a_3a_5 + 144a_4^2)x^4 + (360a_3a_6 + 480a_4a_5)x^5 \\ &\quad + (504a_3a_7 + 720a_4a_6 + 400a_5^2)x^6 + (672a_3a_8 + 1008a_4a_7 + 1200a_5a_6)x^7 \\ &\quad + (864a_3a_9 + 1344a_4a_8 + 1680a_5a_7 + 900a_6^2)x^8 + \cdots, \\ \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 &= (3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4 + 6a_6x^5 + \cdots)^2 \\ &= 9a_3^2x^4 + 24a_3a_4x^5 + (30a_3a_5 + 16a_4^2)x^6 + \cdots, \\ \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 &= [1 + 9a_3^2x^4 + 24a_3a_4x^5 + (30a_3a_5 + 16a_4^2)x^6 + \cdots]^3 \\ &= 1 + 27a_3^2x^4 + 72a_3a_4x^5 + (90a_3a_5 + 48a_4^2)x^6 + \cdots, \\ A^2x^2(1 + 2Bx + B^2x^2) \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 &= A^2x^2 + 2A^2Bx^3 + A^2B^2x^4 + 27A^2a_3^2x^6 \\ &\quad + (54A^2Ba_3^2 + 72A^2a_3a_4)x^7 + [27A^2B^2a_3^2 + 144A^2Ba_3a_4 \\ &\quad + 3A^2a_3a_4 + 3A^2(30a_3a_5 + 16a_4^2)]x^8 + \cdots. \end{aligned}$$

代入(8)式并令同次幂项系数相等, 得到关于  $a_n$  的方程组:

$$\begin{aligned} 36a_3^2 &= A^2, \\ 144a_3a_4 &= 2A^2B, \\ 240a_3a_5 + 144a_4^2 &= A^2B^2, \\ 360a_3a_6 + 480a_4a_5 &= 0, \\ 504a_3a_7 + 720a_4a_6 + 400a_5^2 &= 27A^2a_3^2, \\ 672a_3a_8 + 1008a_4a_7 + 1200a_5a_6 &= 54A^2Ba_3^2 + 72A^2a_3a_4 \\ 864a_3a_9 + 1344a_4a_8 + 1680a_5a_7 + 900a_6^2 &= 27A^2B^2a_3^2 + 144A^2Ba_3a_4 + 90A^2a_3a_5 + 48A^2a_4^2, \end{aligned}$$

解之即得:

$$a_3 = \frac{A}{6}, \quad a_4 = \frac{AB}{12}, \quad a_5 = a_6 = 0, \quad a_7 = \frac{A^3}{112}, \quad a_8 = \frac{A^3B}{64}, \quad a_9 = \frac{A^3B^2}{108}$$

$$\therefore y \approx \frac{A}{6}x^3 + \frac{AB}{12}x^4 + \frac{A^3}{112}x^7 + \frac{A^3B}{64}x^8 + \frac{A^3B^2}{108}x^9. \quad (9)$$

用转向流程  $L$  将上式无量纲化, 其变量仍记以  $x, y_0$ 。于是有:

$$y \approx \frac{AL^2}{6} x^3 + \frac{ABL^3}{12} x^4 + \frac{A^3L^6}{112} x^7 + \frac{A^3BL^7}{64} x^8 + \frac{A^3B^2L^8}{108} x^9. \quad (10)$$

按长江口 7 月份的平均观测资料选取有关参数:

$$f = 7.62 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}; H = 10^3 \text{cm}; k = 2.5 \times 10^{-4};$$

$$u_0 = 50 \text{cm/s}; L = 3 \times 10^6 \text{cm}.$$

代入(10)式可绘出相应的主轴流线如图 2。

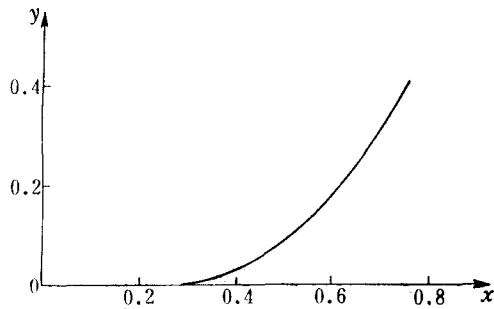


图 2 求得的主轴流线

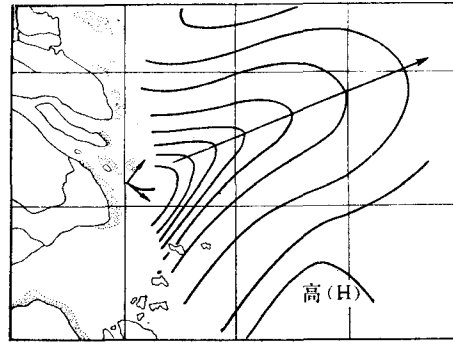


图 3 将这条主轴流线缩绘在长江冲淡水 7 月份表层盐度分布图上

将其按比例尺缩绘在长江冲淡水 7 月份表层盐度分布图上, 可以看出它与观测资料大体上是相符合的。

## 四、讨 论

### 1. 湍流运动的尺度

平均运动为定常的湍流, 其尺度可以定义为按空间取平均除去流体微团的无规则运动, 保留平均运动所需要的最小尺度, 换句话说, 也就是在处于湍流状态的流体中做平均运动的最小悬浮物所具有的尺度。这样定义的湍流尺度在某些情况下, 比较容易通过观测的手段予以确定。显然, 较大尺度的湍流所具有的湍流交换系数也较大。

### 2. 借助射流理论建立模式

实验和理论分析表明, 与轴心速度  $u$  相比射流中的横向速度  $v$  很小, 因此在射流中接近轴心线区域的大部分流线几乎近于平行。射流把周围流体的质量引入射流边界层中, 使混合区逐渐增大, 最后两混合区的内边界发展相交成为未经扰动的射流核心区, 核心区内的速度为定值, 从而称为等速核心区<sup>[6]</sup>。

既然长江冲淡水并非一支出口狭窄的集中射流, 而是出口宽度可达数公里、初始流速大致均匀的射形流, 因此在冲淡水的近岸段也存在一个射流核心区。其内流速大致均匀, 流动与河道内的情况一样处于小尺度的湍流状态, 从而  $A_H \ll 10^6 \text{cm}^2/\text{s}$ 。于是, 自然坐标系下定常平均运动方程中的湍流粘性项自然消失而导出更为精确的常微分方程(5)。

### 3. 河口射流核心区存在的证据

其一是网代港 (Port Ajiro  $130^\circ\text{E}$ ,  $35^\circ\text{N}$ ) 浮标观测资料<sup>[7]</sup>, 图中黑点代表浮标每隔两分钟的位置。从图中浮标迹线上可清楚地看出,  $AB$  段迹线大体上是光滑流畅的, 此

时浮标位于呈现小尺度湍流状态的射流核心区中;而 BC 段迹线明显地迭加有某种无规则运动, 此时浮标已位于呈现大尺度湍流状态的射流混合区中。

其二是河口冲淡水呈舌状分布的等盐度线。Takano(1954) 曾建立了一个简明的盐度扩散模式<sup>[6]</sup>, 根据他所导出的与观测资料大致相符的流速分布求出了一族等盐度线。但这些等盐度线却不呈舌状, 而是呈扇形分布的。如果考虑到河口外部存在射流核心区且层化现象只能在射流混合区内发生的基本事实, 合理的盐度分布就会应运而生了。

#### 4. “转向流程”与横向压力梯度的“滞后效应”

由于冲淡水左转向主要发生在射流核心区内, 故可将核心区内的主轴流线称之为“转向流程”。其长度按量级估计的方法导出为

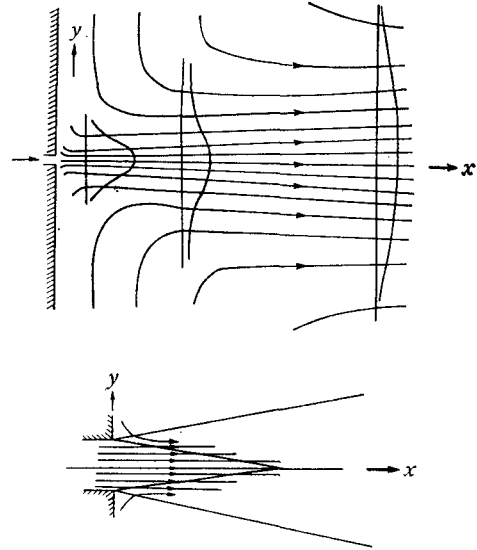


图 4 自由射流的流线和射流核心区

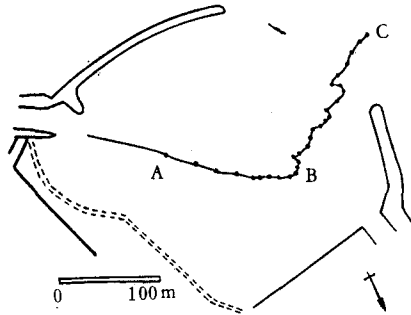


图 5 网代港浮标观测结果

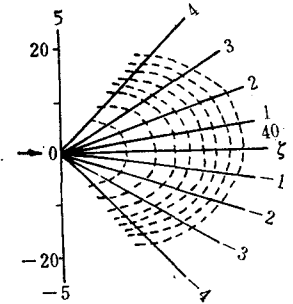


图 6 Takano (1954) 求得的等盐度线

$$L \sim \frac{u_0 D^2}{A_H}, \tag{11}$$

由(3)式

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y'} \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial y'} = fu_0,$$

可见在转向流程内横向压力梯度保持不变, 不妨称之为横向压力梯度的“滞后效应”。

### 五、结果的分析及应用

主轴流线方程为(10)式

$$y \approx \frac{AL^2}{6} x^3 + \frac{ABL^3}{12} x^4 + \frac{A^3L^6}{112} x^7 + \frac{A^3BL^7}{64} x^8 + \frac{A^3B^2L^8}{108} x^9,$$

如果底部平坦  $k = 0$ , 由(7)式可见  $A = B = 0$ , 从而  $y \equiv 0$ , 即冲淡水不会转向。

为考察一般情况下转向偏角的大小, 将(10)式对  $x$  求微商

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{AL^2}{2}x^2 + \frac{ABL^3}{3}x^3 + \frac{A^3L^6}{16}x^6 + \frac{A^3BL^7}{8}x^7 + \frac{A^3B^2L^8}{12}x^8,$$

由此可见经过转向流程后(此时  $x \approx 0.7$ ) 偏角的大小主要取决于  $x$  的最低次幂的系数

$$\frac{AL^2}{2} = \frac{fkL^2}{2Hu_0}$$

而当  $k \ll 1$  时  $L = L(u_0, D, A_H)$ 。因而大体上说来,  $f$  或  $k$  越大, 偏角就越大。余下的因子  $L^2/Hu_0$  则由湍流机制紧密地联系在一起。将(11)式代入得

$$\frac{L^2}{Hu_0} \sim \frac{u_0 D^4}{HA_H} = \frac{QD^3}{H^2 A_H},$$

式中  $Q = u_0 HD$  为流量。由此可粗略地看出  $D$  越大或  $H$  越小, 偏角就越大;  $Q$  越大转向就越明显。这就说明了为什么长江冲淡水转向东北, 在流量大的夏季尤为明显。

在冬季枯水期由于出口流速小, 转向流程也短, 冲淡水与海水之间的层化界面逼近长江口。冲淡水层的厚度反而沿流递减, 故转而南下。

值得指出的是(10)式仅在射流核心区内才有意义, 在核心区外出现的层化现象将使之失去意义。但当主流线接近海岸或冬季枯水期垂向混合较强烈、冲淡水与海水密度相近时不会发生层化现象, 此时所得的结果在核心区外也是有意义的。由量纲的(9)式并注意到  $A = fk/Hu_0$  可知流速越小, 主流线的偏转曲率就越大。长江口北支流量仅为总流量的百分之一左右, 流速也小得多, 因而它很快向左转沿苏北海岸北上, 形成终年存在的吕泗海流, 成为长江径流的一条次要通道。同样, 在流速小的冬季只要不发生层化现象, 冲淡水仍将转向东北而且偏转曲率较夏季更大。

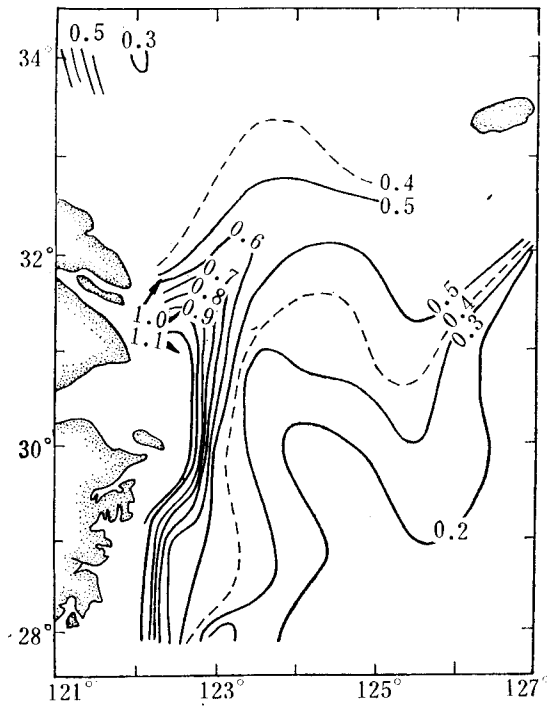


图7 将本文求得的主流线缩绘在浦永修的冬半年 10m 层  $\sigma_t$  分布图上

如取冬半年(10—3月)的平均流速为  $u_0 = 18\text{cm/s}$ , 在冬季层化现象不发生时, 理论上算得的主轴流线与浦永修<sup>1)</sup>按  $\sigma_\Delta$  法求得的结果比较(见图 7), 二者基本上是相吻合的。这样, 多年的实测资料和卫星照片<sup>[2]</sup>所显示的长江径流走向的一些基本特点都可以得到比较令人满意的解释。

当然, 本文所提出的简单模式也有其局限性。它是半理论半经验性的, 且只适用于冲淡水近岸段。在此区域内, 斜压性、局部风场及台湾暖流和黄海沿岸流的影响均认为是次要因子而没有加以考虑。

### 参 考 文 献

- [1] 毛汉礼、甘子钧、蓝淑芳, 1963。长江冲淡水及其混合问题的初步探讨。海洋与湖沼 5(3): 183—206。
- [2] 乐肯堂, 1984。长江冲淡水路径的研究 I. 模式。海洋与湖沼 15(2): 157—167。
- [3] 郑全安, 1980。气象卫星照片在海洋研究中的初步应用。海洋遥感文集, 59—70 页。
- [4] 袁耀初、苏纪兰、赵金三, 1982。东中国海陆架环流的单层模式。海洋学报 4(1): 1—11。
- [5] 管秉贤, 1962。有关我国近海海流研究的若干问题。海洋与湖沼 4(3—4): 121—141。
- [6] 谢象春编著, 1975。湍流理论与计算。科学出版社, 2—4 页。
- [7] Takano, K., 1954. On the velocity distribution off the mouth of a river. *Jour. of the Oceanogra. Society of Japan* 10 (2): 60—64.
- [8] —, 1954. On the salinity and the velocity distribution off the mouth of a river. *ibid.* 10 (3): 92—98.
- [9] Rossby, C. G., 1936. Dynamics of steady ocean currents in the light of experimental fluid mechanics. *Paper in Physical Oceanography and Meteorology, Mass. Inst. Tech. and Woods Hole Oceanogr. Inst.* 5 (1): 43.

## A STUDY ON THE DIRECTION CHANGE OF THE CHANGJIANG RIVER DILUTED WATER\*

Cui Maochang

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao)

### ABSTRACT

This paper was based on a qualitative analysis of physical mechanism of the direction change of the Changjiang River diluted water. A simplified physical model was put forward and the differential equation for the main axis streamline derived with fluid dynamics methods and solved. Thus the main cause of its left ward turning was shown to be a result of the interact between the bottom declining and "the lag" of the transversal pressure gradient.

\*Contribution No. 975 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.

1) 见第 222 页脚注 1)。